

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PAVIA

---

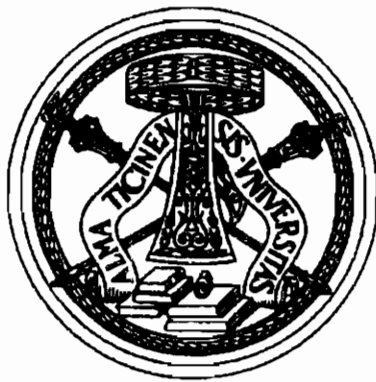
**SCIENTIFICA ACTA**  
**QUADERNI DEL DOTTORATO**

VOLUME XIII

ANNO XIII

NUMERO 1

15 APRILE 1998



ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE

---

CENTRO STAMPA - DIPARTIMENTI FISICI  
via Bassi, 6 27100 Pavia

## INDICE

- 1 - I BUCHI NERI: OSSERVAZIONE NEI SISTEMI  
STELLARI BINARI - Germano Bonomi pag. 1
- 2 - SPETTROMETRIA DI MASSA A IONI  
SECONDARI (SIMS) - Raffaella Rolli pag. 17
- 3 - FUNZIONI DI STRUTTURA IN ELETRODINAMICA  
QUANTISTICA - Emanuele Poli pag. 45
- 4 - CALORIMETRIA CON FIBRE AL QUARZO - Niccolò Moggi pag. 71
- 5 - LA FRIZIONE DINAMICA IN SCENARI DI  
INTERESSE ASTROFISICO - Andrea Pallavicini pag. 93

**Germano Bonomi**

Dipartimento di Fisica Nucleare e Teorica  
Università degli Studi di Pavia

**I BUCHI NERI: OSSERVAZIONE NEI  
SISTEMI STELLARI BINARI**

Seminario tenuto il 22 Novembre 1996

## 1 Introduzione

I buchi neri rappresentano uno degli argomenti di fisica che colpiscono maggiormente l'immaginario collettivo e che contemporaneamente suscitano uno straordinario interesse nell'ambiente scientifico, ed in particolare in quello astrofisico.

Il presente articolo è diviso concettualmente in due parti; nella prima viene introdotto l'oggetto buco nero da un punto di vista generale, mentre nella seconda vengono descritti i metodi per l'osservazione ed alcuni dei candidati attuali. Entrambe le parti sono ben lungi dall'essere omnicomprensive, ma sono tese ad offrire una immagine c'insieme.

Prima di iniziare l'articolo è giusto mettere in evidenza almeno due aspetti essenziali dell'argomento.

Il primo riguarda il fatto che i buchi neri hanno rappresentato l'inizio di un nuovo corso per l'astrofisica. Hanno segnato il salto da scienza puramente osservativa e di raccolta a scienza capace di una impresa complessiva in cui teoria e osservazioni si completano a vicenda. I buchi neri infatti "esistono" solo in quanto integrazione tra dati sperimentali e calcoli teorici. E' come se nel *mosaico buchi neri* alcune tessere fossero dati e altre fossero teoria.

Il secondo riguarda l'aspetto delle tecniche di osservazione astronomiche. Se nel secolo scorso e in buona parte di questo i tempi tipici delle osservazioni erano i giorni, i mesi, gli anni, nello studio dei buchi neri invece ci sono fenomeni la cui variabilità può essere inferiore al secondo. Con i buchi neri si è assistito al salto verso "l'astronomia veloce", con conseguente sviluppo di nuove tecniche di osservazione e di nuove apparecchiature sperimentali.

## 2 I buchi neri nel tempo

Circa due secoli fa il geologo inglese John Michell avanzò l'ipotesi di una concentrazione di massa talmente elevata da poter intrappolare qualsiasi oggetto, persino la luce con i suoi 300.000 Km/s. Per

generare un campo gravitazionale così potente un oggetto sarebbe dovuto essere estremamente massivo ed inimmaginabilmente denso. A quei tempi le condizioni necessarie per la creazione di una tale "stella scura" (come la chiamò John Michell) sembravano fisicamente impossibili. Infatti le sue teorie furono pubblicate dal filosofo e matematico Pierre Simone Laplace nelle prime due edizioni di una guida all'astronomia, ma furono escluse a partire dalla terza.

Nel 1916 sull'onda delle teorie relativistiche di Einstein un astrofisico tedesco, Karl Schwarzschild, decise di calcolare i campi gravitazionali delle stelle usando la nuova equazione relativistica di campo. Schwarzschild limitò la complessità dei calcoli assumendo le stelle perfettamente sferiche, gravitazionalmente collassate e non rotanti. Mediante le sue elaborazioni egli dimostrò che nella teoria di Einstein, tali stelle corrispondevano ad una soluzione matematicamente possibile. Tale soluzione venne chiamata singolarità di Schwarzschild, ma solo qualche anno più tardi venne presa in seria considerazione. Negli anni '30 Oppenheimer (lo stesso del progetto Manhattan), Volkoff e Snyder dimostrarono che una stella sufficientemente massiva e nella fase terminale della sua esistenza (cioè in mancanza di materiale da *bruciare* per far fronte alla pressione gravitazionale) poteva effettivamente trasformarsi in un oggetto da cui nemmeno la luce avrebbe potuto sfuggire, in una "stella congelata" (*frozen star*).

Il termine **buco nero** fu introdotto relativamente tardi negli anni '60 dal fisico John Wheeler e ha soppiantato, forse per la sua carica di mistero, tutte le altre dizioni.

### 3 Il destino delle stelle

Prima di affrontare l'argomento "buchi neri" e quello dalla loro osservazione nei sistemi binari di stelle con emissione di raggi X, occupiamoci brevemente del "destino di una stella", cioè della parte conclusiva della sua esistenza.

Senza entrare nei dettagli, sappiamo che le stelle, e tra esse ovvia-

mente anche il sole, brillano a causa delle reazioni termonucleari che avvengono al loro interno. La reazione principale è quella che trasforma due protoni (sostanzialmente atomi di idrogeno ionizzati) in un nucleo di deuterio liberando un neutrino elettronico ed un positrone. Nel sole ogni secondo vengono consumate 600 milioni di tonnellate di idrogeno. Un'altra reazione molto importante è quella che trasforma il deuterio in elio. Tali reazioni termonucleari oltre a determinare l'emissione di fotoni e neutrini bilanciano la pressione gravitazionale a cui tutti gli atomi sono sottoposti. Tale situazione rimane pressoché stabile sino a quando il nucleo centrale esaurisce il combustibile della reazione termonucleare. Prendiamo come esempio il sole: inizialmente, diciamo 5 miliardi di anni fa, il sole era composto da idrogeno per approssimativamente il 75% e da elio per il restante 25%. Oggi le percentuali sono cambiate, e si stima che al centro del sole ci sia più elio che idrogeno; il rimanente idrogeno sarà sufficiente per circa altri 5 miliardi di anni. In Tab. 1 sono mostrati alcuni dati riguardanti stelle di massa diversa, tra questi il tempo di permanenza nella sequenza principale (cioè possiamo dire la loro vita media). Quando il rifornimento di idrogeno nella zona centrale viene meno, la stella comincia a comprimersi. Questo primo innalzamento di pressione fa sì che la temperatura si alzi e permette l'innescò della reazione che utilizza l'idrogeno degli strati che circondano il nucleo centrale. Tale reazione interessa dapprima gli strati interni e poi quelli esterni sino al totale esaurimento dell'idrogeno.

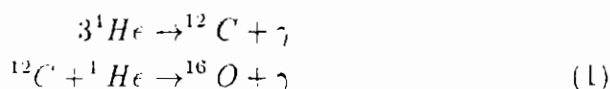
Questo "idrogeno di scorta" permette alla stella di sopravvivere solo qualche milione di anni con l'ulteriore arricchimento di elio del nucleo centrale.

In questo periodo il nucleo si contrae sempre di più trasformando energia gravitazionale in energia termica: gli strati più esterni si allontanano dal centro determinando un notevole aumento della superficie esterna: nel sole per esempio il diametro potrebbe aumentare di circa 250 volte. A questo punto la stella è diventata una **gigante rossa**.

Massa ( $M_{\odot}$ )	Temperatura Superf. ( $^{\circ}K$ )	Luminosità ( $L_{\odot}$ )	Tempo nella sequenza princ. ( $10^{16}$ anni)
25	35000	80000	3
15	30000	10000	15
3	11000	69	500
1.5	7000	5	3000
1.0	6000	1	10000
0.75	5000	0.5	15000
0.5	4000	0.03	200000

Table 1: Vita media di una stella in funzione della massa

Quando la temperatura del nucleo centrale raggiunge i 100 milioni di gradi Kelvin vengono innescate nuove reazioni termonucleari che usano l'elio come carburante. In genere sono due le reazioni preminenti:



Quando anche l'elio viene meno nel nucleo centrale accade un processo simile a quello innescato dalla fine dell'idrogeno: la stella inizia a bruciare l'elio degli strati esterni al nucleo provocando un ulteriore allargamento della superficie esterna ed una ulteriore compressione del nucleo. Si dice che la stella è diventata una **super gigante rossa**. In questa fase la stella può perdere una notevole quantità di materiale: a volte anche più del 50% della sua massa si allontana gradatamente dal nucleo sino a perdersi nello spazio vuoto. Qualora il nucleo emetta radiazione ultravioletta questa può ionizzare gli atomi della nube gassosa in allontanamento provocando uno strano effetto di fosforescenza: si assiste al fenomeno chiamato *nebulosa planetaria*.

Quello descritto sino ad ora è un destino comune a tutte le stelle,

ma a questo punto le strade si dividono. Il fatto che una stella scelga un modo piuttosto che un altro per spegnersi è legato semplicemente alla sua dimensione, o meglio alla sua massa.

In genere le stelle con una massa minore di 3 masse solari  $M_{\odot}$  non riescono in questa fase a raggiungere nel nucleo la temperatura o la pressione necessaria per innescare la reazione termonucleare che utilizzi il carbonio o l'ossigeno come combustibile. Mentre gli strati più esterni si allontanano definitivamente dal nucleo centrale, il nucleo stesso si comprime sino a quando la densità degli elettroni è così alta che per il principio di Pauli ogni altra compressione diventa impossibile. Si dice che è intervenuto il principio di Pauli per gli elettroni. Le dimensioni di queste stelle sono all'incirca quelle della terra con una densità di circa  $10^8 g/cm^3$ . Una stella di questo tipo viene detta **nana bianca**. Con il passare del tempo (parliamo ovviamente di miliardi di anni) la sua luminosità decresce e la sua temperatura diminuisce fino a raggiungere lo zero assoluto.

I calcoli effettuati da Subrahmanya Chandrasekhar stabiliscono un limite superiore alla massa che una nana bianca può avere. Questo, noto come "limite di Chandrasekhar" è pari a circa  $1.4 M_{\odot}$ .

Per le stelle più pesanti invece il destino è diverso. La forza gravitazionale è sufficiente a creare le condizioni necessarie affinché vengano innescate reazioni termonucleari che coinvolgono elementi sempre più pesanti. A 600 milioni di gradi Kelvin inizia la reazione che brucia il carbonio, ad 1 miliardo di Kelvin inizia a bruciare il neon, a 1.5 miliardi di gradi brucia l'ossigeno, a 3 il silicio e così via. Quando poi si arriva al ferro ogni ulteriore reazione è proibita. A questo punto la temperatura ha raggiunto i 5 miliardi di gradi; in un decimo di secondo la forza gravitazionale è talmente elevata da poter schiacciare gli elettroni sui nuclei provocando la loro combinazione con i protoni a generare neutroni.

Dopo un ulteriore quarto di secondo la densità del nucleo della stella è di  $4 \cdot 10^{11} g/cm^3$  e la compressione si ferma poiché ogni ulteriore diminuzione di volume significherebbe la violazione del principio di Pauli applicato ai neutroni. Nel frattempo gli strati esterni



Stadio	Temperatura (K)	Densità ( $g/cm^3$ )	Durata dello stadio
Combust. idrogeno	$4 \cdot 10^7$	5	$7 \cdot 10^6$ anni
Combust. elio	$2 \cdot 10^8$	700	$5 \cdot 10^5$ anni
Combust. carbone	$6 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^5$	600 anni
Combust. neon	$1.2 \cdot 10^9$	$4 \cdot 10^6$	1 anno
Combust. ossigeno	$1.5 \cdot 10^9$	$10^7$	6 mesi
Combust. silicio	$2.7 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^7$	1 giorno
Collasso del nucleo	$5.4 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^9$	1/4 secondo
Rimbalzo sul nucleo	$2.3 \cdot 10^{10}$	$4 \cdot 10^{11}$	millisecondi
Esplosione	circa $10^9$	Varie	10 secondi

Table 2: Stadi evolutivi di una stella di massa pari a  $25 M_{\odot}$ .

viaggiano ad una velocità pari a circa il 10-15% della velocità della luce verso il nucleo sempre più compatto. Quando lo raggiungono questo è un corpo così rigido che la materia vi rimbalza contro provocando una onda d'urto così violenta da provocare quella che viene chiamata *esplosione di una supernova*. Durante questo processo una stella di  $25 M_{\odot}$  può espellere sino a  $24 M_{\odot}$ ; il restante nucleo di  $1 M_{\odot}$  ha un diametro di soli 30 Km. Quello che resta, cioè il densissimo nucleo, viene detto **stella di neutroni**.

La teorizzazione di una stella di neutroni fu per parecchio tempo trascurata perchè considerata decisamente bizzarra. Le cose cambiarono quando verso la fine degli anni '60 una giovane studentessa di dottorato (Jocelyn Bell) si impegnò in un progetto per la ricezione di segnali radio dallo spazio. Nel novembre del 1967 vennero osservati impulsi radio regolari, con un periodo di 1.3373011 sec., provenienti da una regione ben precisa dello spazio. La regolarità di tali impulsi illuse parecchia gente sulla possibilità di essere in presenza di segnali provenienti da una civiltà aliena. Ci si accorse ben presto però che si trattava di qualcosa di diverso: vennero in

breve tempo localizzate altre sorgenti di impulsi radio, cioè altre *pulsar*. All'inizio vennero proposte numerose teorie per spiegare tale fenomeno, ma quando nel 1968 si scoprì una *pulsar* nella *nebulosa del granchio* proprio al centro di una supernova, osservata nel 1051 da astronomi cinesi, si riconsiderò seriamente l'ipotesi che le *pulsar* non fossero altro che delle stelle di neutroni. L'emissione di segnali radio da questi corpi celesti, senza entrare nei dettagli, è dovuta al moto di rotazione della stella nel campo magnetico ad essa associato. La regolarità dell'emissione è legata alla regolarità della rotazione della stella attorno al proprio asse.

Negli stessi anni si scoprì che le stelle di neutroni potevano essere fonte anche di un altro tipo di radiazione. Verso la fine degli anni '60, ma soprattutto negli anni '70 grazie ad un particolare satellite lanciato dal Kenya e chiamato *Explorer 42-Uhuru* (Uhuru significa nella lingua del Kenya "libertà"), gli astronomi cominciarono ad avere una immagine a raggi-X del cielo. La prima sorgente scoperta fu Centauro X-3 nel 1971. Gli impulsi avevano un periodo regolare di 4.84 secondi. Qualche mese dopo un'altra sorgente simile venne scoperta in direzione di Ercole X-1, con un periodo di 1.24 secondi. L'aspetto peculiare di queste sorgenti era lo scomparire dopo un determinato periodo di tempo per ritornare dopo poco. Per esempio Centauro X-3 spariva dopo 2.087 giorni per 12 ore, mentre Ercole X-1 spariva 6 ore ogni 1.7 giorni. Il fatto che i segnali rivelati fossero caratterizzati anche da effetto Doppler fece ipotizzare che accanto alla sorgente di raggi X ci dovesse essere una stella compagna. Centauro X-3 ed Ercole X-1 sono infatti esempi di sistemi a due stelle orbitanti una attorno all'altra, una delle quali è una stella di neutroni. Essendo il periodo delle emissioni in genere molto brevi, le due stelle sono in genere "molto vicine". Per spiegare le sorgenti pulsanti di raggi X, come Centauro X-3 o Ercole X-1, gli astronomi assumono che la stella ordinaria, cioè quella attiva, occupi tutto, o quasi, lo spazio del proprio *lobo di Roche*<sup>1</sup>. In

---

<sup>1</sup>Per capire cosa sia un *lobo di Roche* possiamo dare un'occhiata alla Fig. 1. Quando si hanno due corpi vicini, è possibile disegnare nello spazio una specie

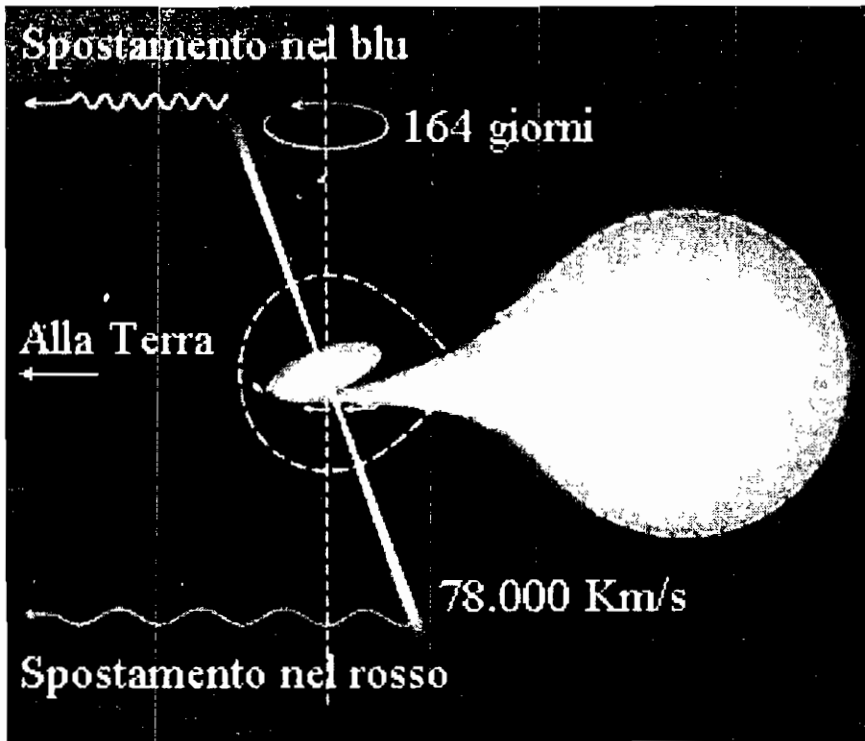


Figure 1: Un modello di una sorgente pulsante di raggi X

entrambi i casi quasi tutta la materia uscente dalla stella ordinaria viene attirata verso la stella di neutroni. Tipicamente si pensa che la stella ordinaria perda all'incirca  $10^{-9}$  masse solari all'anno. A causa del campo magnetico della stella di neutroni il gas viene attirato verso le due regioni magnetiche polari accelerandolo fino a metà della velocità della luce. Quando il gas raggiunge i due poli l'impatto è così violento da creare punti estremamente caldi ( $\sim 10^8$  °K) tali da creare emissioni abbondanti di raggi X con una lumi-

di 8 con al centro delle due "sfere" i due corpi. Tale superficie limita il dominio gravitazionale dei due corpi, nel senso che se un corpo estraneo entra in una di queste sfere diventa preda del corpo al suo centro. Gli spazi all'interno delle due sfere vengono detti *lobi di Roche*.

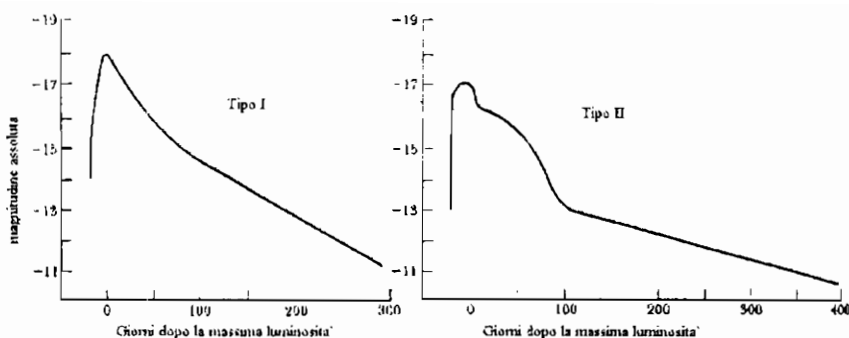


Figure 2: Spettri di emissione e tempo di rilassamento per *burster* di tipo I e di tipo II

nosità 100000 volte maggiore di quella del sole. Dal momento che la stella di neutroni ruota attorno al proprio asse e tale asse non è necessariamente allineato all'asse magnetico, uno dei due coni di raggi X raggiunge la terra con un periodo pari al periodo di rotazione della stella. Una schematizzazione del processo è mostrata in Fig. 1.

Il materiale che viene attratto dalla stella di neutroni può anche cominciare a spiraleggiare attorno alla stella dando vita ad un anello di materia ruotante chiamato **disco di accrescimento**. In alcuni casi questo disco di accrescimento è sede di un fenomeno particolare. Negli strati di tale disco più vicini alla superficie della stella la temperatura è così elevata da poter innescare la reazione termonucleare che trasforma l'idrogeno (che è la parte predominante nel disco di accrescimento) in elio, e questo avviene in maniera continuativa. Quando lo strato di elio raggiunge lo spessore di circa  $1mm$ , viene innescata in maniera esplosiva la reazione nucleare che brucia l'elio. Questa esplosione produce un getto inaspettato di raggi X. Getti di questo tipo sono stati osservati in molti sistemi binari con una stella a neutroni; sorgenti di questo tipo vengono chiamati *burster*. In Fig. 2 sono mostrati gli spettri di emissione per

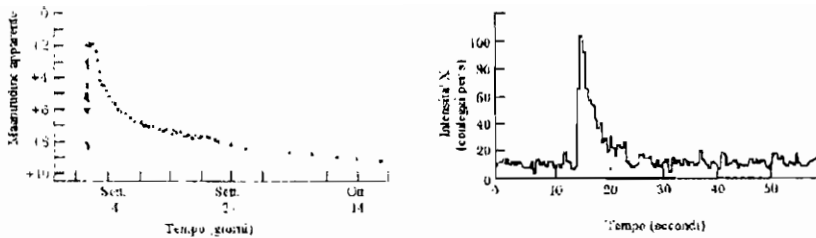


Figure 3: Grafici in funzione del tempo delle emissioni nel visibile (a) e nella regione degli X (b) nel caso rispettivamente di una nova e di un burster

due tipi di *burster* (tipo I e tipo II).

Un fenomeno simile avviene anche nel caso di sistemi binari con una stella ordinaria e una nana bianca (al posto di una stella di neutroni). In questo caso il fenomeno prende il nome di *nova* e l'esplosione viene rilevata per una improvvisa impennata della luminosità della nana bianca. In Fig. 3 sono mostrati i grafici in funzione del tempo delle emissioni nel visibile e nella regione degli X nel caso rispettivamente di una nova e di un burster.

Sappiamo che la trasformazione di una stella in una nana bianca è possibile solo se la sua massa finale è minore di  $1.4M_{\odot}$ . L'analogo limite per la trasformazione in una stella di neutroni è di circa  $3M_{\odot}$ . Oltre tale limite la forza gravitazionale diventa talmente elevata da poter infrangere anche la barriera repulsiva imposta ai neutroni dal principio di esclusioni di Pauli. Lo stadio finale della vita di una stella massiva oltre il limite di una stella di neutroni viene detto **buco nero**.

#### 4 L'orizzonte dell'abisso

Cerchiamo di capire cosa succede quando la forza gravitazionale è sufficientemente elevata per superare la forza di repulsione tra i neutroni determinata dal principio di esclusioni di Pauli. Il primo

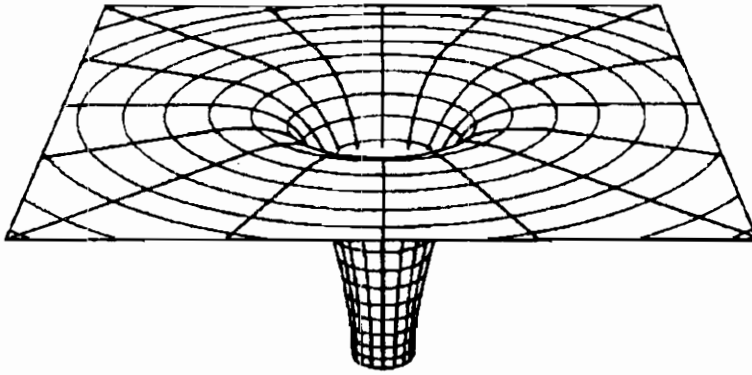


Figure 4: Geometria dello spazio attorno ad un buco nero

effetto è ovviamente quello che la contrazione del nucleo non si ferma. Nel caso di una stella di neutroni la velocità di fuga (definita come la velocità perpendicolare alla superficie della stella che un corpo deve avere per poter sfuggire al suo campo gravitazionale) può raggiungere valori pari a metà della velocità della luce. Se la contrazione continua ad un certo punto la velocità di fuga potrà diventare superiore a quella della luce. A questo punto, visto che niente può superare la velocità della luce nel vuoto, la stella sparisce dall'universo dentro questo "buco" nello spazio, diventando cioè un **buco nero**.

Secondo la teoria della relatività generale nelle vicinanze di una forte sorgente gravitazionale lo spazio subisce una curvatura proporzionale alla forza del campo. La geometria dello spazio attorno al buco nero può essere schematizzata come in Fig. 4. La superficie spaziale per cui la velocità di fuga eguaglia la velocità della luce è chiamata **orizzonte dell'evento**; spesso tale superficie viene interpretata come la superficie esterna di un buco nero. Una volta che una stella è collassata all'interno del proprio orizzonte sparisce per sempre dall'universo: l'orizzonte dell'evento diventa il limite oltre il quale non è più possibile osservare quello che succede. Questo

concetto viene anche detto in maniera "scherzosa" *legge della censura cosmica*, nel senso che per difendere l'universo dalla curvatura spazio-temporale dell'interno viene creata una specie di cortina che la isola dal resto del cosmo.

Quando una stella si contrae dentro il suo orizzonte non si conoscono forze nell'universo che possano impedire il completo collasso del nucleo fino ad un singolo punto al centro del buco nero. Tutto quel che rimane della massa della stella viene schiacciato in questo punto, che viene detto **singolarità**; chiaramente la densità di questo punto è infinita.

La struttura di un buco nero è quindi molto semplice: al centro c'è la singolarità e ad una distanza pari al raggio di Schwarzschild c'è l'orizzonte dell'evento. Il raggio di Schwarzschild può essere calcolato in maniera semplice attraverso la formula per cui  $R_S = 2MG/c^2$ , dove  $M$  è la massa della stella collassata entro il buco nero,  $G$  è la costante di gravitazione universale e  $c$  la velocità della luce, così per esempio un buco nero con una massa pari a  $10 M_\odot$  avrebbe un raggio di 30 Km, un buco nero con una massa pari a  $10^6 M_\odot$  (come si pensa possa essere la massa dei buchi neri al centro delle galassie) avrebbe un raggio di 3 milioni di chilometri, pari a circa 4 volte il raggio del sole. E' inoltre necessario puntualizzare che lontano dall'orizzonte un buco nero non esercita una forza gravitazionale superiore o diversa a quella che potrebbe esercitare un qualsiasi altro corpo stellare della stessa massa.

Le grandezze con cui un buco nero può essere caratterizzato sono 3: massa, carica e momento angolare. Qualsiasi altra proprietà della materia viene cancellata al momento della caduta entro l'orizzonte. Anche questo fatto ha una formulazione semischerzosa: *i buchi neri non hanno capelli (no-hair theorem)*.

Spiegare, capire, ma soprattutto immaginarsi cosa effettivamente succeda allo spazio e al tempo in prossimità del buco nero, o addirittura dentro, è cosa molto difficile. Possiamo dire per esempio che al livello della singolarità la curvatura dello spazio e del tempo è infinita e che spazio e tempo sono in qualche modo confusi uno den-

tro l'altro. Senza però un valido supporto spazio temporale diventa persino difficile parlare di leggi della fisica. Una volta superato l'orizzonte lo spazio e il tempo si scambiano i ruoli. Cioè la coordinata  $r$  che indica la distanza di un corpo caduto entro l'orizzonte dal centro del buco nero, diventa una variabile temporale, mentre la coordinata temporale diventa una coordinata spaziale. Questo significa che potremmo assurdamente viaggiare nel tempo, ma non potremmo essere liberi di muoverci nello spazio, al contrario di quanto invece avviene nel mondo di tutti i giorni. Come noi non possiamo evitare il futuro, così un corpo caduto entro l'orizzonte non potrebbe evitare di "andare" verso la singolarità. Tutti gli effetti legati all'elevatissimo campo gravitazionale in prossimità e dentro un buco nero sono al giorno d'oggi inquadrati e studiati nell'ambito della teoria della relatività di Einstein, e rimandiamo a testi specifici gli ulteriori approfondimenti del caso.

Come già sottolineato in precedenza nulla può sfuggire da un buco nero, nemmeno la luce. Questo significa che è impossibile "vedere" in modo diretto un buco nero e che l'unica maniera di osservare un buco nero è quindi quella indiretta. Per esempio si potrebbe sfruttare il fatto che un buco nero è una lente gravitazionale; se la terra, un buco nero ed una stella fossero idealmente posizionati sulla stessa linea retta, allora l'immagine della stella arriverebbe a noi sdoppiata (vedi Fig. 5).

Sebbene questo non sia un metodo sicuro, fino ad oggi sono stati riportati una mezza dozzina di casi (tutti relativi a buchi neri supermassivi galattici di cui parleremo tra poco).

Il metodo più usato per la ricerca di buchi neri è quello di cercare segnali emessi dal materiale che viene accelerato da un buco nero nella sua corsa verso l'orizzonte. Questo metodo ha permesso l'avvistamento di parecchi candidati di buchi neri.

Sino ad ora abbiamo parlato di buchi neri solo in associazione alla fine di una stella, tuttavia i buchi neri possono anche aver avuto un'altra origine. Stiamo parlando di enormi buchi neri esistenti al centro delle galassie. Le teorie che oggi permettono di spiegare le



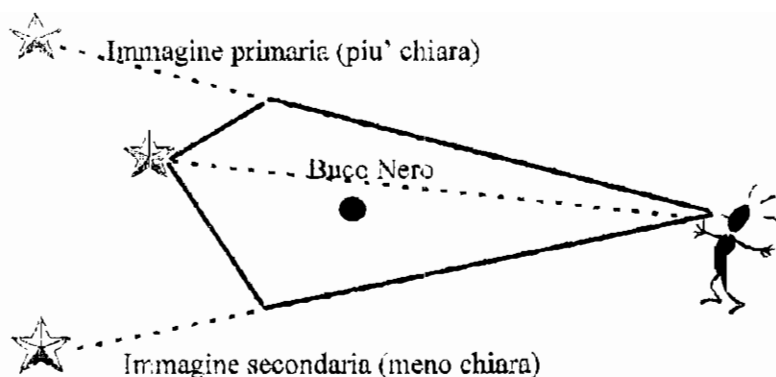


Figure 5: Sdoppiamento dell'immagine di una stella da parte di un buco nero.

galassie attive e le *quasars* presuppongo che al centro di ogni galassia esista un enorme buco nero, anche detto buco nero supermassivo, avente massa pari a  $10^5 - 10^8 M_{\odot}$ , ed un raggio pari a qualche milione di chilometri. Alcune recenti scoperte (emissioni di segnali nelle vicinanze del nucleo centrale in due galassie) hanno fornito un forte sostegno a tali teorie. Dai periodi di rotazione della materia attorno a tali nuclei e da tali segnali sembra altamente probabile che al centro di queste galassie esistano proprio dei buchi neri supermassivi.

L'indizio maggiore, se non vogliamo proprio parlare di prova, dell'esistenza di buchi neri viene dall'osservazione dell'emissione di raggi X nei sistemi solari binari. Prima di affrontare questo metodo di indagine nel prossimo paragrafo, concediamoci un viaggio ai limiti della fantascienza per parlare di evaporazione, di buchi bianchi e di *wormhole* ("buchi del verme").

#### 4.1 Evaporazione di un buco nero

Negli anni '70 Stephen Hawking mise a punto una teoria per cui i buchi neri non erano completamente neri, nel senso che potevano emettere radiazione per mezzo di effetti quanto-meccanici. La ra-

diazione non proverrebbe effettivamente dall'interno del buco nero, ma ci sarebbe comunque un trasferimento di energia. Tale emissione sarebbe inversamente proporzionale alla massa, e quindi la frequenza d' emissione aumenterebbe con il passare del tempo. Non è ben chiaro se ciò sia effettivamente possibile e cosa ciò debba significare per la storia di un buco nero. Il quadro teorico infatti non è

**Raffaella Rolli**

**Dipartimento di Fisica "Alessandro Volta"  
Università di Pavia  
e  
Istituto Nazionale di Fisica della Materia  
Sezione di Pavia**

**SPETTROMETRIA DI MASSA A IONI SECONDARI (SIMS)**

**Seminario tenuto il 19 dicembre 1996**

## 1. Introduzione

L'analisi di campioni solidi mediante la spettrometria di massa richiede la possibilità di estrarre gli atomi dal campione e di ionizzarli prima di inviarli allo spettrometro di massa nel quale saranno identificati in base al rapporto massa/carica. Nella spettrometria di massa a ioni secondari (SIMS) l'estrazione e la ionizzazione degli atomi avvengono simultaneamente mediante il processo noto come "sputtering", consistente nell'emissione di particelle secondarie dalla superficie di un solido bombardato con un fascio di ioni. Fra le particelle secondarie emesse vi sono anche ioni monoatomici o poliatomici ed essi costituiscono il segnale studiato nelle misure SIMS.

Lo ione secondario lascia la superficie in un punto vicino alla posizione originale nel campione e pertanto l'emissione secondaria risulta particolarmente adatta ad analisi localizzate sul campione. La spettrometria di massa a ioni secondari è infatti ampiamente usata per determinare la composizione chimica e isotopica della superficie di campioni solidi, tipicamente nel range ppm-ppb, per tutti gli elementi compresi fra idrogeno e uranio, sia limitandosi ai primi strati atomici che estendendosi a profondità di decine di micron su aree variabili da qualche micron a decine di micron. Essa fornisce anche mappe di distribuzione dei vari elementi presenti sulla superficie poiché consente di realizzare immagini ioniche della superficie stessa.

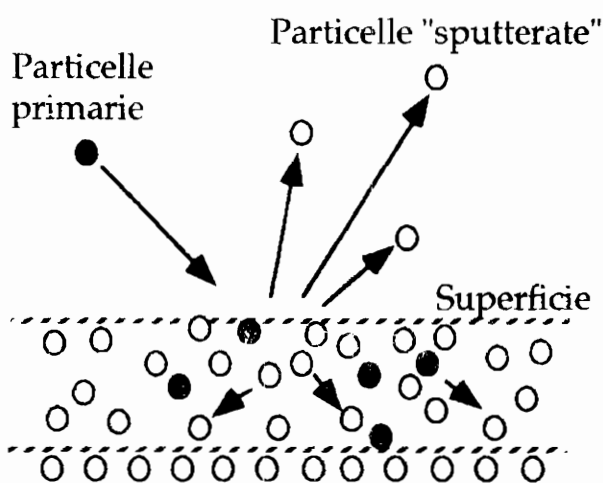
La flessibilità di questa tecnica ha portato al suo impiego nell'analisi di un'ampia varietà di materiali fra cui semiconduttori, isolanti, metalli, polimeri, minerali, materiali biologici e solidi organici.

La tecnica SIMS è inoltre complementare ad altre tecniche quali la spettroscopia elettronica Auger e la spettroscopia di fotoemissione.

## 2. Caratteristiche generali

La configurazione standard della SIMS [1,2,3] utilizza un fascio di ioni (chiamati ioni primari) per rimuovere materiale dalla superficie

di un solido. Il fascio ionico primario incide sulla superficie del campione con energia compresa fra 0.5 e 20 keV ad un angolo fra 0 e 70°, misurato rispetto alla normale alla superficie. L'energia degli ioni primari è trasferita alla regione del campione vicino alla superficie attraverso collisioni binarie con atomi del bersaglio. Si genera una cascata di collisioni che provoca la distruzione della matrice e lo "sputtering", ossia l'espulsione di particelle del campione (fig. 1); la profondità di fuga delle particelle secondarie è di due-tre strati atomici. Alcuni ioni primari inoltre si impiantano nella regione vicino alla superficie, dove possono influenzare la chimica del campione.



**Fig. 1:** *Rappresentazione schematica del processo di "sputtering"*

Il materiale "sputterato" è costituito da atomi e molecole neutre e, in piccola quantità, da ioni positivi e negativi. Questi ioni sono o elementi monoatomici o clusters poliatomici e costituiscono il segnale che viene studiato nelle misure SIMS. La proporzione di ioni secondari generati durante lo sputtering varia molto per differenti elementi e composti e ciò rende difficile la conversione delle intensità degli ioni secondari nelle rispettive concentrazioni.

Gli ioni secondari sono raccolti da un campo elettrico, polarizzato in modo da raccogliere o gli ioni positivi o quelli negativi, e opportunamente focheggiati in uno spettrometro di massa.

La maggior parte degli ioni secondari viene emessa con energia compresa fra 0 e 10 eV, ma per gli ioni atomici l'energia può estendersi fino a centinaia di eV (fig. 2). Il massimo della curva cade comunque attorno ad alcuni eV e generalmente gli ioni a bassa energia sono utilizzati per ottenere una raccolta efficiente ed un'elevata sensibilità.

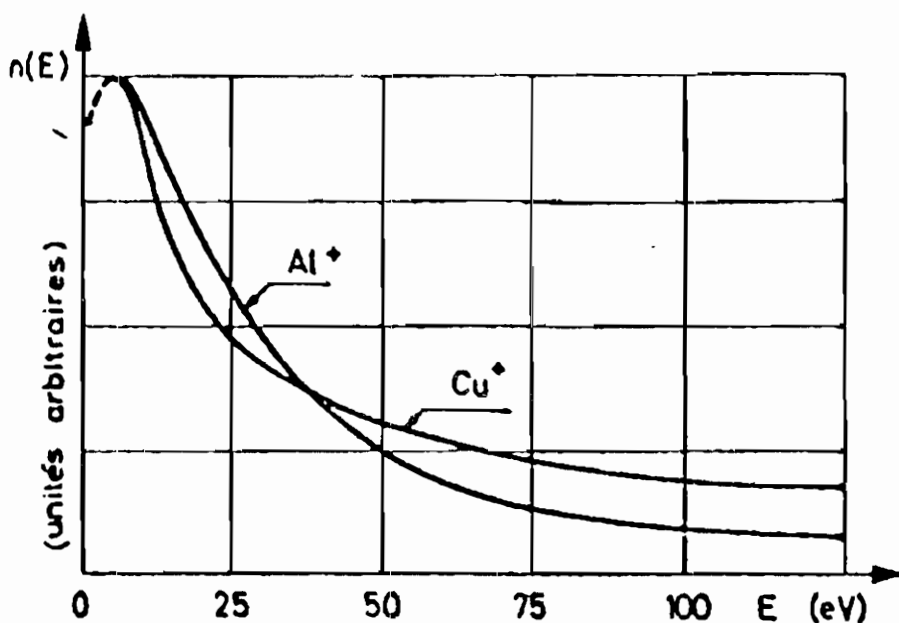


Fig. 2: Distribuzione in energia degli ioni  $Al^+$  e  $Cu^+$  ottenuta su campioni puri di tali elementi bombardati con  $Ar^+$ , 8 keV [3]

A causa dell'ampio range di energia, gli ioni secondari sono solitamente filtrati sia in energia che in massa da spettrometri di massa a doppia messa a fuoco al fine di ottenere una migliore risoluzione.

All'uscita dello spettrometro, gli ioni, separati per massa, sono rivelati da un convertitore ione-elettrone (tipicamente una Faraday cup o un moltiplicatore di elettroni).

Tutti gli esperimenti SIMS sono effettuati in condizioni di alto o ultra alto vuoto ( $p < 10^{-8}$  Torr). L'acquisizione dati è controllata da un computer per facilitare la manipolazione della notevole quantità di dati raccolti durante l'analisi.

### 3. Apparato sperimentale

#### *Sorgenti di ioni primari*

Gli apparecchi impiegati per le analisi SIMS sono generalmente equipaggiati con almeno due sorgenti di ioni primari, per permettere di scegliere il tipo di ione incidente in base alla maggiore reattività nei confronti del campione in studio.

Un primo tipo di sorgenti di ioni primari è costituito da una sorgente di gas (generalmente duoplasmatron [3]) che produce fasci di  $O_2^+$ ,  $O^+$ ,  $Ar^+$ ,  $Xe^+$ , o altri gas.

Ionizzazione di superficie o sorgenti di ioni di metalli liquidi (LMIS) sono utilizzate invece per produrre per esempio fasci di ioni  $Cs^+$  e  $Ga^{3+}$ .

In generale fasci primari di ossigeno sono impiegati per aumentare la produzione di ioni da elementi elettropositivi come quelli del gruppo I A e III A. E' stato mostrato [4] che fasci primari di ossigeno negativo riducono la concentrazione di carica sulla superficie di elementi isolanti.

Fasci primari di Cesio sono utilizzati per aumentare la produzione di ioni da parte di elementi elettronegativi quali quelli dei gruppi VI A e VII A.

L'impiego di sorgenti di ioni di metalli liquidi, particolarmente l'uso di sorgenti di Gallio liquido, permette di avere ragionevoli correnti di lavoro (10 pA) con dimensioni dello spot fino a 20-30 nm [1].

## *Analisi degli ioni*

Gli ioni secondari vengono analizzati da spettrometri di massa.

Tre sono i tipi di spettrometro usualmente impiegati per le indagini SIMS: lo spettrometro di massa a doppia messa a fuoco, il quadrupolo e lo spettrometro a tempo di volo.

Lo spettrometro di massa a doppia messa a fuoco [3,5,6,7] è costituito da un settore elettrostatico che separa il fascio ionico secondario in diverse componenti a seconda della loro energia, e da un settore magnetico che separa gli ioni a seconda del rapporto massa/carica ( $m/z$ ). Il settore elettrostatico, costituito da due condensatori sferici, disperde il fascio in base alle energie possedute dagli ioni. Maggiore è l'energia iniziale degli ioni, minore è la deflessione che essi subiscono all'interno del settore elettrostatico (fig. 3).

L'ampiezza della fenditura posta dopo il settore elettrostatico (energy slit) può essere variata in modo da selezionare un determinato range di energia e filtrare quindi gli ioni secondari.

All'interno del settore magnetico gli ioni, precedentemente accelerati da un potenziale  $V$ , sono sottoposti ad un campo magnetico uniforme  $B$  diretto perpendicolarmente al piano di moto. Essi seguono pertanto traiettorie circolari il cui raggio  $R$  è dato da

$$R = \frac{mV}{zB}$$

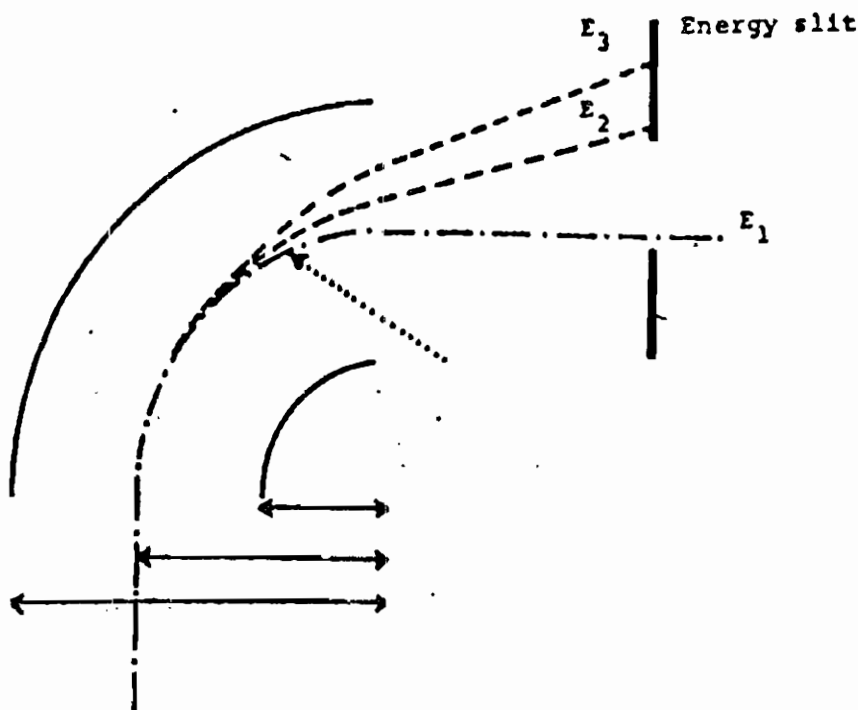
dove  $m$  è la massa dello ione mentre  $z$  è il numero di carica.

Gli ioni vengono quindi separati in base al rapporto massa/carica: ioni con stessa massa e diversa carica oppure con stessa carica e diversa massa seguono traiettorie differenti, mentre ioni caratterizzati da stessa massa e stessa carica seguono la medesima traiettoria e non vengono pertanto distinti dall'analizzatore. In questo caso si possono verificare fenomeni di interferenza che verranno discussi in seguito.

Lo spettrometro di massa a doppia focalizzazione è caratterizzato da alta trasmissione e dalla possibilità di operare con alta risoluzione di massa ( $M/\Delta M = 10000$ ). Il range di massa di questi analizzatori è limitato dall'intensità del campo magnetico al



range di massa di circa 300 unità di massa atomica (uma). Inoltre l'isteresi limita la velocità alla quale le masse possono essere analizzate.

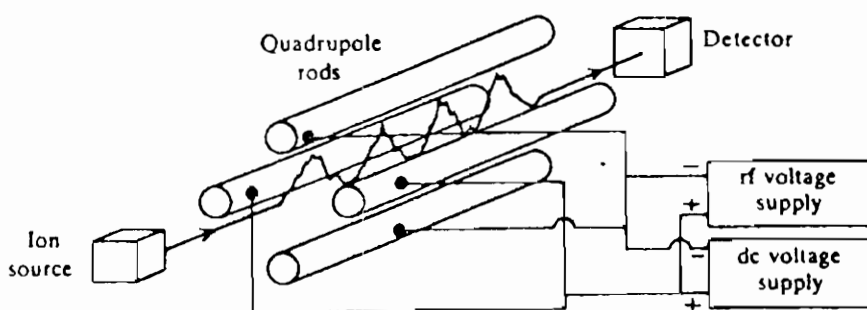


**Fig. 3:** Rappresentazione schematica della dispersione in energia attuata dal settore elettrostatico.  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  rappresentano tre distinti valori di energia degli ioni e  $E_3 > E_2 > E_1$  [3]

Il quadrupolo [5,8,9] (o "filtro di massa") è costituito da quattro sbarre parallele (elettrodi) ai capi delle quali (fig. 4) vengono applicate una tensione continua e una alternata a radio frequenza. Sotto l'influenza di questa combinazione di campi gli ioni percorrono complesse traiettorie all'interno dell'analizzatore. Modificando le due tensioni in modo che il loro rapporto resti costante, è possibile foccheggiare le particelle in base alla loro massa poiché per ogni

coppia di valori delle due tensioni solo gli ioni con una certa massa possono passare attraverso i cilindri.

Il quadrupolo, essendo sprovvisto di filtro in energia, viene spesso utilizzato in unione con un settore elettrostatico [10]. I quadrupoli sono molto impiegati a causa del minor costo e della adattabilità a differenti macchine, ma hanno bassa trasmissione e più bassa risoluzione in massa rispetto agli spettrometri a doppia messa a fuoco.



**Fig. 4:** Rappresentazione schematica di un filtro di massa a quadrupolo [5]. E' possibile vedere la complessa traiettoria di uno ione foccheggiato.

L'analizzatore a tempo di volo [2,5,11,12] (TOF) determina la massa degli ioni in base al tempo che impiegano ad arrivare a un rivelatore. Gli ioni vengono accelerati da un potenziale  $V$ . In questo modo la velocità di uno ione dipende dalla sua massa per cui se un gruppo di ioni è accelerato e successivamente fatto passare lungo una regione senza campo elettrico, gli ioni arriveranno al rivelatore in tempi differenti a seconda della loro velocità. Poiché l'energia è  $E \propto v^2$  e il tempo di volo è  $t \propto 1/v$ , la risoluzione in energia è  $\Delta E/E = 2\Delta t/t$ . La risoluzione in energia è quindi determinata dalla lunghezza del tubo dell'analizzatore. Gli analizzatori TOF richiedono una sorgente di ioni impulsata e sofisticati analizzatori a multicanali per determinare l'esatto istante di arrivo degli ioni sul rivelatore. Il range di massa è virtualmente illimitato, la risoluzione in massa è alta

così come la trasmissione. Queste caratteristiche rendono gli analizzatori TOF molto adatti all'analisi di materiali polimerici e biologici.

#### *Microsonda ionica e microscopio ionico*

Un'apparecchiatura SIMS può lavorare in due differenti modi: come microsonda ionica e come microscopio ionico [1,3].

Quando l'apparecchio lavora come microsonda ionica la formazione dell'immagine è simile a quella che si ha nei microscopi elettronici a scansione: un fascio ionico avente un diametro dell'ordine del micron viene fatto scansionare sulla superficie del campione e il segnale degli ioni secondari è misurato come funzione della posizione, l'immagine è generata punto per punto e la risoluzione laterale è determinata dal focheggiamento del fascio ionico primario e dal volume di emissione degli ioni secondari.

Utilizzando invece lo strumento SIMS come microscopio ionico l'immagine della superficie viene direttamente riprodotta attraverso un opportuno sistema di lenti elettrostatiche. L'immagine reale, filtrata in massa, viene osservata simultaneamente con un rivelatore sensibile alla posizione. Per i microscopi ionici il fascio ionico primario può essere più grande (dimensioni di decine di micron) e non deve necessariamente essere fatto scansionare attraverso la superficie per generare l'immagine. La risoluzione dell'immagine è determinata dal focheggiamento, dall'aberrazione dell'ottica degli ioni secondari e dalla risoluzione del rivelatore (tipicamente 0.5-1  $\mu\text{m}$ ).

Gli apparecchi di tipo microsonda sono impiegati in combinazione con tutti e tre i tipi di analizzatore di massa descritti in precedenza, mentre i microscopi ionici sono usati con settori magnetici e TOF.

## **4. Dati**

Tre sono i metodi comunemente usati per acquisire e mostrare i dati nel corso di misure SIMS: lo spettro di massa, il profilo di concentrazione in profondità e l'immagine ionica secondaria.

### *Spettro di massa*

Uno spettro di massa fornisce un grafico del segnale degli ioni secondari in funzione della massa. Per acquisire lo spettro di massa occorre scansionare con l'analizzatore in massa il range di interesse per le masse degli ioni e il segnale dello ione secondario deve essere raccolto per ogni massa. Il limite superiore per la massa dipende dall'analizzatore, in particolare è di circa 300 unità di massa atomica per il settore magnetico, 500 una per il quadrupolo e superiore a 5000 una per il TOF [1]. Gli spettri di massa sono utilizzati per determinare qualitativamente gli elementi di interesse nel campione, determinare eventuali interferenze di massa che potrebbero oscurare il segnale dell'elemento di interesse e permettere confronti qualitativi fra differenti campioni.

In figura 5 è mostrato lo spettro di ioni secondari positivi da Silicio cristallino [1] ottenuto con un fascio primario di  $O_2^+$  di energia pari a 12.5 keV. Come si vede si riconoscono i picchi dei diversi isotopi dello ione  $Si^+$  (di masse 28, 29 e 30),  $Si^{2+}$ ,  $SiO^+$ ,  $SiO_2^+$  ecc.

### *Profilo di concentrazione in profondità*

Profili di concentrazione in profondità sono ottenuti identificando gli elementi di interesse e settando l'analizzatore in modo da raccogliere dati per ciascun elemento sequenzialmente. Così ciascun ciclo contiene un punto da ciascun elemento a circa la stessa profondità nel campione. Lo spettro risultante mostra la variazione del segnale ionico per particolari specie come funzione del tempo.

L'asse del tempo è convertito in profondità "sputterata" misurando la profondità del cratere alla fine dell'esperimento per mezzo di un profilometro a stilo. L'asse  $y$  è convertito in concentrazione degli elementi attraverso fattori di sensibilità ottenuti da standards.

I profili di concentrazione in profondità sono usati per ottenere informazioni sulla variazione di concentrazione degli elementi di interesse in funzione della profondità. Essi sono anche impiegati per studiare variazioni in un campione come funzione del trattamento subito.

In figura 6 è riportato il profilo in profondità di vanadio impiantato in silicio cristallino, ottenuto con un fascio primario di  $O_2^+$  di energia pari a 12.5 keV [1].

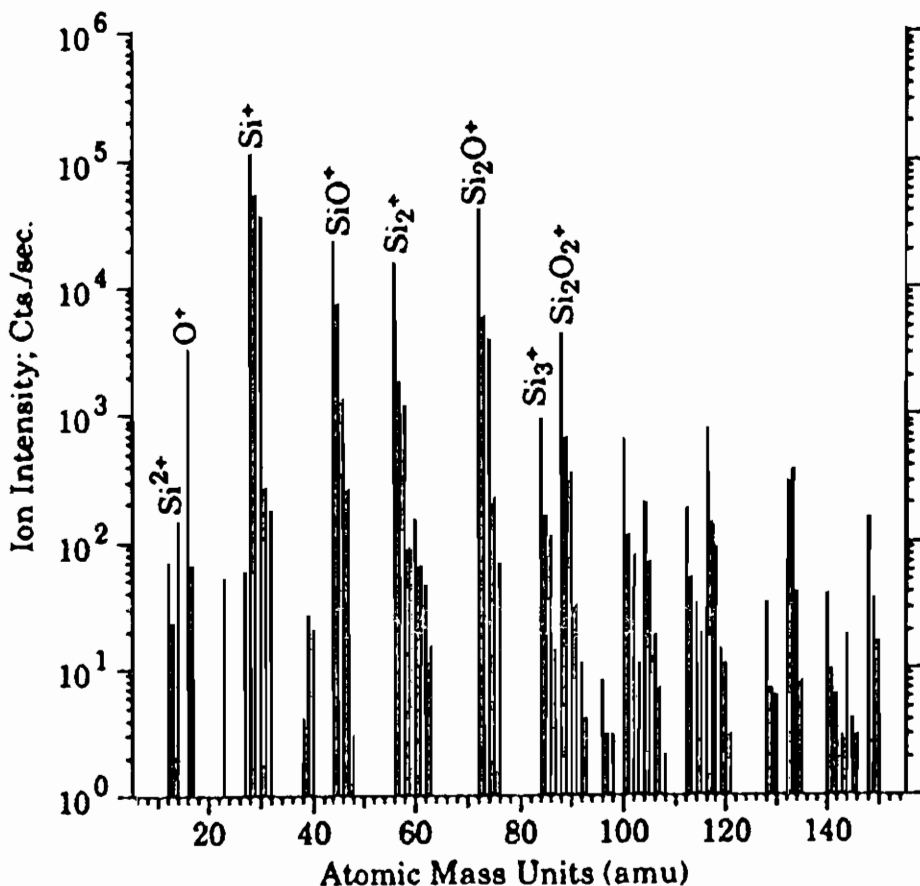
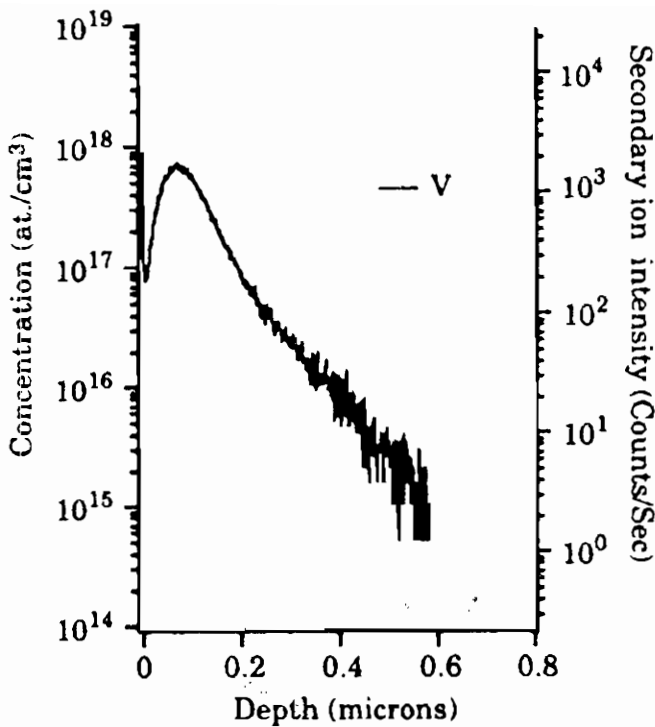


Fig. 5: Spettro di massa degli ioni secondari positivi emessi da Silicio cristallino, ottenuto con un fascio primario di  $O_2^+$ , 12.5 keV [1]



**Fig. 6:** Profilo di concentrazione in profondità di vanadio impiantato in Silicio cristallino, ottenuto con  $O_2^+$ , 12.5 keV [1]

*Immagine ionica secondaria*

L'immagine ionica secondaria fornisce informazioni sulla posizione laterale di un determinato elemento nel campione. Se un'immagine dello ione secondario dà informazioni sulla distribuzione laterale di un singolo elemento, allora è possibile ottenere informazioni tridimensionali raccogliendo differenti immagini di ioni a differenti profondità ("image depth profiling").

La figura 7 mostra due immagini ioniche di Si<sup>+</sup> e Al<sup>+</sup> ottenute da un circuito integrato [1]. Le zone chiare indicano in ciascuna immagine le zone della superficie del campione da cui originavano i segnali rispettivamente di Si<sup>+</sup> e Al<sup>+</sup>.

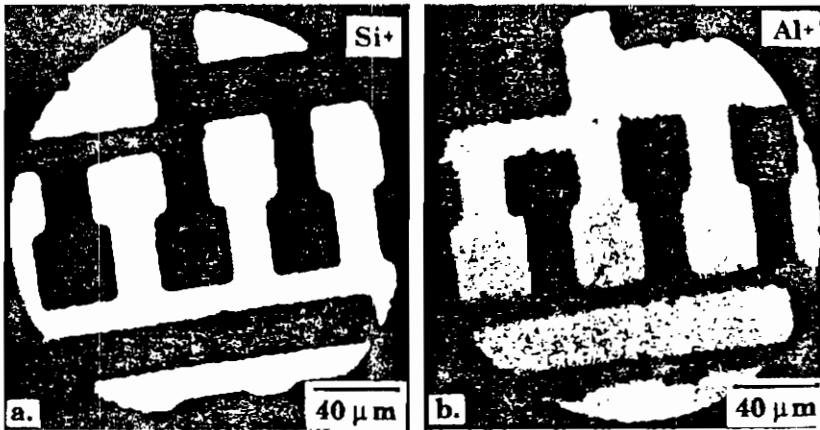


Fig. 7: Immagini ioniche secondarie ottenute da un pezzo di circuito integrato bombardato con  $O_2^+$ , 12.5 keV. In a) è riportata l'immagine di  $Si^+$ , in b) quella di  $Al^+$  [1]

### 5. Analisi quantitativa

La maggiore difficoltà che si incontra nel fare un'analisi quantitativa dei dati SIMS è la conversione dei segnali degli ioni secondari nelle concentrazioni degli stessi.

La produzione di ioni secondari è il parametro più importante nelle analisi SIMS. Esso è definito come il numero di ioni dell'elemento  $i$ , formati per ciascun atomo di  $i$  "sputterato" dalla superficie, ed è dato dalla seguente espressione [1]:

$$Y_i^{\pm} = \gamma_i^{\pm} \cdot S_i$$

dove  $\gamma_i^{\pm}$  rappresenta l'efficienza di ionizzazione (negativa o positiva) mentre  $S_i$  è la produzione per sputter dell'elemento  $i$ , vale a dire il numero di atomi dell'elemento  $i$  emessi per ciascun ione primario incidente. Sperimentalmente si è osservato che la produzione di ioni è correlata con l'affinità elettronica per gli elementi

elettronegativi e con il potenziale di ionizzazione per quelli elettropositivi [13,14].

Le produzioni di ioni per diversi elementi nella stessa matrice possono variare di un fattore fino a  $10^6$ ; analogamente le produzioni di ioni per lo stesso elemento in diverse matrici possono variare molto. La variazione della produzione di ioni secondari a seconda dell'elemento e della matrice è noto come "effetto matrice" e costituisce il principale ostacolo alla conversione dei segnali ionici secondari in dati di concentrazione.

Le produzioni di ioni sono molto sensibili alla quantità di ossigeno [15] presente nella matrice: matrici ossidate esaltano la produzione di ioni di elementi elettropositivi; aumenti nella produzione di ioni da elementi elettropositivi sono pure osservati bombardando il campione con ossigeno o flussandolo con ossigeno durante il bombardamento. Analogamente aumenti nella produzione di ioni negativi sono osservati bombardando il campione con ioni di elementi elettropositivi.

Sebbene si stia cercando di elaborare un modello teorico per il processo di ionizzazione da sputter, non ne esiste ancora uno soddisfacente e in grado di descrivere tutti i materiali. Per questo per un'analisi quantitativa dei dati SIMS si ricorre a standards semiempirici. Tali procedure analitiche sono generalmente basate su curve di calibrazione (curve di lavoro) e sull'uso dei "fattori di sensibilità relativa" (RFS) definiti [16] da

$$RFS = \frac{(I_X / C_X \eta_X)}{(I_R / C_R \eta_R)}$$

dove  $I$  è l'intensità misurata per uno ione atomico,  $C$  è la concentrazione atomica,  $\eta$  l'abbondanza isotopica della specie misurata,  $X$  l'elemento d'interesse e  $R$  l'elemento di riferimento dello stesso campione. In questo modo i fattori strumentali sono già inclusi e non devono essere misurati o calcolati separatamente se l'intensità della specie di interesse e quella del riferimento sono misurate nella stessa configurazione sperimentale. Una volta che un RFS è stato determinato per un campione di concentrazione nota, può essere



utilizzato per calcolare la concentrazione di un campione sconosciuto, purché l'elemento di interesse e la matrice siano gli stessi del campione standard. Gli standards devono infatti riprodurre il più possibile le caratteristiche della combinazione elemento-matrice che si intende studiare.

Il metodo più comune di costruire standards è quello di impiantare [17] nella matrice di interesse quantità note di un certo elemento. Si misura poi il profilo in profondità dell'elemento impiantato, si calcola il fattore di sensibilità relativa e si costruiscono curve di calibrazione rappresentanti l'andamento dell'intensità in funzione della concentrazione. Si è trovato [1] che i fattori di sensibilità relativa sono soprattutto applicabili nel range di concentrazione nel quale l'elemento di interesse possa essere considerato presente "in traccia" nella matrice, vale a dire circa  $\leq 1\%$ . In questo caso la composizione della matrice rimane essenzialmente costante e l'intensità ionica secondaria è una funzione lineare della concentrazione. A livelli maggiori del 1% l'andamento dell'intensità degli ioni secondari in funzione della concentrazione non è più lineare e gli stessi fattori di sensibilità relativa non possono più essere applicati all'intera curva.

Infine, per quantificare i profili di profondità occorre convertire il tempo di sputtering in profondità "sputterata" e ciò è solitamente fatto misurando la profondità del cratere di sputter dopo l'analisi, attraverso un profilometro a stilo. Se la velocità di sputter è costante nel tempo la scala di profondità è una funzione lineare del tempo di sputtering. In generale comunque instabilità nel fascio primario e variazioni nella matrice possono determinare variazioni della velocità di sputter durante l'analisi.

## **6. Risoluzione in profondità, limite di rivelazione, range dinamico e risoluzione laterale**

Esistono quattro parametri che misurano la qualità di una misura SIMS: risoluzione in profondità, limite di rivelazione, range dinamico e risoluzione laterale.

La risoluzione in profondità è una misura dell'accuratezza con cui variazioni di concentrazione  $c(z)$  con la profondità  $z$  possono essere derivate dalla corrente ionica secondaria misurata sperimentalmente. Essa è influenzata dalla rozzezza della superficie del campione e dalla velocità di sputter. I valori tipici per la risoluzione in profondità sono di 10÷20 nm, anche se in GaAs è stata raggiunta un risoluzione di 2 nm [18].

Il limite di rivelazione è la più piccola quantità rilevabile di un elemento in una data matrice. Esso è determinato dalla sensibilità SIMS per l'elemento (funzione della produzione ionica e dell'area di analisi), dalle interferenze spettrali alla massa di interesse e dal background strumentale. Anche se la sensibilità per un elemento è alta il limite di rivelazione può essere basso se ci sono interferenze o contributi di background in corrispondenza della massa di interesse. La sensibilità è tipicamente di qualche ppm per la maggior parte degli elementi, mentre per alcuni si può arrivare a ppb [17,19].

Il range dinamico indica di quante decadi può variare il segnale nell'ambito della stessa analisi senza che fattori di disturbo risultino evidenti: può capitare che nell'ambito della medesima analisi il segnale di un certo elemento risulti 10 conteggi al secondo mentre quello di un altro  $10^5$ . Il range dinamico di misure SIMS per alcune analisi può essere  $> 10^5$ .

La risoluzione laterale infine rappresenta la risoluzione delle immagini laterali ottenute con la tecnica SIMS ed è tipicamente 2-10  $\mu\text{m}$ , ma può arrivare a meno di 100 nm per la microsonda ionica con sorgenti ioniche primarie tipo LMIS [1,20], e a 0.5-1  $\mu\text{m}$  per il microscopio ionico.

## 7. Fattori che disturbano le misure SIMS

Vi sono diversi effetti che possono "disturbare" un'analisi SIMS [17]. Citiamo di seguito i più importanti.

Un primo ostacolo, principalmente nella misura dei profili di concentrazione in profondità, è dato dalla disomogeneità del fascio ionico primario. Se il fascio è disomogeneo il cratere scavato avrà un

fondo curvo, con conseguenti distorsioni del profilo dovute al fatto che ioni che provengono da profondità diverse simultaneamente contribuiranno alla corrente ionica misurata. Si può ovviare a questo problema innanzi tutto aumentando l'omogeneità del fascio primario, e in secondo luogo facendo in modo che solo le particelle sputterate da un'area  $A_s$  possano entrare nello spettrometro di massa. Questo può essere ottenuto piazzando un elettrodo di estrazione con un'apertura pari ad  $A_s$  di fronte al bersaglio.

Un altro problema per i profili in profondità è quello della rideposizione, causata dal fatto che dalle pareti del cratere materiale può essere spruzzato all'interno dello stesso. Si può ridurre tale problema creando un cratere il più possibile a pareti piatte.

Un altro problema, comune a tutti i tipi di misure SIMS, è quello delle interferenze di massa. Esse si verificano allorché in corrispondenza dello stesso valore di massa si trovano contributi di ioni atomici e/o molecolari differenti. Le interferenze di massa possono essere ridotte migliorando la risoluzione in massa dello spettrometro e sfruttando l'analizzatore in energia. L'impiego del filtro in energia trae vantaggio dal fatto che gli spettri di energia degli ioni molecolari e atomici emessi sono assai diversi: i primi hanno uno spettro nettamente piccato a basse energie, i secondi hanno invece uno spettro allargato con code anche ad alte energie (>75 eV). Selezionando un intervallo di energia alto si possono pertanto scartare gli ioni molecolari la cui massa interferirebbe con quella degli elementi di interesse.

Altri effetti di disturbo originano dalle interazioni fra proiettili e atomi del bersaglio. Si può avere la formazione di sfaccettature, solchi, coni, a seconda del tipo di bersaglio utilizzato.

Per finire campioni non conduttori [21] producono seri problemi all'analisi a causa di due distinti effetti: la concentrazione di carica e la distorsione dei potenziali elettrici sulla superficie del campione. La concentrazione di carica sulla superficie rende instabile il punto di impatto con conseguente perdita del sito di analisi. Per ovviare a questo problema due metodi sono generalmente seguiti. Il primo consiste nell'impiego di fasci primari negativi (tip  $O^-$ ) se si intendono studiare ioni secondari positivi: in tal caso gli elettroni secondari

dovrebbero allontanare la carica negativa portata dagli ioni primari. Il secondo metodo prevede l'uso di una pistola a flusso di elettroni a incidenza normale rispetto alla superficie del campione, sia per studiare ioni secondari positivi che negativi.

La distorsione del potenziale elettrico sulla superficie del campione causa drastiche fluttuazioni dell'efficienza di estrazione degli ioni sputterati. Per fissare il potenziale della superficie, i campioni di isolanti sono ricoperti in vuoto da uno strato di 200 Å o più di oro o carbonio prima dell'analisi.

## 8. SIMS statica e SIMS dinamica

Esistono due regimi nei quali le analisi SIMS sono in genere condotte: il regime statico e quello dinamico.

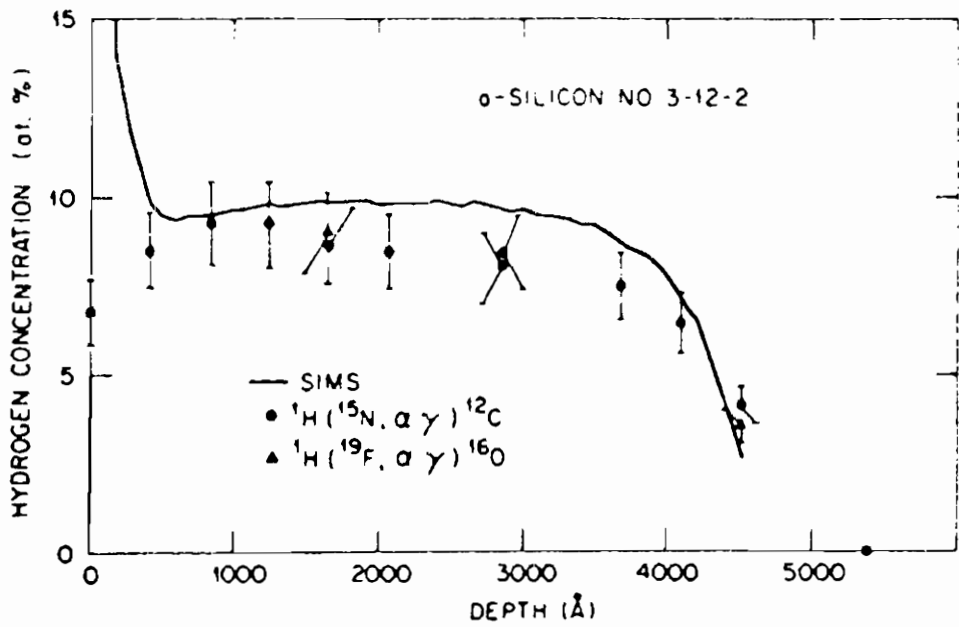
La SIMS statica [22] (SSIMS) impiega basse dosi di ioni primari ( $10^{12} - 10^{13} \text{ cm}^{-2}$ ) per limitare il danno alla superficie e in modo che ogni ione del fascio primario abbia un impatto con un'area vergine della superficie. Ciò comporta un'analisi quasi-statica del monolayer superficiale. I livelli di segnale della SSIMS sono bassi a causa della bassa dose di ioni primari, per cui è auspicabile utilizzare uno spettrometro ad alta trasmissione. SSIMS viene spesso usata per studiare frammenti molecolari provenienti da matrici organiche ad alto peso e polimeri [23] e per questo viene spesso indicata col nome di SIMS molecolare. Le misure SSIMS possono essere realizzate con qualsiasi analizzatore di massa. Un tipo particolare di SSIMS è costituito dalla tecnica TOF-SIMS che accoppia la bassa dose di ioni primari richiesta con gli spettrometri a tempo di volo. Gli analizzatori a tempo di volo sono particolarmente adatti alla tecnica SSIMS perché possiedono l'alta trasmissione richiesta per i bassi segnali generati durante l'analisi, assicurano l'ampio range dinamico necessario per analizzare ioni pesanti e possiedono l'alta risoluzione di massa che permette di determinare in maniera accurata complicate strutture molecolari.

La SIMS dinamica utilizza invece alte dosi di ioni primari ( $> 10^{13} \text{ cm}^{-2}$ ) al fine di massimizzare il segnale per l'analisi di elementi

presenti in traccia. A causa dell'alta dose di ioni primari il campione è eroso, ed è quindi possibile accedere rapidamente a regioni del campione sottostanti. Nella SIMS dinamica le dosi di ioni primari sono sufficienti per causare significative distruzioni della regione vicino alla superficie del campione, con conseguente perdita di informazioni molecolari. Per questo motivo la SIMS dinamica non è indicata per studiare molecole e composti dei quali si vogliono conservare le informazioni riguardanti i legami chimici.

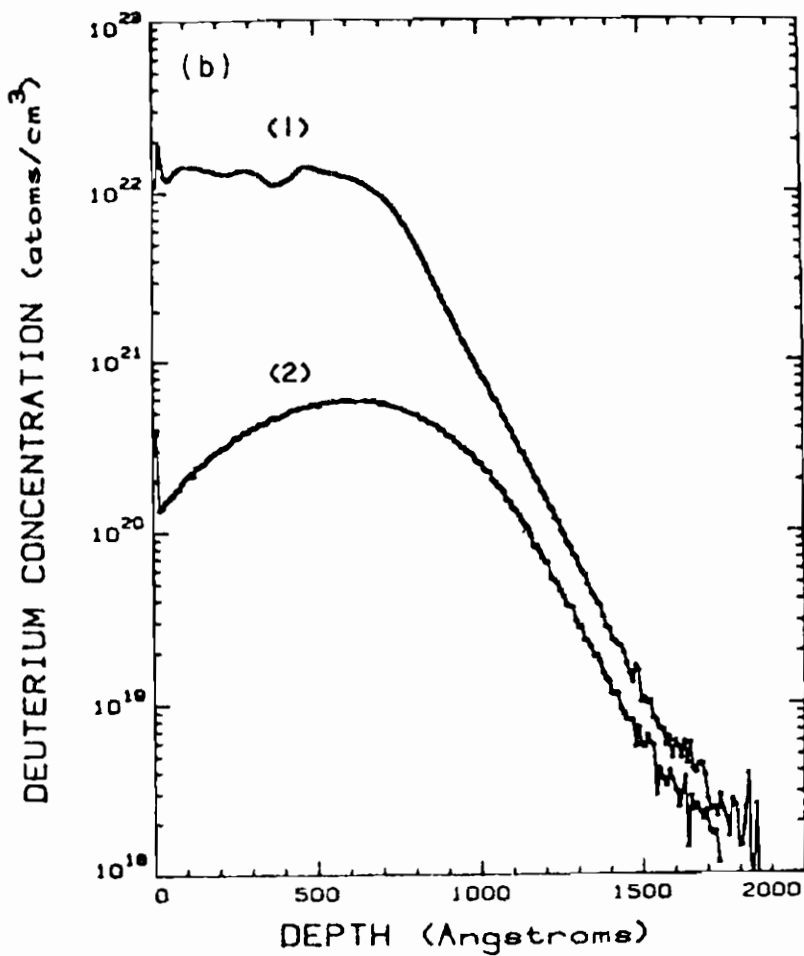
## 9. Esempi

In figura 8 è mostrato il risultato di un'analisi quantitativa in profondità di idrogeno in Silicio paragonato ai risultati ottenuti con tecniche nucleari [24]. I dati SIMS sono stati ottenuti utilizzando un fascio primario di ioni  $\text{Ar}^+$ , mentre gli ioni secondari  $\text{H}^+$  sono stati analizzati con un filtro a quadrupolo unito ad un filtro di energia. I dati nucleari sono stati invece ottenuti usando le reazioni nucleari  $^1\text{H}(^{15}\text{N}, \alpha\gamma)^{12}\text{C}$  e  $^1\text{H}(^{19}\text{F}, \alpha\gamma)^{16}\text{O}$  eccitate dai fasci ionici  $^{19}\text{F}^{3+}$  e  $^{15}\text{N}^{2+}$  di energia di 16.4 e 6.41 MeV. Le particelle  $\alpha$  sono contate mediante tecniche nucleari standard; il loro numero dà la concentrazione di H mentre la perdita di energia la profondità. Come risulta dalla figura, a parte il picco SIMS in superficie, l'accordo fra le due tecniche è molto buono.



**Fig. 8:** Profilo di concentrazione in profondità di H impiantato in Si amorfo: la linea continua rappresenta il risultato di misure SIMS, i pallini neri il risultato ottenuto utilizzando la reazione nucleare  ${}^1\text{H}({}^{15}\text{N}, \alpha \gamma){}^{12}\text{C}$ , mentre i triangoli neri il risultato ottenuto utilizzando la reazione  ${}^1\text{H}({}^{19}\text{F}, \alpha \gamma){}^{16}\text{O}$  [24]

La figura 9 mostra i risultati [25] di un'analisi SIMS di deuterio impiantato in Silicio con fasci primari di D<sup>+</sup> di energia di 2 keV. Come si vede il range dinamico è di quasi quattro ordini di grandezza.



**Fig. 9:** Analisi SIMS di D impiantato in Si con ioni primari di D<sup>+</sup> di energia di 2 keV in dosi totali di 10<sup>18</sup> atomi/cm<sup>2</sup> (curva 1) e 10<sup>16</sup> atomi/cm<sup>2</sup> (curva 2) [25]

La tecnica SIMS può essere impiegata anche per studiare strutture a multilayer. La figura 10 mostra il profilo di concentrazione in profondità [1] dei principali elementi (eccetto P) costituenti un super-reticolo di 30 periodi di GaInP<sub>2</sub> (12.2 nm) e GaAs (9.1 nm) depositati su un substrato di GaAs. Tutti gli strati sono visibili anche se i sottili strati di GaAs non sono completamente risolti a causa dei limiti di risoluzione in profondità della particolare analisi.

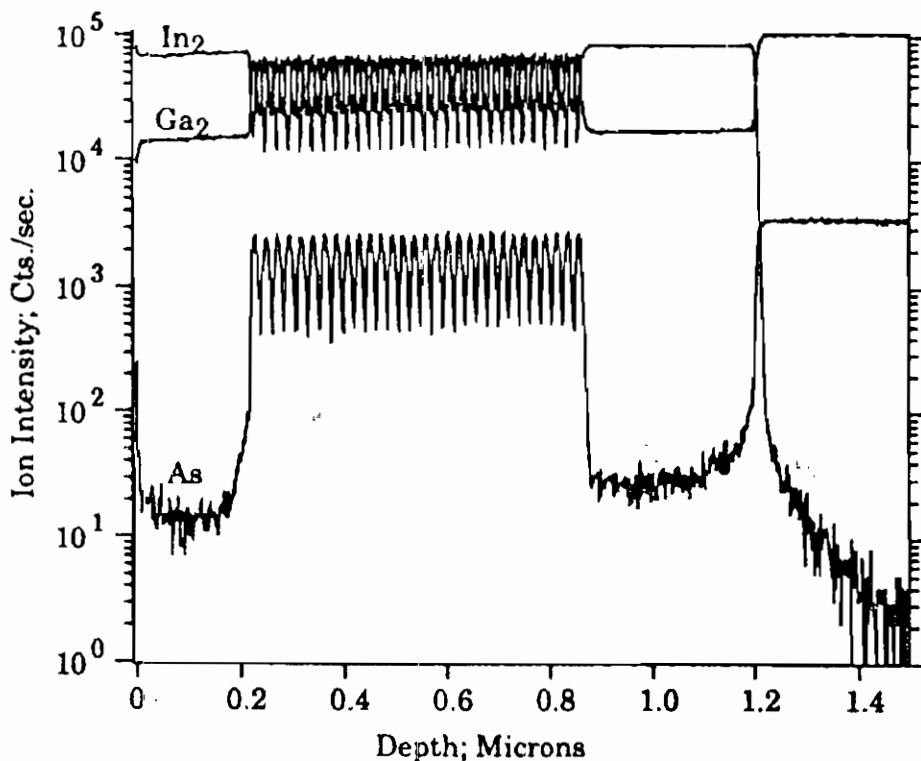


Fig. 10: Profilo in profondità di un super-reticolo di 30 periodi di GaInP<sub>2</sub> (12.2 nm) e GaAs (9.1 nm) depositati su un substrato di GaAs [1]

In figura 11 è mostrato il profilo di concentrazione in profondità di Al in una struttura a multilayer di AlGaAs/GaAs [26]. I valori di concentrazione di Al ( $x_{Al}$ ) sono confrontati con quelli ottenuti da spettri di fotoluminescenza. L'accuratezza dei dati SIMS, comparando i due risultati, è dell'1%-2%. La risoluzione in



profondità è migliore di 100 Å. I risultati SIMS sono stati ottenuti utilizzando una particolare tecnica consistente nel rivelare gli ioni molecolari  $CsM^+$  ( $M$  è l'elemento della matrice che deve essere analizzato), bombardando con ioni primari  $Cs^+$ . Questa tecnica offre il vantaggio che la produzione di ioni  $CsM^+$  è scarsamente dipendente dalla composizione della matrice e produce perciò curve di calibrazione lineari.

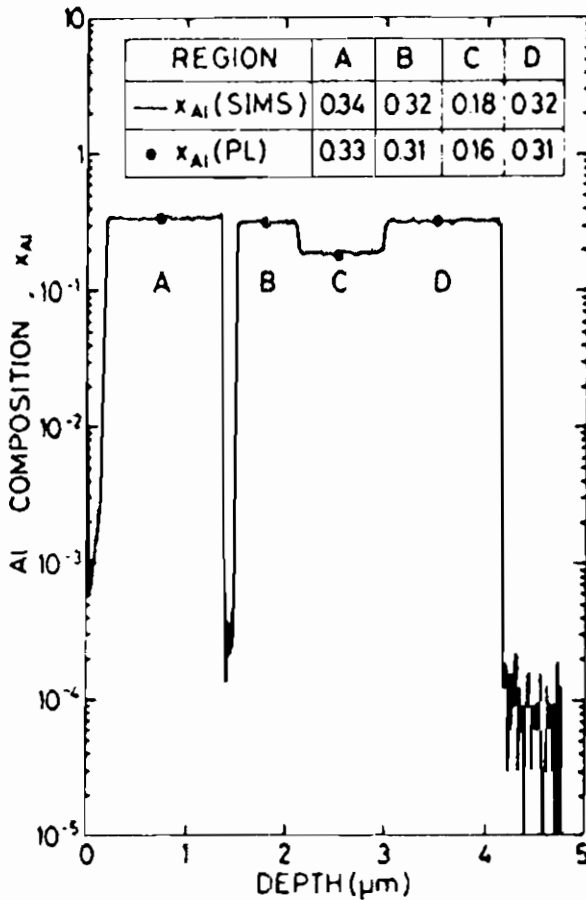


Fig. 11: Profilo di concentrazione in profondità di Al in una struttura a multilayer di AlGaAs/GaAs [26]. I dati SIMS sono stati ottenuti utilizzando un fascio primario di ioni  $Cs^+$  di energia di 10 keV. La tabella all'interno del grafico fornisce i valori SIMS e quelli ottenuti da misure di fotoluminescenza in quattro regioni (A, B, C, D) del campione.

## 10. Tecniche correlate

Vi sono numerose varianti della tecnica SIMS. Queste tecniche utilizzano diversi metodi per generare gli ioni secondari, per analizzarli e per rivelarli.

Esse possono essere suddivise in due categorie. Nella prima gli ioni secondari sono generati direttamente tramite impatto con ioni, atomi o fotoni. Questa categoria include la SIMS statica e la SIMS dinamica, la spettrometria di massa a bombardamento con atomi veloci (FABMS) e la spettrometria di massa a ionizzazione laser (LIMS).

Il secondo gruppo di tecniche studia invece gli atomi e le molecole neutri espulsi dalla superficie e solo in un secondo tempo ionizzati ("post-ionizzazione") o con fasci di elettroni o con laser o con sorgenti di plasma. Queste tecniche vengono dette spettrometrie di massa a particelle neutre "sputterate" (SNMS, sputtered neutral mass spectrometries) e, rispetto alla SIMS, hanno il vantaggio di non essere influenzate da effetti di carica sulla superficie degli isolanti semplificando quindi le analisi sugli stessi e di essere scarsamente influenzate da cambiamenti nella matrice con conseguente riduzione dell' "effetto matrice" e possibilità di analisi quantitative più semplici.

## 11. Conclusioni

E' possibile a questo punto fare un bilancio dei vantaggi e degli svantaggi della tecnica SIMS.

La SIMS è una tecnica che unisce alta sensibilità e buona selettività per gli elementi: essa è in grado di analizzare tutti gli elementi della tavola periodica dall'idrogeno all'uranio compresi gli isotopi con una sensibilità di ppm per la maggior parte degli elementi e di ppb per alcuni altri. Il range dinamico è piuttosto alto ( $> 10^5$ ) e la risoluzione laterale piuttosto buona (0.5-1  $\mu\text{m}$ ). Anche la risoluzione in profondità è molto buona essendo dell'ordine di 10-20 nm con punte di 2 nm. Inoltre la SIMS è adatta a studiare un'ampia varietà di

materiali, dai metalli ai semiconduttori e agli isolanti, dai materiali organici e biologici ai polimeri.

Tra gli svantaggi che la tecnica presenta il più importante è che essa si basa su un complicato fenomeno fisico, la produzione di ioni durante la rimozione di materiale dalla superficie, non ancora completamente capito e spiegato teoricamente. La proporzione di ioni nel materiale "sputterato" dipende fortemente dalla particolare combinazione elemento-matrice studiata ("effetto matrice") e ciò rende difficoltosa l'analisi quantitativa dei dati. Inoltre la SIMS è una tecnica distruttiva, per cui ogni nuova analisi deve essere realizzata su una nuova area del campione e le informazioni chimiche dettagliate vengono perse durante il processo di sputtering. Infine per ottenere accurati profili è importante che la superficie del campione sia (localmente) piatta e conduttrice.

Per quanto concerne gli sviluppi futuri della tecnica SIMS e di quelle ad essa correlate, le dimensioni sempre più piccole dei dispositivi a semiconduttore, pongono sia la tecnica SIMS che le tecniche SNMS di fronte alla sfida di saper utilizzare al meglio e al più alto grado le informazioni provenienti da ciascun atomo emesso dalla superficie del campione. Ciò significherà per SIMS statica e dinamica ottimizzare la trasmissione strumentale, la sensibilità del rivelatore e le prestazioni delle sorgenti ioniche primarie (alta brillantezza in piccoli spot) e aumentare la produzione di ioni secondari. Per le SNMS significherà incrementare la produzione di specie post-ionizzate o aumentando l'efficienza di post-ionizzazione o aumentando la trasmissione strumentale.

Sono comunque le tecniche SNMS le migliori candidate a sostenere questa sfida poiché il materiale neutro "sputterato" costituisce la maggior parte di tutto il materiale espulso dalla superficie del campione. Le tecniche SNMS inoltre, grazie alla riduzione dell'effetto matrice, consentono una semplificazione dell'analisi quantitativa dei dati. E' pertanto ragionevole ipotizzare che in futuro, grazie anche alla disponibilità in commercio delle strumentazioni, le tecniche SNMS saranno utilizzate in una sempre più ampia varietà di problematiche, affiancandosi alle tradizionali SIMS statica e dinamica.

## Bibliografia

- [1] S. E. Asher "Secondary Ion Mass Spectrometry" in "Microanalysis of Solids" edito da B. G. Yacobi, D. B. Holt e L. L. Kazmerski, Plenum Press, New York, 1994
- [2] W. Heiland and E. Taglauer "Ion Scattering and Secondary-Ion Mass Spectrometry" in "Methods of experimental physics", vol. 22, Academic Press Incorporation, 1985
- [3] L. Ottolini "Tecnica Sims e strumentazione Cameca IMS 4F", dispense del corso di Laboratorio della Scuola di Specializzazione in Scienza e Tecnologia dei Materiali dell'Università degli Studi di Pavia, Anno Accademico 1994-95
- [4] C. A. Anderson, H. J. Roden, C. F. Robinson, *J. Appl. Phys.* **40**, 3419 (1969)
- [5] M. E. Rose, R. A. W. Johnstone "Mass spectrometry for chemists and biochemists", Cambridge University Press, 1980
- [6] R. F. K. Herzog e F. P. Viehböck, *Phys. Rev.* **76**, 855 (1949)
- [7] H. Liebl, *J. Appl. Phys.* **38**, 5277 (1967)
- [8] A. Benninghovene E. Loebach, *Rev. Sci. Instrum.* **42**, 49 (1971)
- [9] K. Wittmaack, *Rev. Sci. Instrum.* **47**, 157 (1976)
- [10] C. W. Magee, W. L. Harrington, R. E. Honig, *Rev. Sci. Instrum.* **49**, 477 (1978)
- [11] T. M. Buck, G. H. Wheatley, G. L. Miller, D. A. H. Robinson e Y. S. Chen, *Nucl. Instrum. Methods* **149**, 591 (1978)
- [12] Said A. Agamy e James E. Robinson, *Nucl. Instrum. Methods* **149**, 595 (1978)
- [13] V. R. Deline, C. A. Evans e P. Williams, *Appl. Phys. Lett.* **33**, 578 (1978)
- [14] V. R. Deline, W. Katz, C. A. Evans e P. Williams, *Appl. Phys. Lett.* **33**, 832 (1978)
- [15] H. W. Werner "Investigation of Solids by means of an ion bombardment mass spectrometer", in "Developments in Applied Spectroscopy" edito da E. L. Grove, Plenum Press New York, **7A**, 239 (1969)

- [16] J. A. McHugh, *NBS Special Publication (US)* n. 427, (1975)
- [17] H. W. Werner, *Acta Electronica*, **19**, 53 (1976)
- [18] J. B. Clegg, I. G. Gale, *Surf. Interface Anal.* **17**, 190 (1991)
- [19] L. Ottolini, P. Bottazzi e R. Vannucci, *Anal. Chem.* **65**, 1960 (1993)
- [20] R. Levi-Setti, *Vacuum*, **41**, 1598 (1990)
- [21] L. Ottolini "SIMS Technique and its applications to earth sciences" in "Atti del XII seminario spettrochimico AIM, della VII riunione italo-francese di spettrometria atomica e del II incontro di spettroscopia analitica SCI", S. Margherita Ligure, 5-7 ottobre 1988
- [22] A. Benninghoven, *Surf. Sci.* **35**, 427 (1973)
- [23] M. P. Mawn, R. W. Linton, S. R. Bryan, B. Hagenhoff, U. Jurgens, A. Benninghoven, *J. Vac. Sci. Technol.* **A9**, 1307 (1991)
- [24] G. J. Clark, C. W. White, D. D. Aldred, B. R. Appleton, F. B. Kock e C. W. Magee, *Nucl. Instrum. Methods* **149**, 9 (1978)
- [25] C. W. Magee, S. A. Cohen, D. E. Voss e D. K. Brice, Lab. Rep. PPPL-1575. Princeton Univ., Princeton, New Jersey (1979)
- [26] Y. Gao, *J. Appl. Phys.* **64**, 3760 (1988)



Emanuele Poli

Dipartimento di Fisica "Alessandro Volta"  
dell'Università di Pavia

# Funzioni di struttura in elettrodinamica quantistica

Seminario tenuto il 29 novembre 1996

# 1 Introduzione

La trattazione teorica delle correzioni radiative di tipo elettromagnetico, di fondamentale importanza nell'ambito del confronto tra le predizioni del Modello Standard delle particelle elementari e i dati sperimentali, in particolare ad acceleratori come LEP a Ginevra, dove si sono raggiunte precisioni molto elevate, coinvolge calcoli piuttosto laboriosi e sono possibili diversi approcci: il metodo perturbativo sfrutta il formalismo dei diagrammi di Feynman: vengono calcolati i contributi dovuti alla radiazione di un numero finito di fotoni indipendentemente dalla loro energia; la difficoltà del calcolo aumenta al crescere del numero dei fotoni considerati; è, però, possibile sfruttare un approccio funzionale che descrive la radiazione di fotoni mediante funzioni di struttura che obbediscono ad equazioni di evoluzione (dette di Altarelli-Parisi) ricavate in base alla dinamica delle interazioni in gioco. Il metodo funzionale si basa sull'ipotesi che la radiazione di fotoni avvenga indipendentemente dal processo elementare non radiativo: questa ipotesi è nota come proprietà di fattorizzazione [1].

In questa sede, verranno esposte le caratteristiche fondamentali del modello a partoni come è stato formulato originariamente, ossia nell'ambito delle interazioni forti (QCD), e si mostrerà come esso possa essere adattato al campo dell'elettrodinamica quantistica (QED). Fondamentali in questo modello sono le funzioni di struttura cui si è accennato: verrà quindi delineato il procedimento attraverso il quale possono essere ricavate le equazioni di Altarelli-Parisi e verranno prese in considerazione le diverse soluzioni (approssimate), che sono state proposte per tale equazione. Per con-



cludere, si esaminerà il problema del calcolo delle correzioni radiative di stato iniziale a sezioni d'urto di interesse sperimentale, accennando infine al più recente sviluppo del formalismo trattato, ossia il metodo cosiddetto di QED Parton Shower.

## 2 Il modello a partoni

L'idea fondamentale [2] (sostenuta da numerose evidenze sperimentali) alla base del modello a partoni è che gli adroni (ossia le particelle che risentono delle interazioni forti) non siano particelle elementari ma siano a loro volta composti da costituenti puntiformi detti, appunto, partoni. Questo termine, coniato da Feynman, è stato poi assimilato, nella concezione dei fisici, a quello di quark che compare nella teoria di Gell-Mann e Zweig [3].

Prendiamo in considerazione un'interazione di tipo elettromagnetico (mediata quindi dallo scambio di un fotone  $\gamma$ ) che coinvolga un adrone  $A$  (un protone, per fissare le idee), e supponiamo che il momento scambiato sia sufficiente perché venga "sondata" la struttura interna del protone stesso: ciò significa richiedere che la lunghezza d'onda  $\lambda = h/p$  associata al fotone sia inferiore alle dimensioni dell'adrone. Le ipotesi che vengono formulate (di cui discuteremo fra breve la validità) sono:

1. L'adrone interagisce con il fotone direttamente attraverso uno dei suoi partoni.
2. L'interazione non è influenzata dalla presenza di altri partoni.

È logico a questo punto chiedersi come il momento totale dell'adrone sia suddiviso fra i partoni che lo compongono. Si introducono allora le funzioni (dette *funzioni di struttura*)

$$f_i(z_i), \quad z_i \equiv \frac{p_i}{p}; \quad (1)$$

esse rappresentano la probabilità di trovare dentro l'adrone il partone  $i$ -esimo con frazione  $z_i$  del momento totale. Formalmente, le

funzioni  $f_i$  intervengono nelle [3]

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 f_i(x) \quad (2)$$

$$F_2(x) = x \sum_i e_i^2 f_i(x), \quad (3)$$

che descrivono il vertice non elementare fra fotone e adrone ( $e_i$  è la carica dell' $i$ -esimo quark); le  $F_{1,2}(x)$  non saranno considerate qui se non per notare come esse non dipendano dal momento scambiato nell'interazione  $\gamma - A$ : l'interpretazione fisica che si dà di questo fatto è che, una volta che il fotone abbia rivelato i partoni all'interno dell'adrone, esso non "vedrà" ulteriori sottostrutture, perché i quark sono elementari, ossia puntiformi: questa proprietà è detta *scaling* di Bjorken. Sono state tuttavia evidenziate sperimentalmente delle deviazioni da questa regola: diminuendo infatti la lunghezza d'onda della "sonda" fotonica, le interazioni fra partoni non possono più essere trascurate (si veda la seconda delle ipotesi formulate prima). Possiamo ad esempio pensare che un quark interagisca con un altro all'interno dell'adrone irraggiando energia (sotto forma di un gluone) e che successivamente avvenga l'interazione del primo col fotone: in questo caso, il fotone "vedrà" il quark con un momento inferiore a quello previsto sulla base dell'assunzione di partoni non interagenti.

Quanto detto non è caratteristico della QCD ma un approccio di questo tipo può essere anche applicato ai leptoni e alla QED: un leptone (nelle nostre considerazioni si tratterà sempre di un elettrone), infatti, pur essendo una particella elementare, può emettere (e riassorbire) un fotone (virtuale); in questo modo è possibile che, al momento dell'interazione, il leptone posseda un'energia diversa da quella che avrebbe se trascurassimo la possibilità di irraggiamento. D'ora in poi restringeremo il nostro interesse all'ambito della QED.

### 3 L'equazione di Altarelli-Parisi

Riprendiamo l'equazione (3) scritta in precedenza:

$$F_2(x) = x \sum_i e_i^2 f_i(x) \quad (4)$$

e riscriviamola nella forma

$$\begin{aligned} \frac{F_2(x)}{x} &= \sum_i e_i^2 \int_x^1 \delta(x-y) f_i(y) dy = \\ &= \sum_i e_i^2 \int_x^1 \delta\left(1 - \frac{x}{y}\right) f_i(y) \frac{dy}{y}. \end{aligned} \quad (5)$$

Come abbiamo visto, tale relazione è scritta nell'ipotesi di partoni non interagenti, quindi non prevede irraggiamento di energia: di questa eventualità si può tener conto effettuando la sostituzione

$$\delta\left(1 - \frac{x}{y}\right) f_i(y) \rightarrow \delta\left(1 - \frac{x}{y}\right) f_i(y) + f_i(y) F_e^e\left(\frac{x}{y}, q^2\right), \quad (6)$$

dove  $F_e^e\left(\frac{x}{y}, q^2\right)$  è la probabilità (dipendente dalla scala di energia  $q^2$ ) di trovare un elettrone di frazione di impulso  $x$  dentro un elettrone di frazione di impulso  $y$ . In questo modo, il secondo termine descrive la possibilità che una frazione di impulso  $y - x$  sia stata irraggiata<sup>1</sup>.

Delineiamo ora il procedimento utilizzato da Chen e Zerwas (1975) [4] per ricavare la forma esplicita della funzione  $F_e^e(x, q^2)$ ; per semplicità, ricaviamo prima la  $F_e^\gamma(x, q^2)$ , ossia la probabilità di trovare, in un elettrone, un fotone di energia  $x$ . Una volta calcolata la  $F_e^\gamma(x, q^2)$ , avremo ovviamente

$$F_e^e(x, q^2) = F_e^\gamma(1 - x, q^2) : \quad (7)$$

---

<sup>1</sup>Parliamo sempre di frazioni di impulso perché, nelle considerazioni che faremo più avanti, considereremo elettroni appartenenti a fasci con una certa energia nominale  $E$  e che, in seguito ad irraggiamento, avranno mantenuto una certa frazione di energia  $x E$ .

se infatti all'elettrone sarà rimasta, dopo l'irraggiamento, una frazione di energia  $x$ , significa che il fotone se ne sarà portata via una frazione  $1 - x$ .

Prendiamo in considerazione il processo:

$$e + A \rightarrow e' + A' \quad (8)$$

e scriviamo la ampiezza di transizione in teoria delle perturbazioni:

$$T_{fi} = \sum_n \frac{\langle f; H | n \rangle \langle n | H | i \rangle}{E_i - E_n} \quad (9)$$

dove si indica con  $|i\rangle$  lo stato iniziale, con  $|f\rangle$  quello finale e con  $|n\rangle$  uno stato virtuale intermedio in cui è presente il fotone virtuale; in sostanza:

$$\begin{aligned} |i\rangle &= |e, A\rangle \\ |f\rangle &= |e', A'\rangle \\ |n\rangle &= |e', \gamma, A\rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

Scegliamo un sistema di riferimento in cui l'elettrone si muove lungo l'asse  $z$  e in cui  $P \gg m_e$  (*infinite momentum frame*); avremo quindi<sup>2</sup>:

$$\begin{aligned} p_e &= (P, \vec{0}, P) \\ p_{e'} &= \left( (1-x)P + \frac{p_T^2}{2(1-x)P}, \vec{p}_T, (1-x)P \right) \\ p_\gamma &= \left( xP + \frac{p_T^2}{2xP}, -\vec{p}_T, xP \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Il modulo quadro dell'elemento di matrice risulta, con il consueto significato della notazione,

$$|T_{fi}|^2 = \frac{e^2}{[2E_\gamma(E - E' - E_\gamma)]^2} \left( \sum_\lambda (\bar{u} \not{\epsilon}(\lambda) u) \langle A' | H | \gamma_\lambda, A \rangle \right).$$

---

<sup>2</sup>Nella successiva la prima componente indica l'energia, la seconda il momento trasverso (cioè la proiezione del trimomento nel piano  $xy$ ) e la terza la componente longitudinale del momento.

$$\left( \sum_{\lambda'} (\bar{u} \not{\epsilon}(\lambda') u)^* \langle A' | H | \gamma_{\lambda'}, A \rangle^* \right); \quad (12)$$

le precedenti formule per la cinematica ci permettono di ricavare, svolgendo il calcolo facendo uso delle algebre di Dirac e Lorentz:

$$2E_{\gamma}[E_e - E_{e'} - E_{\gamma}] = -\frac{p_T^2}{1-x} \quad (13)$$

e

$$\left( \sum_{spin} (\bar{u} \not{\epsilon}(\lambda') u)^* (\bar{u} \not{\epsilon}(\lambda) u) \right) = \delta_{\lambda\lambda'} \frac{2p_T^2}{x^2(1-x)} [1 + (1-x)^2]. \quad (14)$$

Introducendo il fattore di flusso e i fattori di spazio delle fasi si ottiene infine:

$$\frac{d^2 \sigma_{eA \rightarrow e'A'}}{\sigma_{\gamma A \rightarrow A'}} = 4\pi\alpha \frac{E_{\gamma}}{E_e} \frac{2[1 + (1-x)^2]}{x^2 p_T^2} \frac{dx dp_T^2}{16\pi^2}. \quad (15)$$

Dall'esame della formula precedente si possono trarre due importanti informazioni sulla dinamica della reazione che stiamo considerando, osservando la presenza delle due singolarità in corrispondenza a  $p_T \rightarrow 0$  e  $x \rightarrow 0$ . La prima è detta singolarità *collineare* e ci dice come sia favorito uno stato finale in cui il fotone (e l'elettrone) escono a piccolo angolo rispetto alla direzione iniziale; va precisato che, in realtà, non si tratta di una vera e propria singolarità, in quanto un calcolo che tenga conto della massa dell'elettrone (che qui abbiamo trascurato) fornisce un termine che trasforma la singolarità in un picco di altezza finita. La singolarità per  $x \rightarrow 0$ , detta *infrarossa*, mostra come la gran parte dei fotoni sia emessa a bassa energia (questa volta si tratta di una singolarità vera e propria, che viene riassorbita prendendo in considerazione l'emissione di fotoni virtuali, trascurata nel calcolo appena esposto: si ha allora la cosiddetta cancellazione infrarossa [5-8]).

Effettuando le approssimazioni (si vedano le (11))

$$p_T^2 \simeq q^2 \equiv (p_e - p_{e'})^2 \quad (16)$$

$$E_{\gamma} \simeq xE \quad (17)$$

e integrando rispetto al momento trasverso (scegliendo come limite inferiore un valore di riferimento  $q_0^2$  che porremo uguale alla massa dell'elettrone al quadrato e come limite superiore il valore di  $q^2$  relativo al processo fisico considerato, cioè quello determinato dalla legge di conservazione del quadri-impulso al vertice  $ee'\gamma$ ) otteniamo infine:

$$\frac{d\sigma_{eA \rightarrow e'A'}}{\sigma_{\gamma A \rightarrow A'}} = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1 + (1-x)^2}{x} \ln \left( \frac{q^2}{m_e^2} \right) dx. \quad (18)$$

Portando il denominatore del primo membro della precedente al numeratore del secondo membro, la sezione d'urto  $eA \rightarrow e'A'$  può quindi essere scritta come il prodotto della sezione d'urto  $\gamma(xE)A \rightarrow A'$  per la densità di probabilità che tale fotone di frazione di momento  $x$  venga irraggiato dall'elettrone  $e$ . Ovviamente occorre integrare rispetto ad  $x$  fra 0 ed 1 per tenere conto di tutte le configurazioni cinematiche possibili in cui può avvenire il processo. Si può così scrivere:

$$\sigma(eA \rightarrow e'A') = \int_0^1 dx \sigma(\gamma A \rightarrow A') F_e^\gamma(q^2, x) \quad (19)$$

e confrontando con la (18) si ricava:

$$F_e^\gamma(x, q^2) = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1 + (1-x)^2}{x} \ln \left( \frac{q^2}{m_e^2} \right), \quad (20)$$

che può essere riscritta

$$F_e^\gamma(x, q^2) = \frac{\alpha}{2\pi} \ln \left( \frac{q^2}{m_e^2} \right) \mathcal{P}_{e\gamma}(x), \quad (21)$$

con:

$$\mathcal{P}_{e\gamma}(x) = \frac{1 + (1-x)^2}{x} \quad (22)$$

che viene chiamato *vertice di Altarelli-Parisi*. Secondo quanto detto sopra, è ora immediato ricavare  $F_e^e(x, q^2)$ :

$$F_e^e(x, q^2) = F_e^\gamma(1-x, q^2) \quad (23)$$

e perciò:

$$\mathcal{P}_{ee}(x) = \mathcal{P}_{e\gamma}(1-x) \quad (24)$$

da cui:

$$\mathcal{P}_{ee}(x) = \frac{1+x^2}{1-x}. \quad (25)$$

Per completezza notiamo che, da un punto di vista matematico, l'integrazione della (19) con  $F_e^\gamma(x, q^2)$  dato dalla (20) dà un integrale logicamente divergente e quindi una sezione d'urto infinita; tuttavia, l'inclusione dei contributi di fotoni virtuali cui si accennava prima regolarizza questa divergenza. Si può dimostrare che l'espressione completa per i vertici detti *regolarizzati* è:

$$\wp_{ee}(x) = \frac{1+x^2}{1-x} - \delta(1-x) \int_0^1 du \frac{1+u^2}{1-u} \quad (26)$$

$$\wp_{e\gamma}(x) = \frac{1+(1-x)^2}{x} - \delta(x) \int_0^1 du \frac{1+(1-u)^2}{u}. \quad (27)$$

Ora che abbiamo ottenuto l'espressione esplicita per la funzione  $F_e^\epsilon\left(\frac{x}{y}, q^2\right)$ , possiamo riprendere l'equazione (5) (in cui effettuiamo la sostituzione (6)):

$$\frac{F_2(x, q^2)}{x} = \sum_i e_i^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} f_i(y) \left[ \delta\left(1 - \frac{x}{y}\right) + F_e^\epsilon\left(\frac{x}{y}, q^2\right) \right]. \quad (28)$$

Se consideriamo il secondo termine entro parentesi quadra come una correzione, dovuta al processo di radiazione, al primo termine, l'equazione precedente può essere scritta:

$$\frac{F_2(x, q^2)}{x} = \sum_i e_i^2 \left[ f_i(x) + \Delta f_i(x, q^2) \right] \quad (29)$$

da cui quindi:

$$\begin{aligned} \Delta f_i(x, q^2) &= \int_x^1 \frac{dy}{y} f_i(y) F_e^\epsilon\left(\frac{x}{y}, q^2\right) = \\ &= \frac{\alpha}{2\pi} \ln\left(\frac{q^2}{m_e^2}\right) \int_x^1 \frac{dy}{y} f_i(y) \wp_{ee}\left(\frac{x}{y}\right). \end{aligned} \quad (30)$$

La (31) rappresenta l'equazione di evoluzione della densità  $f_i(x)$ ; indichiamo tale densità con la notazione  $D(x, q^2)$  e riferiamo la variazione  $\Delta f_i$  rispetto alla variabile  $t \equiv \ln\left(\frac{q^2}{m_e^2}\right)$ ; abbiamo allora:

$$\frac{dD(x, q^2)}{dt} = \frac{\alpha}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} D(y, q^2) \varphi_{ee}\left(\frac{x}{y}\right) \quad (31)$$

che prende il nome di equazione di Altarelli-Parisi [9].

## 4 Soluzioni dell'equazione di Altarelli-Parisi

La soluzione analitica esatta dell'equazione di Altarelli-Parisi non è conosciuta; tuttavia, al fine di effettuare i calcoli delle correzioni radiative cui si accennava nell'introduzione e di cui si darà un esempio più avanti, è indispensabile ricavare, in forma analitica, delle soluzioni approssimate di tale equazione.

Le soluzioni analitiche (approssimate) che si trovano in letteratura possono essere divise in due classi:

1. risommate soffici;
2. iterative.

Le prime sono ricavate nell'approssimazione  $x \simeq 1$  (ricordiamo che  $x$  è la frazione dell'energia iniziale rimasta all'elettrone dopo l'irraggiamento: come s'è visto, la maggior parte della radiazione avviene per  $x \simeq 1$  per la presenza della singolarità infrarossa); esse contengono quindi il contributo dei soli fotoni soffici, ma a tutti gli ordini della teoria delle perturbazioni, cioè non è posto un limite al numero di fotoni irraggiati. Un esempio di soluzione di questa



classe è quella detta di Gribov-Lipatov<sup>3</sup> [10]:

$$D_{GL}(x, s) = \frac{e^{\frac{1}{2}\beta(\frac{3}{4}-\gamma_E)} 1}{\Gamma(1 + \frac{1}{2}\beta)} \frac{1}{2} \beta (1-x)^{\frac{1}{2}\beta-1}, \quad (32)$$

dove  $\gamma_E$  è la costante di Eulero-Mascheroni  $\gamma_E = 0.577$  e

$$\beta \equiv \frac{\alpha}{2\pi} \left( \ln \frac{s}{m_e^2} - 1 \right) \equiv \frac{\alpha}{2\pi} (L - 1) \quad (33)$$

( $L$  è detto logaritmo *collineare*). Nella soluzione (32) è importante notare come la risommazione dei contributi soffici a tutti gli ordini perturbativi si traduca nella presenza della costante di struttura fine (che rappresenta la costante di accoppiamento delle interazioni elettromagnetiche), contenuta in  $\beta$ , all'esponente del termine  $1-x$ . Essendo  $\beta \simeq 1/40$  alle energie che considereremo, questa funzione presenta una singolarità integrabile in corrispondenza a  $x = 1$ .

Le soluzioni iterative sono invece ricavate sostituendo nell'equazione di Altarelli-Parisi la funzione di struttura data dall'equazione stessa ed arrestando il procedimento all'ordine desiderato. Al secondo ordine nella costante di accoppiamento abbiamo ad esempio [11]

$$\begin{aligned} D_{IT\alpha^2}(x, s) = & \frac{1}{2}\beta \frac{1}{1-x} - \frac{1}{4}\beta(1+x) + \left(\frac{1}{2}\beta\right)^2 \frac{1}{1-x} [\ln(1-x) + \\ & + \frac{3}{4}] + \frac{1}{32}\beta^2 [-4(1+x)\ln(1-x) + \\ & + 3(1+x)\ln x - 4\frac{\ln x}{1-x} - 5 - x]. \end{aligned} \quad (34)$$

Le soluzioni di questa classe sono, ordine per ordine, esatte. Ciò significa, ad esempio, che la soluzione di Gribov-Lipatov, espansa al secondo ordine in  $\beta$ , è contenuta nella (34), che conterrà altresì i contributi di radiazione dura fino al secondo ordine.

<sup>3</sup>Si introduce come scala di energia delle interazioni in gioco, per scopi futuri, la variabile di Mandelstam  $s$  pari al quadrato dell'energia totale di una reazione nel centro di massa.

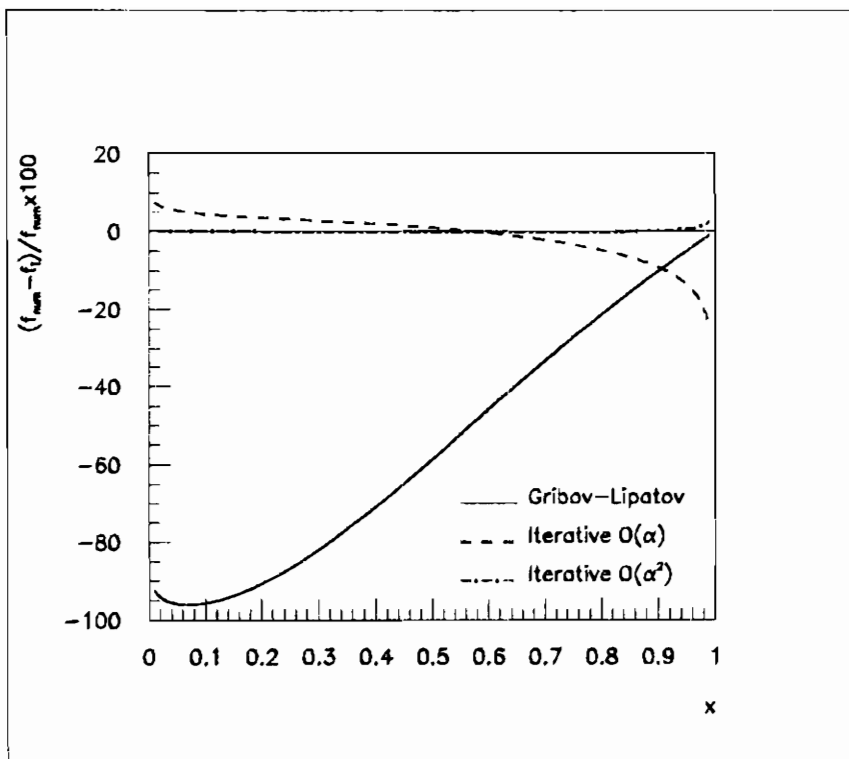


Figura 1. Scostamenti percentuali dalla soluzione di riferimento numerica delle funzioni di struttura di Gribov-Lipatov (linea continua), iterativa al 1° ordine (linea tratteggiata) e iterativa al 2° ordine (linea tratto-punto) su tutto lo spettro  $0 < x < 1$ .

Sulla base delle considerazioni svolte, risulta evidente che le soluzioni di tipo risommato sono più accurate in approssimazione soffice, ossia per  $x \simeq 1$ , e non tengono quindi adeguatamente conto della regione di radiazione dura, mentre le seconde, essendo troncate ad un ordine finito, non tengono conto degli effetti a molti fotoni, importanti viceversa nella regione soffice.

Tale situazione è evidenziata in figura 1, dove si mostrano gli scostamenti di tre soluzioni approssimate da una soluzione numerica

presa come riferimento<sup>4</sup>.

Per far fronte a questi problemi e cercare di abbinare i pregi delle due classi di soluzioni si scrivono allora delle soluzioni in forma ibrida, date da una parte risommata (tratta dalle soluzioni di tipo soffice) e da una parte (tratta dalle soluzioni di tipo iterativo) che descrive, ad un ordine finito della teoria delle perturbazioni, il contributo dei fotoni duri. Le soluzioni di tipo ibrido sono divise in *ibride additive* [12], in cui i contributi di radiazione dura sono sommati alla parte soffice, ossia (assumendo ad esempio come soluzione soffice quella di Gribov-Lipatov)

$$D_{AD}(x, s) = D_{GL}(x, s) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2}\beta\right)^i g_i(x) \quad (35)$$

e *ibride fattorizzate* [13], in cui tali contributi vanno a moltiplicare la parte risommata, ossia

$$D_{FAC}(x, s) = D_{GL}(x, s) \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2}\beta\right)^{i-1} h_i(x). \quad (36)$$

Le funzioni  $g_i(x)$  e  $h_i(x)$  si ricavano per confronto fra le soluzioni iterative e quelle risommate, una volta sviluppate in serie queste ultime allo stesso ordine di quelle ibride rispetto alla costante di accoppiamento.

In figura 2 è mostrato lo scostamento percentuale, inferiore al 5 per mille, delle soluzioni ibride additive e fattorizzate con contributi “duri” al secondo e terzo ordine rispetto alla soluzione numerica di riferimento. Com'è ovvio, il disaccordo maggiore fra le soluzioni al secondo e quelle al terzo ordine si manifesta nella regione di radiazione dura, mentre per  $x \simeq 1$  le varie soluzioni sono equivalenti, avendo tutte la medesima parte risommata (di Gribov-Lipatov).

---

<sup>4</sup>Tale soluzione numerica, valida come *benchmark*, è poi di minore utilità nei calcoli come quelli presentati più avanti perché il suo impiego richiederebbe tempi macchina troppo elevati; di qui l'esigenza di disporre di soluzioni analitiche dell'equazione di evoluzione.

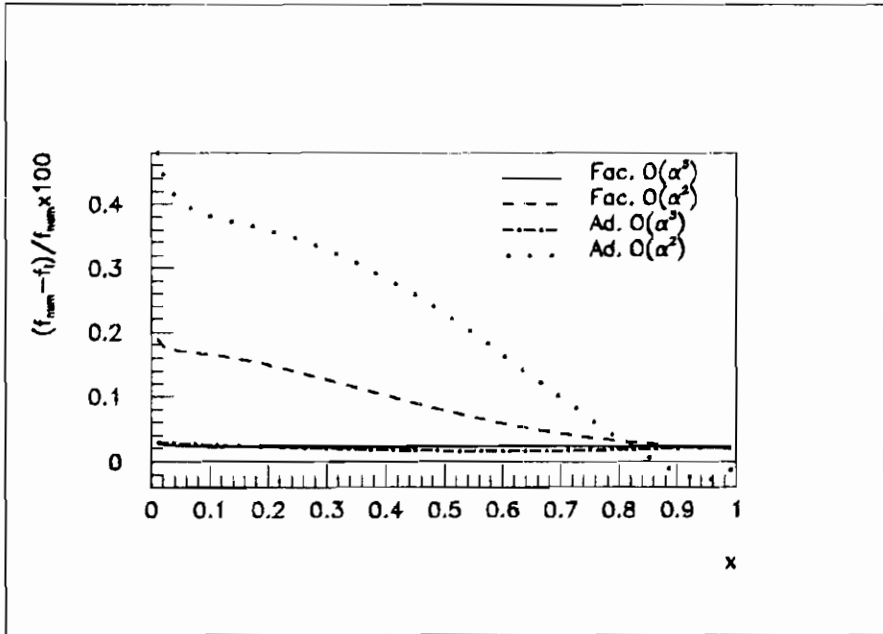


Figura 2. Scostamenti percentuali dalla soluzione numerica delle funzioni di struttura ibride additive al 2° e 3° ordine e ibride fattorizzate al 2° e 3° ordine.

## 5 Correzioni radiative di stato iniziale nell'approccio a funzioni di struttura

Abbiamo a questo punto a disposizione:

1. un'equazione di evoluzione (di Altarelli-Parisi) per la quantità  $D(x, q^2)$ , detta funzione di struttura, che, come s'è visto, si può interpretare fisicamente come la probabilità che, alla scala di energia  $q^2$ , dentro ad un elettrone si trovi un elettrone con frazione  $x$  del quadri-impulso dell'elettrone genitore;

2. delle soluzioni approssimate di tale equazione, di cui abbiamo discusso e discuteremo ulteriormente tra poco l'accuratezza.

Come applicazione del formalismo fin qui sviluppato affronteremo il calcolo di sezioni d'urto con correzioni elettromagnetiche di stato iniziale alle energie di interesse a LEP1 e LEP2, ossia per energie nel centro di massa comprese all'incirca fra 88 e 205  $GeV$ ; in particolare, verrà studiata la reazione  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ . Si ricorda che, alle energie in considerazione, la sezione d'urto elementare  $\sigma_0$  (detta di *hard scattering*) per tale reazione è caratterizzata dalla presenza di un'importante picco in corrispondenza ad un'energia pari alla massa del bosone intermedio  $Z^0$ , quindi per  $\sqrt{s} \simeq 91 GeV$ . Verrà anche brevemente svolto un confronto dei diversi risultati ottenuti utilizzando, nel calcolo, diverse soluzioni per le funzioni di struttura. In particolare, secondo quanto visto in precedenza, ci occuperemo delle sole funzioni di struttura ibride, con contributi "duri" al secondo e al terzo ordine, le sole in grado di fornire risultati di sufficiente precisione.

Nell'approccio a funzioni di struttura, è possibile scrivere la sezione d'urto di un processo reale in cui ha luogo irraggiamento prima della collisione come integrale di convoluzione (alla Drell-Yan) della sezione d'urto elementare con le funzioni di struttura relative alle particelle collidenti:

$$\sigma(s) = \int dx_1 dx_2 D_{ee}(x_1, s) D_{\bar{e}\bar{e}}(x_2, s) \sigma_0(x_1 x_2 s); \quad (37)$$

nell'equazione precedente sono sommate (con la rispettiva probabilità, rappresentata dalla funzione di struttura) tutte le configurazioni in cui l'elettrone (il positrone) perde per irraggiamento una frazione  $x_1$  ( $x_2$ ) della propria energia iniziale, facendo sì che la collisione avvenga ad un'energia effettiva  $\sqrt{x_1 x_2 s}$ .

Per quanto riguarda il dominio di integrazione su  $x_1$  e  $x_2$ , dove  $x_1$  e  $x_2$  sono variabili definite nell'intervallo  $[0,1]$ , in generale l'unico vincolo che è necessario imporre su di esse è che l'energia effettivamente disponibile nel centro di massa  $\sqrt{x_1 x_2 s}$  sia quanto meno

quella necessaria per creare le masse della coppia finale  $\mu^+\mu^-$ ; tale condizione si scrive quindi semplicemente:

$$x_1 x_2 s \geq 4m_\mu^2. \quad (38)$$

Indicando quindi con  $x_{cut}$  la quantità  $4m_\mu^2/s$ , l'integrale precedente può essere scritto, esplicitando gli estremi di integrazione

$$\sigma(s) = \int_{x_{cut}}^1 dx_1 \int_{\frac{x_{cut}}{x_1}}^1 dx_2 D(x_1, s) D(x_2, s) \sigma_0(x_1 x_2 s). \quad (39)$$

È importante sottolineare fin da ora che le correzioni radiative di stato iniziale hanno un impatto estremamente rilevante sulle sezioni d'urto: per citare solo gli aspetti più evidenti, la posizione del picco della  $Z^0$  si sposta verso alte energie di circa 100 MeV e si abbassa del 25 ÷ 30%.

Prima di procedere oltre, è necessario aggiungere qualche considerazione riguardo all'approssimazione insita nell'approccio funzionale qui esposto, che conduce al calcolo di sezioni d'urto per mezzo dell'equazione (37). Com'è stato detto, questo approccio si basa sull'ipotesi che il processo di radiazione da parte delle particelle collidenti sia indipendente dalla particolare reazione considerata; rimangono quindi esclusi finora i contributi tipicamente *process-dependent*. Di questi è però possibile dare conto grazie ad opportuni algoritmi[14] basati sul confronto tra la sezione d'urto (37) e quella (esatta) calcolata perturbativamente ad un ordine finito (tipicamente all'ordine  $\alpha$ ), sempreché ovviamente tale calcolo sia possibile. Indicate quindi con  $\sigma_{s.f.}$  la sezione d'urto (37), con  $\sigma_{s.f.}^{(\alpha)}$  la sezione d'urto ottenuta impiegando nella (37) le funzioni di struttura sviluppate al primo ordine in  $\alpha$  e con  $\sigma_{er}^{(\alpha)}$  la parte  $\mathcal{O}(\alpha)$  della sezione d'urto calcolata perturbativamente, si può scrivere

$$\sigma_A = \sigma_{s.f.} - \sigma_{s.f.}^{(\alpha)} + \sigma_{er}^{(\alpha)}. \quad (40)$$

L'equazione (40) è in forma additiva ed è per costruzione esatta all'ordine  $\alpha$  e include altresì correzioni d'ordine superiore contenute

in  $\sigma_{s.f.}$ . Con lo stesso intento, è possibile scrivere una sezione d'urto fattorizzata nella forma

$$\sigma_F = (1 + \Delta)\sigma_{s.f.}, \quad (41)$$

dove

$$\Delta \equiv \frac{\sigma_{er}^{(\alpha)} - \sigma_{s.f.}^{(\alpha)}}{\sigma_0}. \quad (42)$$

Per mettere a confronto il contenuto fisico delle equazioni (40) e (41) si può espandere  $\sigma_{s.f.}$  in potenze di  $\alpha$ ,

$$\sigma_{s.f.} = \sigma_0 + \sigma_{s.f.}^{(\alpha)} + \sigma_{s.f.}^{(\alpha^2)} + \dots; \quad (43)$$

ne risulta:

$$\sigma_A = \sigma_0 + \sigma_{er}^{(\alpha)} + \sigma_{s.f.}^{(\alpha^2)} + \dots \quad (44)$$

$$\sigma_F = \sigma_A + \Delta \sigma_{s.f.}^{(\alpha)} + \dots \quad (45)$$

Secondo quanto esposto in precedenza, il termine  $\sigma_{s.f.}^{(\alpha)}$  descrive fisicamente la parte *universale* delle correzioni  $\mathcal{O}(\alpha)$  (dette logaritmiche per la presenza della costante  $\beta \propto \alpha L$  nelle funzioni di struttura, dove  $L$  è il logaritmo collineare già introdotto), mentre  $\Delta$  contiene la parte  $\mathcal{O}(\alpha)$  delle correzioni *process-dependent* (dette non-logaritmiche). Ne segue che la sezione d'urto fattorizzata (41) risulta più accurata di quella additiva (40), in quanto il secondo termine del secondo membro dell'equazione (45) fornisce una stima dei contributi  $\mathcal{O}(\alpha^2 L)$  alla sezione d'urto, non presente nella (40). È il caso di sottolineare che, allo stato attuale, le correzioni fotoniche  $\mathcal{O}(\alpha^2 L)$  rappresentano un'importante fonte di errore teorico; metodi più raffinati per dare conto di tali contributi infatti esistono, ma non verranno analizzati qui. Basti aggiungere che il formalismo presentato finora e le considerazioni appena sviluppate sono applicati a LEP anche al caso di scattering di canale  $t$  (la quantità  $L \equiv \ln(-t/m_c^2)$  viene definita in questo caso come logaritmo collineare).

Torniamo ora alla reazione  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ . Oltre a presentare i risultati del calcolo della sezione d'urto (37), svolgiamo alcune considerazioni qualitative che chiariscano la fisica del processo considerato.

A LEP1 si studiano reazioni con energia nel centro di massa intorno al picco della  $Z^0$ , ossia di circa  $91 \text{ GeV}$ . Come abbiamo visto, l'energia effettivamente disponibile per la reazione diminuisce in seguito alla radiazione, passando da  $\sqrt{s}$  a  $\sqrt{x_1x_2s}$ . I valori di  $x_1$  e  $x_2$  che contribuiscono maggiormente alla sezione d'urto totale sono ovviamente quelli per cui  $\sqrt{x_1x_2s}$  si avvicina al valore del picco (in cui è quindi massima  $\sigma_0$  nella (37)). Risulta quindi evidente che la radiazione dura, per cui  $x_1$  e  $x_2$  differiscono sensibilmente da 1, allontanando dal valore di picco l'energia effettivamente disponibile, contribuirà in maniera poco significativa all'integrale (37). Ai fini di un confronto fra i diversi risultati indotti sulla sezione d'urto totale dall'utilizzo delle diverse soluzioni dell'equazione di Altarelli-Parisi esaminate in precedenza, ci si può quindi aspettare che tali risultati differiscano poco l'uno dall'altro: infatti le diverse soluzioni esaminate differiscono per i contributi della radiazione dura, che, come abbiamo visto, è di scarsa rilevanza nella situazione che stiamo considerando, mentre la parte "soffice" è comune a ciascuna di esse. È importante sottolineare a questo punto come la precisione raggiunta sulle misure di sezione d'urto totale a LEP1 sia del livello del per mille: ai fini di una verifica di precisione delle previsioni del Modello Standard, l'accuratezza dei calcoli teorici dovrà perciò essere almeno altrettanto buona.

In figura 3 sono mostrate le variazioni percentuali della sezione d'urto totale quando il calcolo viene eseguito sostituendo la soluzione ibrida additiva al secondo ordine (nei contributi duri), che è attualmente impiegata nei codici in uso per questi scopi al CERN, con la soluzione additiva al terzo ordine o con la fattorizzata al secondo ordine. Come si può notare, tali variazioni si mantengono su livelli molto bassi, come previsto, oscillando fra il per centomila e il per diecimila.



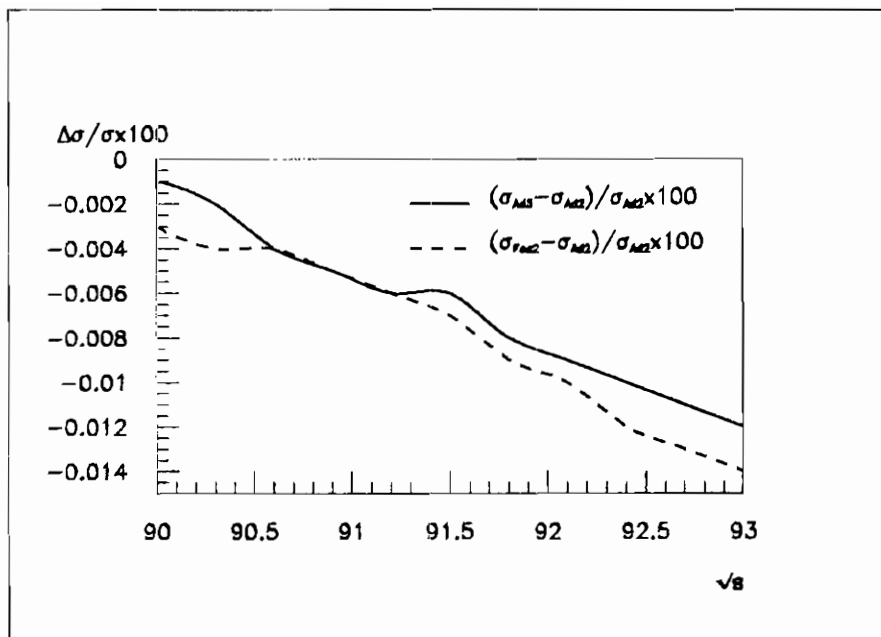


Figura 3. Variazioni percentuali indotte, alle energie di LEP1, nella sezione d'urto della reazione  $e^+e^- \rightarrow \mu^-\mu^-$  dall'uso della funzione ibrida additiva al 3° ordine (linea continua) e ibrida fattorizzata al 2° ordine (linea tratteggiata) rispetto alla sezione d'urto calcolata utilizzando quella ibrida additiva al 2° ordine, in funzione dell'energia nominale nel centro di massa  $\sqrt{s}$ .

Completamente diversa è la situazione a LEP2: in questo caso l'energia dei fasci è circa doppia rispetto alla precedente. Ciò significa che la radiazione di fotoni duri prima della collisione può risultare molto importante se è tale da riportare l'energia effettivamente disponibile nel centro di massa ai valori del picco della  $Z^0$  (a questo fenomeno si dà il nome di *ritorno radiativo*). È logico supporre quindi che diverse funzioni di struttura, descrivendo con

diversa accuratezza i contributi duri, diano risultati significativamente diversi nel calcolo delle sezioni d'urto. Un semplice modello ci permette di prevedere come le differenze fra le soluzioni dell'equazione di evoluzione si ripercuotano sulle sezioni d'urto: schematizziamo  $\sigma_0$  come una  $\delta$  di Dirac centrata sul valore della massa della  $Z^0$ :

$$\sigma_0 \approx \delta(s - M_{Z^0}^2); \quad (46)$$

dalla (39) abbiamo quindi:

$$\begin{aligned} \sigma(s) &= \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 D(x_1, s) D(x_2, s) \frac{1}{x_1 s} \delta(x_2 - \frac{M_{Z^0}^2}{x_1 s}) = \\ &= \int_0^1 dx_1 D(x_1, s) \frac{1}{x_1 s} D\left(\frac{M_{Z^0}^2}{x_1 s}, s\right). \end{aligned} \quad (47)$$

Se schematizziamo la situazione supponendo che anche la funzione di struttura  $D(x_1, s)$  sia una delta di Dirac centrata attorno alla singolarità  $x = 1$  si ottiene:

$$\sigma(s) \propto D\left(\frac{M_{Z^0}^2}{s}, s\right). \quad (48)$$

La differenza percentuale fra le sezioni d'urto calcolate con diverse funzioni di struttura è quindi approssimativamente quella tra le funzioni stesse calcolate per  $x = M_{Z^0}^2/s$ . Il rapporto  $M_{Z^0}^2/s$  a LEP2 vale all'incirca 0.25; è quindi ragionevole attendersi variazioni della sezione d'urto dell'ordine di grandezza di quelle che le funzioni di struttura presentano per  $x \simeq 0.2 \div 0.3$ . Dalla figura 2 si vede che queste differenze sono dell'ordine del 'per mille'.

Informazioni addizionali sulla relazione fra le differenze percentuali a livello di funzioni di struttura e quelle a livello di sezioni d'urto possono essere ottenute imponendo dei 'tagli' sulla massa invariante della coppia di fermioni nello stato finale. Finora l'unica condizione imposta su  $x_1$  e  $x_2$  richiede che  $x_1 x_2 s > 4m_\mu^2$ . È tuttavia utile, in certe situazioni, imporre delle limitazioni: ad esempio si può richiedere che la massa invariante dello stato finale sia maggiore di una certa soglia  $s_0$ ; ciò equivale a ridefinire  $x_{cut}$  imponendo la

condizione  $x_1 x_2 > x_{cut} \equiv s_0/s$  che è un taglio sull'emissione di fotoni duri. Variando  $x_{cut}$  fra  $4m_\mu^2/s$  ed 1, è possibile esplorare le varie zone dello spettro di radiazione e quantificare il loro contributo alla sezione d'urto: i risultati sono mostrati in figura 4.

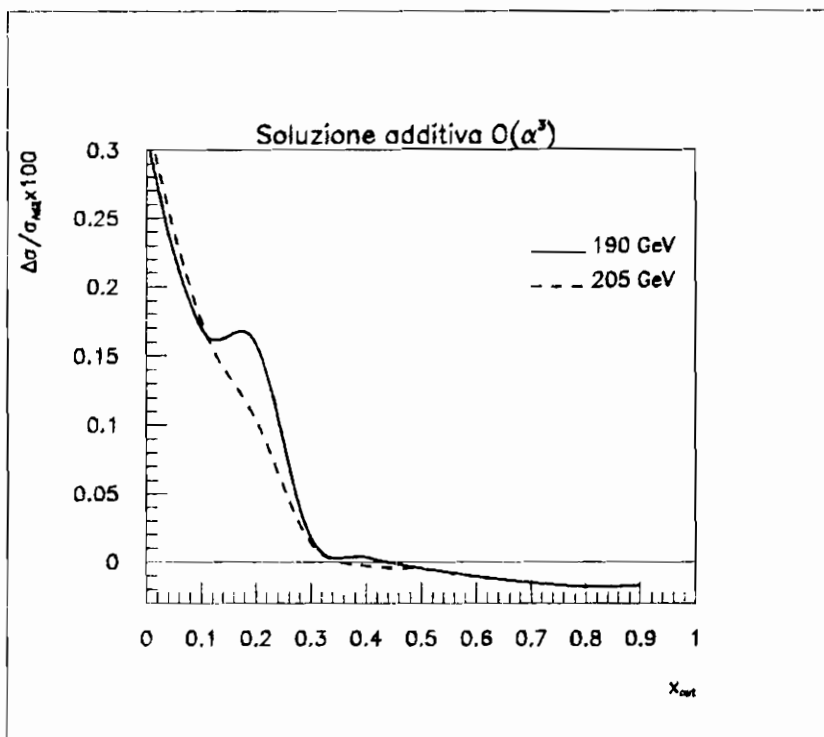


Figura 4. Variazioni percentuali nella sezione d'urto alle energie di LEP2 in seguito alla sostituzione della soluzione ibrida additiva al 2° ordine con quella al 3° ordine, per  $\sqrt{s} = 190 \text{ GeV}$  (linea continua) e  $\sqrt{s} = 205 \text{ GeV}$  (linea tratteggiata), in funzione del taglio in massa invariante  $x_{cut}$ .

È particolarmente evidente una brusca diminuzione della sezione d'urto quando  $x_{cut}$  è maggiore di 0.3 e ciò conferma il maggior peso dei contributi alla sezione d'urto totale corrispondenti ad una massa invariante dello stato finale prossima alla massa della  $Z_0$ . Da rile-

vare inoltre che se a LEP2 venissero raggiunte precisioni dell'ordine del per mille, l'utilizzo di una soluzione ibrida al terz'ordine potrebbe rendersi necessaria [15].

Un'analisi simile alla precedente può essere compiuta, ad esempio, sulla reazione  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  (Bhabha scattering) a piccolo angolo (canale  $t$ ). In questo caso la sezione d'urto di *hard scattering*  $\sigma_0$  non ha un andamento risonante come quella considerata in precedenza; non si ha più, quindi, il fenomeno del ritorno radiativo, e la sostituzione, nel calcolo della sezione d'urto radiativamente corretta, di una funzione di struttura al secondo ordine con una al terzo non dà risultati significativi, né a LEP1 né a LEP2.

## 6 Il metodo QED Parton Shower

Il metodo sopra esposto si applica a processi inclusivi: il calcolo della correzione radiativa non permette di sapere in che modo l'energia è stata irraggiata, ma se ne conosce soltanto l'effetto complessivo sulla sezione d'urto. Il metodo QED Parton Shower (QEDPS) [16], che utilizza una tecnica Monte Carlo [17], consente, oltre al calcolo delle correzioni, di generare eventi *per ciascuno dei quali* è noto il contributo radiativo. È chiaro che questo consente una ricostruzione molto più accurata, a livello di simulazione, dei fenomeni di interesse presso gli acceleratori. Anche questo sviluppo della teoria prende le mosse dall'analogo modello nato nell'ambito della QCD [18].

Cominciamo col riscrivere l'equazione di Altarelli-Parisi (31) nella forma:

$$s \frac{\partial D(x, s)}{\partial s} = \frac{\alpha}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \mathcal{P}_{ee}(y) D\left(\frac{x}{y}, s\right), \quad (49)$$

che, come si può facilmente verificare, è equivalente alla (31). Consideriamo l'espressione per il vertice regolarizzato (26)

$$\wp_{ee}(x) = \mathcal{P}_{ee}(x) - \delta(1-x) \int_0^1 du \mathcal{P}_{ee}(u) \quad (50)$$

con

$$\mathcal{P}_{ee}(x) = \frac{1+x^2}{1-x}, \quad (51)$$

e riscriviamola introducendo la quantità  $x_+ = 1 - \delta$ , dove  $\delta$  è positivo e prossimo a zero:

$$\varphi_{ee}(x) = \theta(x_+ - x)\mathcal{P}_{ee}(x) - \delta(1-x) \int_0^{x_+} du \mathcal{P}_{ee}(u). \quad (52)$$

La (49) assume quindi la forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial D(x, s)}{\partial s} &= \frac{\alpha}{2\pi s} \int_x^{x_+} \frac{dy}{y} \mathcal{P}_{ee}(y) D\left(\frac{x}{y}, s\right) + \\ &- \frac{\alpha}{2\pi s} \left[ \int_0^{x_+} dy \mathcal{P}_{ee}(y) \right] D(x, s). \end{aligned} \quad (53)$$

Il secondo membro dell'equazione precedente è la somma di due termini, il secondo dei quali, derivando dalla  $\delta(1-x)$ , esprime la probabilità di non-irraggiamento alla scala di energia  $s$ . Viene quindi introdotta la probabilità di non emissione fra le scale  $s_1$  e  $s_2$  nel seguente modo:

$$\Pi_{NE}(s_1, s_2) \equiv \exp \left\{ - \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds'}{s'} \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^{x_+} dy \mathcal{P}_{ee}(y) \right\}; \quad (54)$$

dalla (53) scritta in funzione di  $s'$ , moltiplicando ambo i membri per  $\Pi_{NE}(s_1, s_2)$  e integrando fra  $m_e^2$  e  $s$  in  $ds'$  (al primo membro per parti), si ottiene:

$$\begin{aligned} D(x, s) &= \Pi_{NE}(s, m_e^2) D(x, m_e^2) + \\ &+ \int_{m_e^2}^s \frac{ds'}{s'} \Pi_{NE}(s, s') \frac{\alpha}{2\pi} \int_x^{x_+} \frac{dy}{y} \mathcal{P}_{ee}(y) D\left(\frac{x}{y}, s'\right) \end{aligned} \quad (55)$$

La soluzione della precedente equazione si ottiene iterativamente:

$$\begin{aligned} D(x, s) &= \Pi_{NE}(s, m_e^2) D(x, m_e^2) + \\ &+ \int_{m_e^2}^s \frac{ds_1}{s_1} \Pi_{NE}(s, s_1) \frac{\alpha}{2\pi} \int_x^{x_+} \frac{dy}{y} \mathcal{P}_{ee}(y) \Pi_{NE}(s_1, m_e^2) \\ &D\left(\frac{x}{y}, m_e^2\right) + \dots \end{aligned} \quad (56)$$

Risulta quindi evidente che, utilizzando la (56), la funzione di struttura  $D(x, s)$  può essere calcolata tramite un procedimento Monte Carlo che può essere così schematizzato:

1. (Inizializzazione) Si definisce una quantità  $K^2$ , posta, come primo passo, uguale a  $m_e^2$  e si pone  $x = 1$  in accordo con la condizione al contorno, di ovvio significato fisico,  $D(x, m_e^2) = \delta(1 - x)$
2. Si getta un numero casuale  $\xi$  nell'intervallo  $[0, 1]$
3. Se  $\xi < \Pi_{NE}(s, K^2)$ , stop. Ciò corrisponde al caso, tanto meno probabile quanto più  $K^2$  è piccolo (e certo invece quando  $K^2 = s$ ), in cui la funzione di struttura che descrive la probabilità di irraggiamento viene fatta evolvere da  $K^2$  a  $s$  senza che si abbia irraggiamento. Altrimenti si considera il termine successivo nella soluzione (56) e quindi
4. Si calcola il valore di  $K'^2$  per cui  $\xi = \Pi_{NE}(K'^2, K^2)$
5. Si getta un numero  $y$  compreso fra 0 e  $x_+$  secondo la probabilità  $\mathcal{P}_{ee}(y)$ . La forma analitica di  $\mathcal{P}$ , eq. (25), favorisce i valori di  $y$  prossimi a 1 (emissione soffice)
6. Si assume  $xy (< 1)$  come nuova  $x$  e  $K'^2$  come nuovo  $K^2$  e si torna al punto 2.

Un evento è generato iterando il ciclo che comprende i passi appena esposti (l'iterazione termina quando viene raggiunta la condizione  $\xi < \Pi_{NE}(s, K^2)$ ): il numero di fotoni emessi corrisponde al numero di iterazioni stesse e le energie delle particelle in gioco possono essere ricavate volta per volta a partire dai valori generati e dalla cinematica del processo, esposta in precedenza. La distribuzione dei valori di  $x$  così generati fornisce inoltre l'andamento di  $D(x, s)$ .

## 7 Bibliografia

- [1] Si veda, ad esempio, J. Collins, D. Soper e G. Stermman, in *Perturbative QCD*, A. H. Mueller, World Scientific, Singapore, 1989.
- [2] R. P. Feynman, *Photon-Hadron Interactions*, Benjamin, New York, 1972.
- [3] F. Halzen and A.D. Martin, *Quarks and Leptons*, Wiley and Sons, 1984.
- [4] M.S. Chen and P. Zerwas, *Phys. Rev. D*12 (1975) 187.
- [5] F. Mandl and G. Shaw, *Quantum Field Theory*, Wiley and Sons, 1984, Capp. 8 e 9.
- [6] F. Bloch and A. Nordsiek, *Phys. Rev.* 52 (1937) 54.
- [7] T. Kinoshita, *J. Math. Phys.* 3 (1962) 650.
- [8] T.D Lee and M. Nauenberg, *Phys. Rev.* 133B (1964) 1549.
- [9] G. Altarelli and G. Parisi, *Nucl. Phys.* B126 (1977) 298.
- [10] V.N. Gribov and L.N. Lipatov, *Sov. J. Nucl. Phys.* 15 (1972) 438.
- [11] O. Nicrosini, *Correzioni Radiative Elettromagnetiche al picco della  $Z^0$* , Tesi di dottorato, Università di Pavia, Anno Accademico 1987/88.
- [12] E. A. Kuraev and V. S. Fadin, *Sov. J.Nucl.Phys.*41 (1985) 466.
- [13] D. R. Yennie, S. C. Frautschi and H. Suura, *Ann. of Phys.* 13 (1961) 379.
- [14] G. Montagna, O. Nicrosini and F. Piccinini, hep-ph/9605252.
- [15] "Standard Model Processes", Working group Report, in "Physics at LEP2", CERN Yellow Report. G. Altarelli, T. Sjostrand, F.

Zwirner Eds.

[16] J. Fujimoto, Y. Shimizu and T. Munehisa, Prog. of Th. Phys. 90, 177 (1993).

[17] F. James, Rep. Prog. Phys. 34 (1980) 1145.

[18] R. Odorico, Nucl. Phys. B 172, 157 (1980).



**Niccolò Moggi**

Dipartimento di Fisica Nucleare e Teorica  
Università di Pavia  
e  
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare

## **Calorimetria con fibre al quarzo**

Seminario tenuto il 10/1/1997

# 1 Introduzione

A partire dai primi anni novanta la calorimetria è stata oggetto di rinnovati studi nel tentativo di superare i problemi posti dai nuovi esperimenti attualmente in via di costruzione al CERN per il nuovo *Large Hadron Collider* (LHC).

Vi sono due ordini di problemi in campo:

- le condizioni sperimentali in cui gli apparati si troveranno ad operare
- le più alte prestazioni richieste in base alla fisica che si vuole studiare.

## Condizioni sperimentali

I maggiori problemi in tema di calorimetria si incontrano nelle zone *forward* e *backward* degli esperimenti ai Colliders ( $|\eta| > 3$ ,  $\theta \leq 5^\circ$ ), e nelle zone più “in avanti” degli esperimenti a bersaglio fisso.

- a. Per quanto riguarda i Colliders, un tipico evento LHC depositerà più della metà delle particelle e più del 90% dell’energia nelle regioni di pseudo-rapidità  $|\eta| > 3$ . Il numero di particelle sarà tale che i problemi di *occupancy* (numero di particelle per unità di volume del rivelatore) saranno sensibili anche per eventi di minimum-bias. A 12.5 m di distanza dal punto nominale di interazione le dosi assorbite saranno comprese

tra  $1 \text{ kGy/anno}$  ad  $\eta = 3.5$  e  $1 \text{ MGy/anno}$  a  $\eta = 6$  per una luminosità di  $L = 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  [1, 2].

- b. Conseguenza dell'alto livello di radiazione è la radioattività indotta nel calorimetro che può influenzare il segnale globale.
- c. La velocità di *bunch-crossing* ad LHC sarà di  $25 \text{ ns}$ ; la carica proveniente da interazioni successive può contaminare il segnale di un evento selezionato.
- d. Produzione di neutroni lenti: gli sciami adronici producono un gran numero di neutroni che possono scatterare indietro (albedo) ed interagire con altre componenti del rivelatore.

#### Prestazioni richieste

Sono dettate dalla fisica che si vuole studiare. Si richiede in generale:

- a. Massima copertura in rapidità (almeno fino ad  $|\eta| = 5$ ) per misurare il vettore dell'energia mancante, misura che è necessaria per la ricerca di eventuali particelle supersimmetriche [3, 4].
- b. Identificazione di leptoni (provenienti, ad esempio, dal decadimento leptonic di bosoni vettoriali  $W^\pm, Z^0$ ). Alle energie di LHC una grande frazione degli IVB prodotti è Lorentz-boosted; i prodotti di decadimento sono perciò emessi a piccoli angoli rispetto alla direzione dei fasci <sup>1</sup>.
- c. Capacità di *jet-tagging* per la selezione degli eventi (eventuale uso per un trigger di primo livello). Per esempio identificazione di QCD-jets dovuti al decadimento adronico di bosoni di Higgs ottenuti per fusione di  $WW$  o  $ZZ$  [4, 6].

---

<sup>1</sup>Negli attuali esperimenti  $p\bar{p}$  al CERN ed a Fermilab le  $W^\pm, Z^0$  sono prodotte quasi a riposo nel c.m.s. ed i loro prodotti di decadimento sono distribuiti (quasi) isotropicamente [5].

- d. Buona risoluzione spaziale e risoluzione jet-jet. Perché la risoluzione spaziale sia buona è necessario minimizzare la dimensione laterale degli sciame sia elettromagnetici (e-m) sia adronici (had). Il motivo è il seguente: gli algoritmi di jet-finding definiscono l'area su cui calcolare l'energia del jet come la sezione di un cono di raggio  $R = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\phi^2} = 0.4$  (valore tipico). Questo valore corrisponde ad un'area di alcuni metri quadrati nelle zone centrali di rapidità ma di pochi centimetri quadrati nelle regioni in avanti. In queste condizioni la lunghezza nucleare di interazione  $\lambda_{int}$ , che definisce la profondità dello sciame provocato da un jet, è solitamente maggiore della lunghezza del jet stesso. Per questo motivo la separazione jet-jet è dominata dalla dimensione laterale dello sciame e non da quella del jet [7].

Una delle proposte più promettenti per ottemperare alle richieste elencate è quella dei calorimetri con fibre al quarzo (biossido di silicio amorfo).

Il principio su cui si basano questi calorimetri è diverso da quello sfruttato dai calorimetri convenzionali. Le particelle cariche di uno sciame generato in un materiale assorbitore ad alto  $Z$  producono luce per effetto Cherenkov attraversando fibre ottiche al quarzo inserite nell'assorbitore. Il segnale è dato dalla luce prodotta. Le fibre agiscono contemporaneamente come materiale attivo e come guide di luce verso il fotorivelatore

## 2 L'effetto Cherenkov nelle fibre al quarzo.

Due sono i fattori che determinano essenzialmente le capacità di un calorimetro ad effetto Cherenkov:

1. la quantità di luce emessa dalla singola fibra al passaggio di una particella

2. la probabilità di sopravvivenza di un fotone che si propaga lungo la fibra fino al fototubo.

La luce emessa da una fibra al quarzo è data da [8]

$$\frac{d^2 N_{ph}}{dL d\lambda} = 2\pi\alpha z^2 \frac{\sin^2 \theta_c}{\lambda^2} \quad (1)$$

dove  $\alpha$  è la cost. di struttura fine,  $\theta_c$  l'angolo di Cherenkov,  $\lambda$  la lunghezza d'onda della luce prodotta,  $L$  la lunghezza del percorso della particella nella fibra e  $z$  la carica della particella incidente.

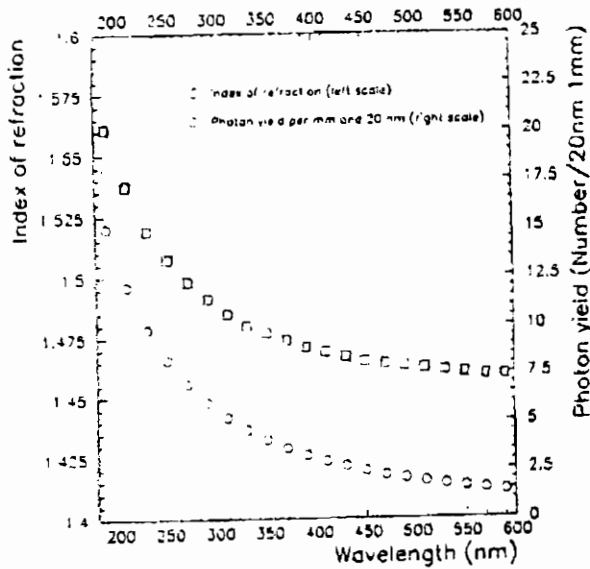


Figura 1: Emissione di fotoni, in funzione della lunghezza d'onda, per una particella che attraversa 1mm di quarzo.

La luce è emessa lungo la superficie di un cono il cui vertice corrisponde alla posizione istantanea della particella e che ha un angolo di apertura di

$$\cos \theta_c = \frac{1}{n\beta} \quad (2)$$

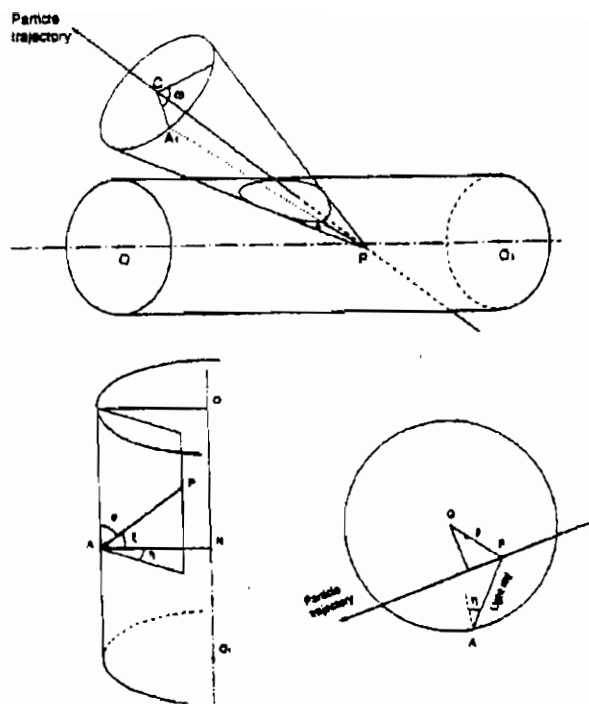


Figura 2: Vista schematica dell'effetto Cherenkov in una fibra ottica.

dove  $n$  è l'indice di rifrazione della fibra e  $\beta = v/c$ .

La condizione per la cattura ed il trasporto di un fotone nella fibra ottica è data da [9]:

$$\xi \geq \xi_{lim} = \arcsin \left( \frac{n_{clad}}{n_{core}} \right) \quad (3)$$

dove  $n_{clad}$  è l'indice di rifrazione del rivestimento della fibra ed  $n_{core}$  è l'indice di rifrazione della parte interna.

L'angolo  $\xi$  è quello compreso tra la direzione del fotone e la perpendicolare  $N$  alla superficie della fibra (vedi 2). Se  $\xi > \xi_{lim}$  allora c'è riflessione interna totale sulla superficie della fibra ed il fotone è catturato. In realtà l'angolo  $\xi$  è funzione di vari parametri

fisici e geometrici, tra i quali:

- l'angolo  $\alpha$  tra la traiettoria della particella e l'asse della fibra
- il parametro di impatto  $b$  (la minima distanza tra la traiettoria della particella e l'asse della fibra)
- il numero di apertura della fibra  $N.A. = \sqrt{n_{core}^2 - n_{clad}^2}$  (per un valore tipico di  $N.A. = 0.37$ , l'angolo limite vale  $\xi_{lim} \approx 75^\circ$ ).

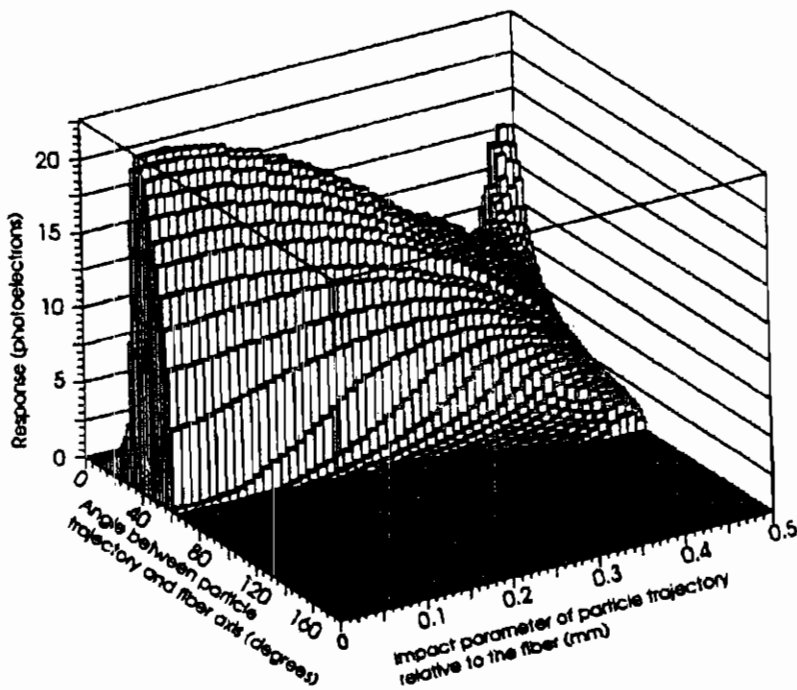


Figura 3: Distribuzione del numero di fotoni che escono da una fibra calcolata in funzione del parametro di impatto  $b$  e dell'angolo di incidenza  $\alpha$ .

In figura 3 si può vedere una simulazione MonteCarlo [10, 11] della distribuzione del numero di fotoni che rimangono all'interno di una fibra in funzione dell'angolo di impatto  $\alpha$  e del parametro di

impatto  $b$  della particella (per fotoni emessi in seguito al passaggio di particelle di  $\beta \approx 1$ ).

Il picco osservabile nella zona di  $\alpha \approx 0^\circ$  e  $b \approx 0.5$  è dovuto al grande numero di fotoni prodotti da particelle che viaggiano parallelamente all'asse della fibra moltiplicato per una bassa probabilità di trasmissione al fotorivelatore. In pratica questi fotoni spiraleggiano attorno all'asse della fibra con un angolo  $\psi$  tra l'asse e la loro traiettoria piuttosto ampio. Il risultato è che arrivano alla estremità della fibra con un angolo di incidenza tale da essere riflessi indietro o rifratti con un angolo di uscita così ampio da mancare il fotocatodo.

### 3 Studi preliminari di fattibilità

L'uso della luce Cherenkov come meccanismo generatore del segnale in un calorimetro comporta vantaggi e svantaggi ed impone alcune condizioni nella costruzione dell'apparato. Vediamo i punti che caratterizzano questa nuova tecnologia.

#### 3.1 Radiation hardness

Sono stati condotti vari studi [12, 10, 13] su alcuni tipi di fibre al quarzo reperibili sul mercato al fine di quantificare i danni prodotti dalla esposizione prolungata (anni) alla radiazione e misurare la quantità di luce emessa in funzione della radiazione totale assorbita.

Tutte le fibre analizzate hanno mostrato una buona resistenza alla radiazione: il tipo di rivestimento (cladding) sembra essere l'elemento discriminante. I risultati migliori sono stati ottenuti con fibre "HCG". Queste fibre, dette ultra-pure in quanto hanno un livello di impurità inferiore ad una parte su un milione, hanno un rivestimento al quarzo fluorinato.



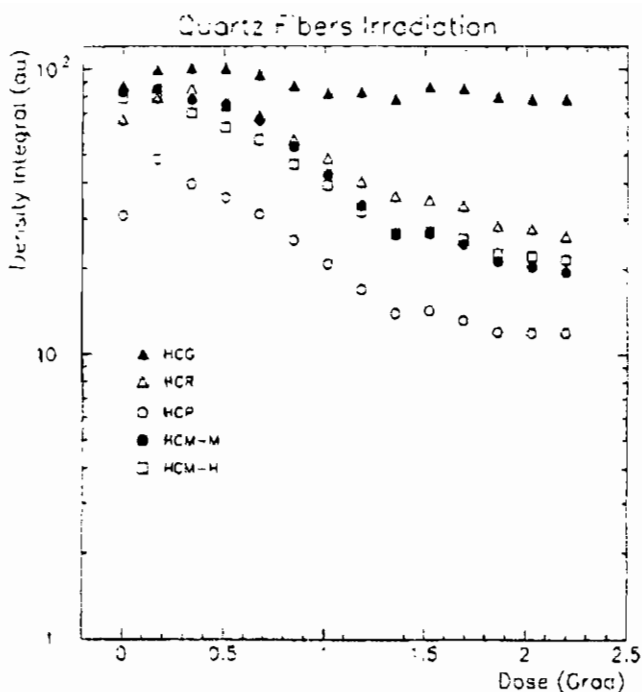


Figura 4: Emissione di luce per differenti tipi di fibre al quarzo in funzione della dose assorbita.

### 3.2 Velocità di risposta

La radiazione Cherenkov è un effetto intrinsecamente più veloce della propagazione di uno sciame in un calorimetro convenzionale. In figura 5 è riportata una distribuzione dei tempi di arrivo di fotoni prodotti da particelle che attraversano una fibra con  $N.A. = 0.37$  ad 1 m di distanza dal punto di lettura.

Il fattore limitante la velocità di questi calorimetri è dunque dovuto solo alla velocità di lettura della luce ed alla velocità dell'elettronica di acquisizione. Anche con *bunch-crossing* ogni 25 ns (LHC) non sono previsti problemi di *pile up*.

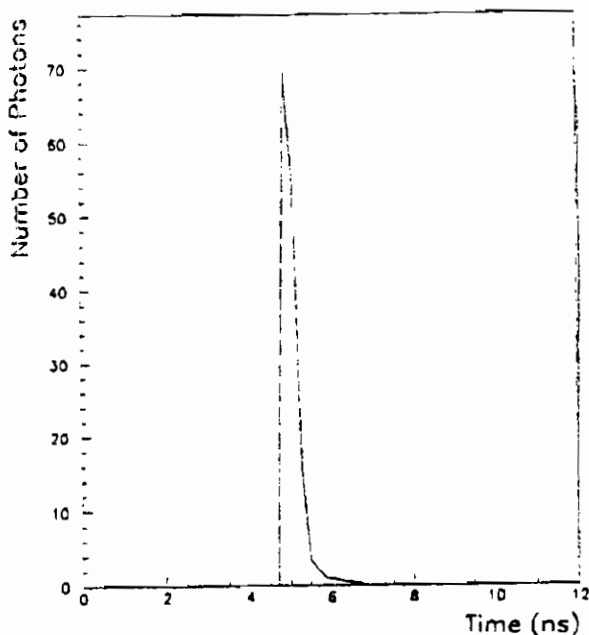


Figura 5: *Dispersione temporale della luce Cherenkov dopo un percorso di 1 m per tutti i fotoni che escono da un'estremità della fibra.*

### 3.3 Effetto di soglia della luce Cherenkov

I calorimetri convenzionali sfruttano l'energia di ionizzazione delle particelle di uno sciame, sono cioè basati sulla presenza, nello sciame, di particelle di basso  $\beta$ . Al contrario i calorimetri ad effetto Cherenkov sono sensibili solo alla presenza di particella di alto  $\beta$ .

La soglia per la produzione di luce Cherenkov nel quarzo è di  $\beta = 0.65$  [12], ma la produzione di luce cade bruscamente al di sotto di  $\beta = 0.99$  che corrisponde ad una energia di  $3.1 \text{ MeV}$  per  $e^\pm$ ,  $643 \text{ MeV}$  per  $\mu$  ed  $850 \text{ MeV}$  per  $\pi$ .

Questo effetto ha alcune conseguenze che caratterizzano forte-

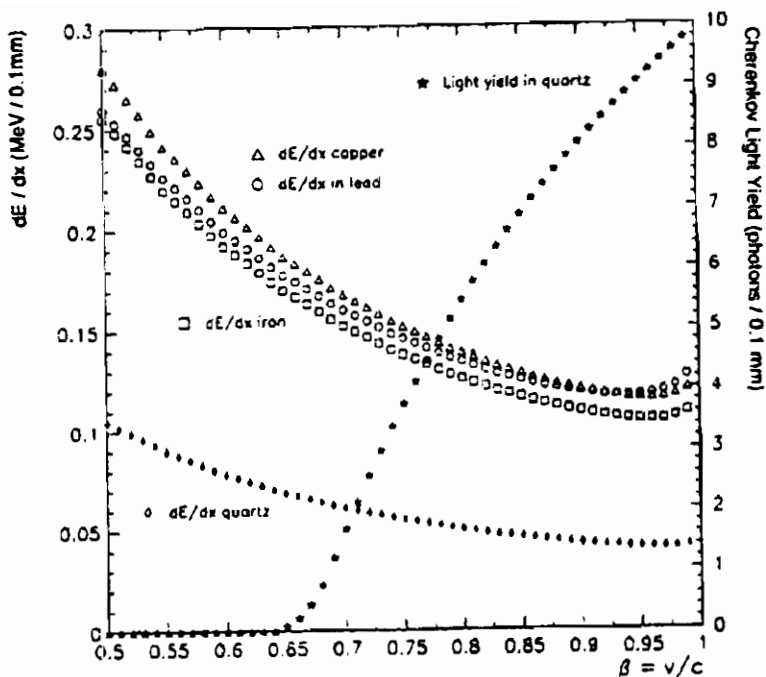


Figura 6: *Energia depositata per unit  di lunghezza di fibra al quarzo in funzione della velocit  della particella incidente per vari materiali assorbenti.*

mente questo tipo di apparati:

- a. i neutroni lenti che attraversano l'apparato non producono segnale;
- b. il calorimetro   quasi insensibile alla radioattivit  indotta (le particelle emesse da decadimenti nucleari hanno basso  $\beta$ );
- c. solo elettroni e positroni contribuiscono apprezzabilmente alla formazione del segnale. Anche gli sciami adronici sono rivelati solo attraverso la loro componente elettromagnetica.

L'effetto di soglia comporta dunque che la componente dello sciame realmente utilizzata per la formazione del segnale abbia dimensione longitudinale e laterale inferiore che nei calorimetri convenzionali. Ciò permette un contenimento delle dimensioni del calorimetro e permette di migliorare la risoluzione spaziale e la capacità di separazione tra jet vicini. D'altro canto, la risoluzione in energia peggiora rispetto ai calorimetri convenzionali in quanto diminuisce il numero di particelle che contribuiscono alla misura incrementando così la fluttuazione statistica sull'energia rilasciata.

### 3.4 Dipendenza angolare della risposta

L'emissione di luce Cherenkov è un processo direzionale. Per particelle di  $\beta \simeq 1$  nel quarzo la luce viene emessa con un angolo di circa  $46^\circ$  rispetto alla direzione della particella.

Tuttavia le particelle degli sciami elettromagnetici (e.m.) ed adronici (had.) sono distribuite isotropicamente (in prima approssimazione), cioè hanno "dimenticato" la direzione di provenienza della particella che ha originato lo sciame.

Quindi, al primo ordine, il segnale di un calorimetro a campionamento è comunque indipendente dall'orientamento del materiale attivo.

In figura 8 si può vedere una simulazione MC [14] della risposta di un calorimetro ad un fascio di elettroni in funzione dell'angolo tra la direzione delle particelle e l'asse delle fibre. Come ci si aspetta, la risposta - in termini di numero di fotoelettroni - è più alta in un intorno di  $\alpha = 46^\circ$ , ma ad angoli  $\alpha = 0^\circ$  è inferiore solo di un fattore due.

Nel complesso l'accettazione di un calorimetro a campionamento con fibre al quarzo è di circa il 2% dell'intero angolo solido. La limitata accettazione angolare contribuisce, con l'effetto di soglia sulla velocità delle particelle, a rendere questi calorimetri insensibili alla radioattività indotta ed a peggiorare la componente statistica della risoluzione in energia.

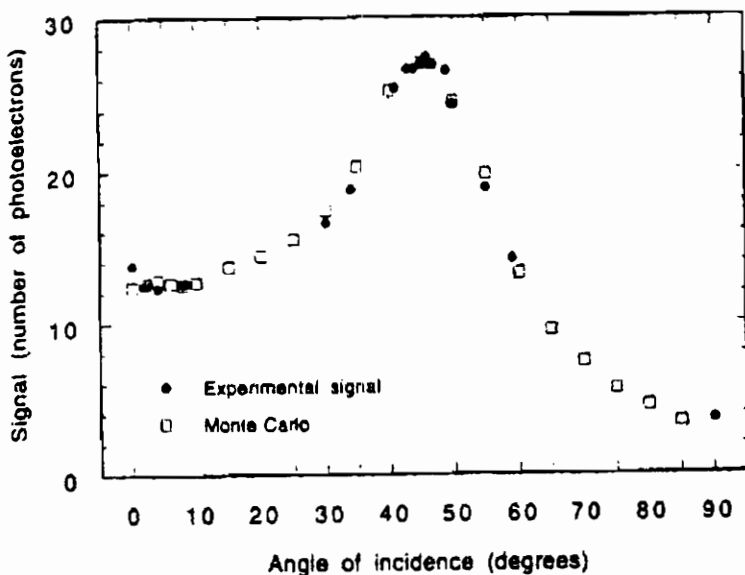


Figura 8: *La risposta di un calorimetro con fibre al quarzo ad elettroni di alta energia in funzione dell'angolo tra l'asse della fibra e la direzione della particella incidente.*

la lunghezza nucleare di interazione o la lunghezza di radiazione. Pertanto l'uso di materiali a basso  $Z$  (basso  $\rho_M$ ) come il rame è particolarmente indicato. L'uso di questi materiali contribuisce anche a diminuire la produzione di neutroni (di un fattore 3 rispetto al piombo [2, 15]).

È bene osservare subito, tuttavia, che la sensibilità alla sola componente e.m. rende questi calorimetri estremamente non compensanti (fino ad un rapporto  $\epsilon/h = 7$ ). È necessario pertanto studiare la formazione del segnale adronico per assicurarsi che rappresenti realmente l'energia rilasciata ed analizzarne la linearità, in particolare per la risposta ai jet.

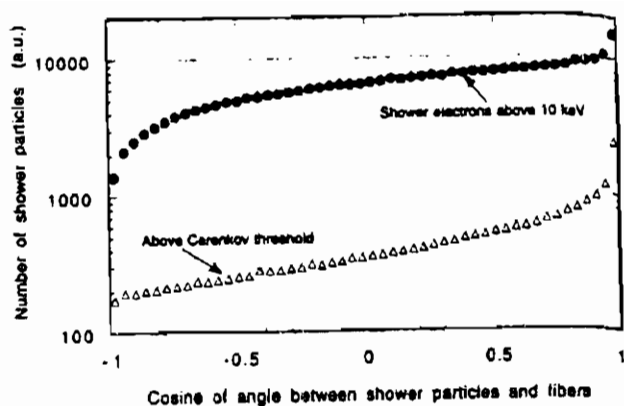


Figura 7: Distribuzione angolare delle particelle di uno sciame (elettroni e positroni) attraverso le quali viene assorbita l'energia di un elettrone o fotone di alta energia. Sono mostrati i risultati per tutte le particelle dello sciame con energie cinetiche superiori a 10 KeV e per tutte quelle in grado di emettere luce Cherenkov.

## 4 Applicazioni in calorimetria

Ciò che caratterizza il funzionamento di questi apparati consiste nel fatto che quasi solo elettroni e positroni altamente relativistici, cioè solo quelli prodotti nella parte più interna dello sciame (*core*), producono un segnale apprezzabile. Questo comporta due grandi benefici. Il primo è che lo spessore di calorimetro necessario ad un pieno contenimento dello sciame può essere ridotto. Il secondo è che il profilo laterale degli sciame adronici è determinato dalle dimensioni della sua componente e.m.: il profilo di questa – la cui lunghezza è governata dal raggio di Moliere  $\rho_M$  – è considerabilmente più stretto del profilo dell'energia depositata in un calorimetro convenzionale (determinato dalla lunghezza di interazione nucleare  $\lambda_{int}$ ).

Il contenimento delle dimensioni fa sì che il parametro rilevante per lo sviluppo degli sciame sia il raggio di Moliere  $\rho_M$  e non

## 4.1 Prototipi elettromagnetici

Il primo prototipo con fibre al quarzo è stato costruito al CERN nel 1991 (Proto-1). Il secondo nel 1993 (Proto-3) con dimensioni di  $5 \times 5 \times 20 \text{ cm}^3$  [12, 16]. In quest'ultimo le fibre (N.A.=0.37) sono poste in strati alternati a fogli di piombo di 3 mm di spessore con un rapporto totale fibra/piombo di 1:8 (fig. 9).

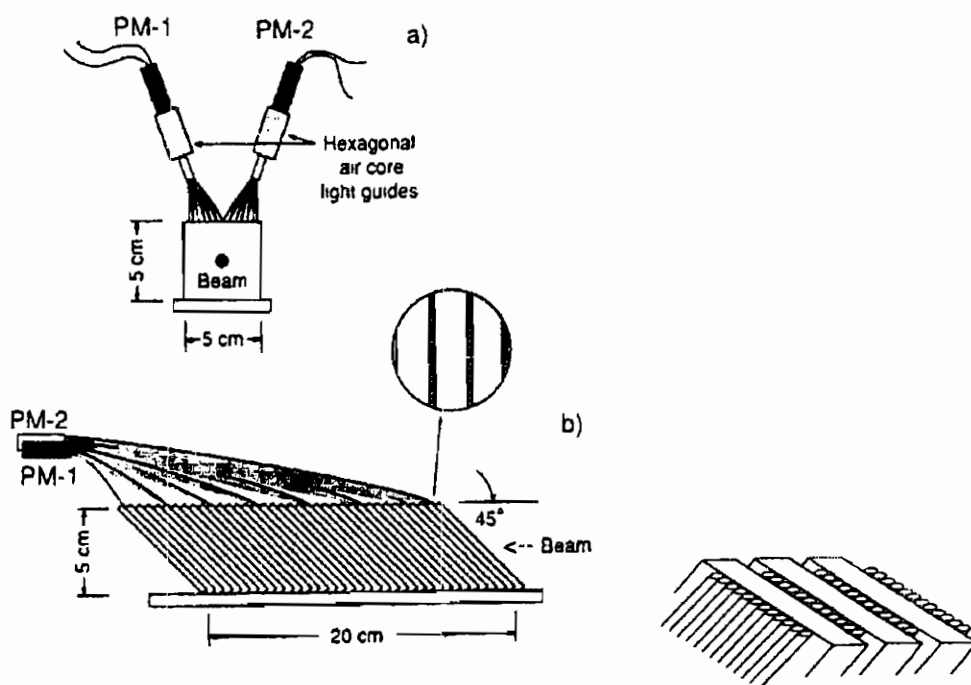


Figura 9: Vista frontale (a) e laterale (b) di Proto-3 ed un particolare dei piani di fibre.

Come si può vedere dalle figure tutto l'apparato ha una inclinazione di  $45^\circ$  rispetto al fascio incidente. Il prototipo è stato diviso longitudinalmente in due parti lette separatamente da due fototubi per permettere una misura della dimensione laterale degli sciami.

I risultati di questa misura indicano una dimensione trasversale di circa  $10\text{ mm}$  per un contenimento del 90% [12, 10, 16] e comunque inferiore ad  $1\rho_M$  [10, 16].

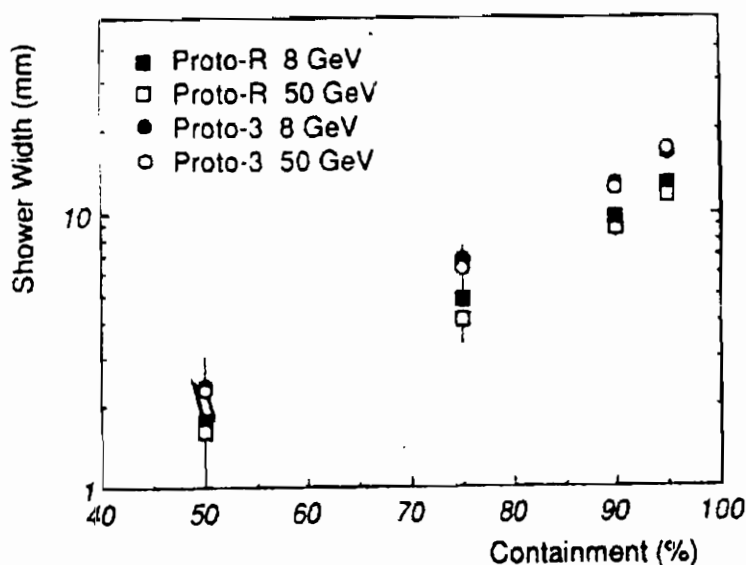


Figura 10: *Larghezza degli sciami e.m. in Proto-3 e Proto-R in funzione del contenimento di energia e per energie di 8 e 50 GeV.*

La risposta di vari prototipi realizzati è stata studiata per fasci di elettroni di energia compresa tra 5 e 100 GeV. La risposta mostra una buona linearità, come ci si può aspettare considerando che la quantità di luce Cherenkov prodotta nel quarzo da particelle relativistiche è costante per unità di lunghezza percorsa nella fibra. I risultati dei *test beam* sono riassunti nella tabella 1.

Al termine stocastico della risoluzione in energia contribuiscono circa nello stesso modo le fluttuazioni di campionamento e quelle sulla statistica dei fotoni prodotti. Il termine costante, invece, è compatibile con zero in tutti i prototipi.



Prototipi Proto	fibra core/clad	N.A.	Assorb.	Rapporto abs./fibra	E-M Res. term cost.	E-M Res. term. stoc.
Cu 1.5	PMMA/PMMA	0.51	1.5mm Cu	4.0:1	0±1.4%	24.7±0.3%
Cu 3	PMMA/PMMA	0.51	3mm Cu	8.1:1	0±1.4%	29.2±0.3%
Pb 3	PMMA/PMMA	0.51	3mm Pb	8.1:1	0±3.1%	34.3±0.3%
3	quarzo/HC	0.37	3mm Pb	8.3:1	0±0.4%	35.6±0.2%
4	quarzo/silicio	0.4	3mm Pb	9.2:1	0.7±0.6%	41.7±0.3%
R	quarzo/quarzo	0.22	3mm Pb	8.6:1	0±1.1%	42.3±0.7%
Cu 20	PMMA/PMMA	0.51	20mm Cu	54:1	0±1.4%	67.4±1.0%

Tabella 1: *Sommario delle caratteristiche dei prototipi e.m.*

## 4.2 Prototipi adronici

Per una valutazione della risposta al segnale adronico è necessario sapere in che quantità l'energia dell'adrone (o del jet) incidente viene depositata nel calorimetro attraverso la produzione di particelle relativistiche nello sciame. Gli sciami adronici consistono di una componente e.m. (*core*) generata dal decadimento dei pioni neutri presenti nello sciame e da una componente non e.m. Quasi tutta la energia non e.m. viene dissipata in processi che non producono segnale nei calorimetri basati su produzione di luce Cherenkov.

È stato stimato [17, 18] che un adrone di 5 GeV deposita circa il 15% della sua energia non e.m. attraverso i  $\pi^0$  dello sciame e dissipa il rimanente 85% in processi di altro tipo. Per questo motivo il segnale adronico è dominato dalla sua componente e.m.

L'estrema non compensatività di questi calorimetri ha importanti conseguenze sulla loro risoluzione in energia e sulla linearità del segnale. Poiché il segnale è dominato dal numero di  $\pi^0$  nello sciame, la risoluzione viene influenzata dalle fluttuazioni da evento a evento che esistono nella energia totale trasportata dai pioni. Tali fluttuazioni, inoltre, sono non Poissoniane.

La collaborazione SPACAL [7] ha misurato la frazione  $f_{e.m.}$  di energia e.m. in sciami originati da pioni. Questa frazione è compresa tra il 30% (5 GeV) ed il 60% (150 GeV).

La distribuzione di  $f_{e.m.}$  ottenuta è asimmetrica con una co-

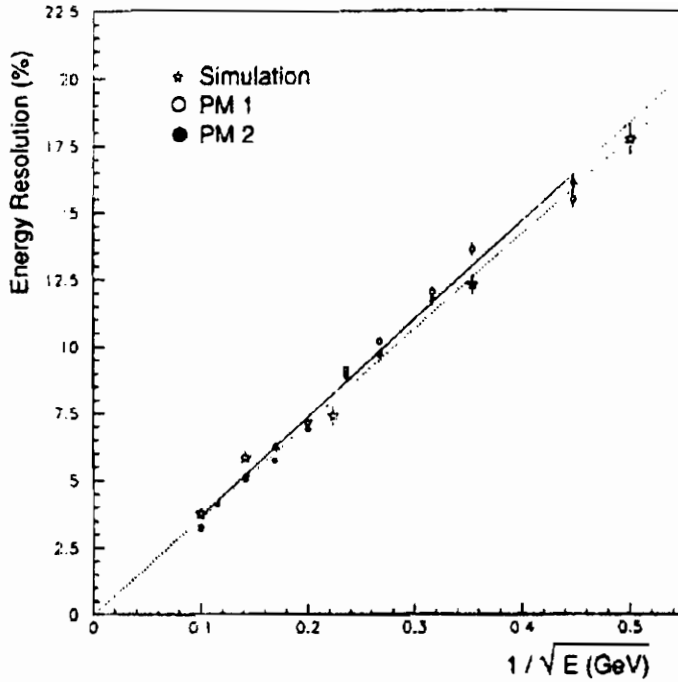


Figura 11: Risoluzione in energia ( $\epsilon.m$ ) per Proto-3: confronto con una simulazione MC.

da più alta per  $f_{e.m.}$  maggiori. La figura 12 mostra la larghezza di questa distribuzione in funzione della energia incidente. I dati sperimentali vengono descritti con la seguente espressione:

$$\frac{\sigma_{rms}(f_{e.m.})}{\langle f_{e.m.} \rangle} = 0.435 - 0.052 \ln(E) \quad (4)$$

con  $E$  in GeV.

Per un calorimetro sensibile solo alla componente e.m. come quelli che qui discutiamo, questa espressione descrive la risoluzione in energia per un singolo pione. La risoluzione dunque aumenta logicamente con l'energia e non con  $E^{-1/2}$  come nei calorimetri in cui è determinata da processi Poissoniani.

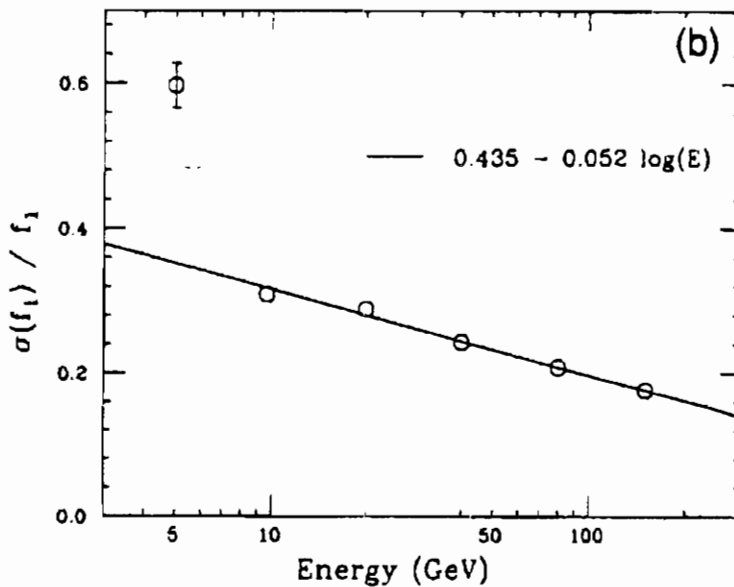


Figura 12: *Larghezza (r.m.s.) della distribuzione della frazione di energia e.m.*

Le fluttuazioni di campionamento e quelle sul numero di fotoni prodotti sono trascurabili per cui la quantità di luce emessa non risulta essere un punto fondamentale per la costruzione di calorimetri adronici.

Nel 1992 e '94, presso il CERN, sono stati fatti alcuni test [12, 16] su prototipi adronici (Proto-2, Proto-4) che hanno fornito risoluzioni nell'ordine di

$$\frac{\sigma}{E} \sim \frac{200\%}{\sqrt{E}} \ominus 8\%.$$

Simulazioni MC più recenti [12] hanno fornito risultati migliori (figura 13).

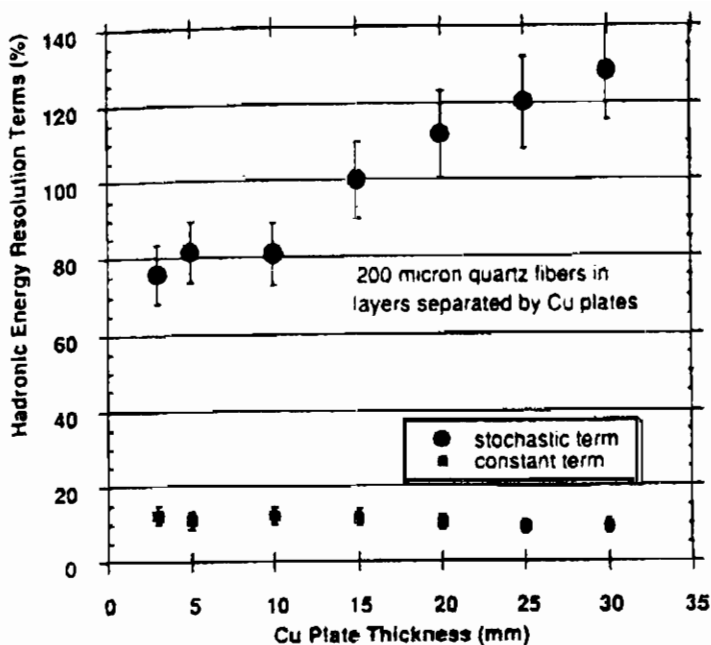


Figura 13: Risultati di una simulazione MC dei termini costante e stocastico della risoluzione in energia adronica in funzione dello spessore dell'assorbitore.

### 4.3 La risposta ai jet

Per i calorimetri convenzionali si assume normalmente che la risoluzione sull'energia depositata da QCD-jets sia migliore che per singoli adroni in quanto le fluttuazioni della componente e.m. dello sciame sarebbero inferiori in un jet che è composto da molti adroni. Inoltre ci si aspetta che la risoluzione migliori con l'energia in quanto aumenterebbe la molteplicità dei jet.

Queste osservazioni non sono valide per calorimetri con fibre al quarzo. Infatti [5]:

- le fluttuazioni sul numero di  $\pi^0$  nei jet ( $\sigma/E \sim 40 - 50\%$ ) per calorimetri non compensanti dominano la risoluzione sull'energia e

la rendono più alta che per singoli adroni.

- queste fluttuazioni non diminuiscono con l'energia in quanto, all'aumentare della molteplicità dei jet, in realtà aumenta solo il numero di particelle *soft* nel jet e non il numero di quelle che contribuiscono alla produzione di luce Cherenkov.

Pertanto la risoluzione sull'energia dei jet aumenta solo nella misura in cui aumenta  $\langle f_{e.m.} \rangle$ , cioè con  $\ln(E)$ .

## 5 Conclusioni

I calorimetri con fibre ottiche al quarzo si adattano bene ai requisiti posti per operare nelle zone più in avanti degli esperimenti ai colliders di più alta energia (in particolare LHC).

- L'uso di fibre al quarzo consente misure efficaci anche dopo esposizioni prolungate alla radiazione (Gigarad). Ad LHC si renderà così possibile instrumentare regioni di pseudorapidità fino ad  $|\eta| = 8$ .
- Sono apparati intrinsecamente veloci: la formazione del segnale è comunque più veloce dell'intervallo fra *bunch crossing* di 25 ns previsto ad LHC.
- La soglia dell'effetto Cherenkov e la limitata accettazione angolare riducono fortemente il fondo dovuto alla radioattività indotta nel calorimetro stesso ed ai neutroni lenti.
- Permettono l'uso di materiali a basso  $Z$  (rame) che contribuiscono a limitare la dimensione laterale degli sciame ed a ridurre la produzione di neutroni.
- La componente dello sciame realmente sfruttata è molto ridotta rispetto ai calorimetri convenzionali, permettendo la costruzione di apparati di dimensioni relativamente compatte.
- Sono facilmente realizzabili apparati ermetici.
- Promettono una ottima risoluzione spaziale e separazione jet-jet ed una cattiva risoluzione in energia ma con un termine costante nullo (calorimetri e.m.).

## Riferimenti bibliografici

- [1] SDC Coll., Technical Design Report, Report SDC-92-201
- [2] D. Groom (ed.), Task Force Report on Radiation Levels in the SSC Interaction regions, Report SSC-SR-1033 (1988)
- [3] GEM Coll., Letter of Intent for an SSC Experiment, Nov. 1991
- [4] ATLAS Coll., Letter of Intent for a General Purpose pp Experiment at the Large Hadron Collider at CERN, report CERN/LHCC 92-04 (1992)
- [5] O. Ganell and R. Wigmans, Nucl. Instr. and Meth. A365 (1995) 104
- [6] CMS Coll., Letter of Intent, report CERN/LHCC 92-03 (1992)
- [7] D. Acosta *et al.*, SPACAL Coll., Nucl. Instr. and Meth. A316 (1992) 184
- [8] J.V. Jelley, Cherenkov Radiation and its Applications (Pergamon, Oxford, 1958)
- [9] D. Lazic, Tesi di dottorato, CRN 93-38, 28 Marzo 1993
- [10] G. Anzivino *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. A357 (1995) 369
- [11] G. Anzivino *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. A357 (1995) 380
- [12] P. Gorodetzky *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. A361 (1995) 161
- [13] P. Gorodetzky *et al.*, Radiation Physics and Chemistry, Vol. 41, Nos 1/2, eds. R. Clough and K.F. Johnson (Pergamon, Oxford, UK 1992) pg. 253
- [14] CMS Coll., Technical Design Report, CERN/LHCC 94-38; G. Anzivino *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. A360 (1995) 237
- [15] C.Leroy, Y.Sirois and R. Wigmans, Nucl. Instr. and Meth. A252 (1986) 4
- [16] A. Contin *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. A367 (1995) 271
- [17] R. Wigmans, Nucl. Instr. and Meth. A259 (1987) 389
- [18] T. Gabriel, Nucl. Instr. and Meth. 150 (1978) 145

Andrea Pallavicini

Dipartimento di Fisica Nucleare e Teorica  
Università di Pavia

e

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare  
Sezione di Pavia

## La Frizione Dinamica in Scenari di Interesse Astrofisico

Seminario tenuto il 20 dicembre 1996

# 1 Introduzione

In questo lavoro si vuole spiegare in termini generali come poter interpretare l'interazione gravitazionale di un corpo, sia esso una stella, una galassia o quant'altro, con un sistema non collisionale.

Definire e dare un significato fisico a questi processi è un tentativo di spiegazione per un vasto spettro di scenari astrofisici. Le argomentazioni addotte sono quindi pensate più con intento qualitativo che quantitativo.

Per affrontare questo problema viene data una soluzione approssimata del problema degli  $N$  corpi separando il potenziale agente sul corpo in una parte lentamente variabile e in una parte rapidamente e stocasticamente variabile (*frizione dinamica*). Quindi si cerca un'espressione generale per questo termine nell'ambito della teoria della risposta lineare e si prova a specializzare le equazioni risultanti allo studio di un satellite orbitante attorno ad una galassia massiccia e allo studio della caduta di un buco nero nel nucleo di una galassia.

Nel primo capitolo si restringe il campo di ricerca ad una particolare classe di sistemi: i sistemi non collisionali. Inoltre si introducono i concetti necessari per analizzare i fenomeni dinamici che si presentano in tali scenari. Nel secondo capitolo si studia un modello per interpretare alcuni di questi aspetti dinamici, cercando una generalizzazione a sistemi non omogenei della equazione di Chandrasekhar [7]. Infine nel terzo capitolo si descrivono qualitativamente due realizzazioni del modello negli scenari sopra citati.

## 2 Scenari Astrofisici

Gli scenari astrofisici che verranno considerati nel seguito sono scelti sulla base di considerazioni generali che occorre precisare. Chiariti i concetti principali con cui occorre lavorare, come l'evoluzione a scale differenti e la non collisionalità di un sistema, descriveremo alcune problematiche osservative collegate al problema.



## 2.1 Incontri fra Galassie

La distribuzione di galassie non è uniforme, ma le osservazioni mostrano che può essere descritta da una struttura gerarchica. Questo vuole dire che le galassie tendono a raggrupparsi e quindi a formare sistemi legati come ammassi e superammassi.

L'evoluzione dinamica di questi sistemi, causata dalla mutua interazione gravitazionale dei costituenti, è caratterizzata da due tipi di processi. I primi sono definiti dalla distribuzione *a grana grossa* del sistema, pertanto sono processi di natura conservativa e semplicemente descrivono il progressivo *sfilacciamento* o la *frammentazione*<sup>1</sup> dello spazio delle fasi del sistema. I secondi sono quelli che sentono la distribuzione *a grana fine* del sistema, quindi sono di natura dissipativa. Questi producono un "riscaldamento" del sistema ovvero il passaggio dell'energia del sistema a gradi di libertà interni.

Un esempio può chiarire queste distinzioni. Consideriamo un sistema formato da oscillatori armonici non accoppiati<sup>2</sup>. Questo

---

<sup>1</sup> Per avere una definizione rigorosa dei termini intuitivi riportati in corsivo si consiglia di vedere i capitoli *IV* e *VIII* della ref. [5] e in particolare le parti riguardanti il "phase mixing" e lo "hierarchical clustering". Per comodità si ricordano comunque le seguenti definizioni [12]. Dato un sistema di  $N$  corpi  $\Sigma$  se ne rappresenti una configurazione tramite un punto di coordinate  $\Gamma$  dello spazio delle fasi. Si definisce la distribuzione di probabilità a grana fine  $f(\Gamma)$  in modo tale che  $d\Gamma f(\Gamma)$  sia il numero dei punti rappresentativi di  $\Sigma$  contenuti nell'elemento di spazio fasi  $d\Gamma$ . Fissato un aperto  $\Omega$  dello spazio delle fasi, si definisce distribuzione a grana grossa la funzione

$$f_{\Omega} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\text{mis}(\Omega)} \int_{\Omega} d\Gamma f(\Gamma)$$

La freccia del tempo è data quindi dal teorema H di Boltzmann tramite la definizione formale di entropia

$$\begin{cases} S \stackrel{\text{def}}{=} - \int d\Gamma f \log f \\ S_{\Omega} \stackrel{\text{def}}{=} - \int d\Gamma f_{\Omega} \log f_{\Omega} \end{cases}$$

<sup>2</sup>In un galassia le stelle sono accoppiate dalla mutua interazione gravi-

è descritto a livello microscopico da leggi di natura reversibile e quindi conservativa come l'equazione di Liouville. Se si fissa come condizione iniziale che gli oscillatori siano tutti in fase e si segue l'evoluzione dinamica del sistema, si trova che più passa il tempo più gli oscillatori vanno fuori fase, poiché la configurazione a fasi coerenti è meno probabile di quella a fasi qualunque (sfilacciamento dello spazio delle fasi). Questo può essere interpretato come una legge dinamica con una freccia del tempo determinata dal comportamento macroscopico del sistema (evoluzione a grana grossa). Se in seguito si accoppia ciascun oscillatore del sistema con un corpo esterno e ci si chiede quale sia l'interazione media tra il sistema di oscillatori e il corpo, si ottiene che allo scambio di energia sistema-corpo è associato anche uno scambio di entropia, poiché l'operazione di media ha nascosto i gradi di libertà delle singole particelle del sistema, rendendo il processo dissipativo (evoluzione a grana fine).

In generale i tempi scala e gli scenari dove avvengono queste due dinamiche sono molto differenti e questo porta a poter disaccoppiare i processi.

Nel caso in esame pensiamo, e siamo autorizzati a pensare, che le galassie sotto l'evoluzione dinamica a grana grossa abbiano formato dei sistemi legati. Quindi l'evoluzione a grana fine (processi dissipativi) sottrae energia orbitale alle galassie. Il risultato sono gli incontri fra galassie, che possono, per una opportuna scelta dei parametri orbitali, dare origine ad una fusione in un unico oggetto [5]. Le osservazioni mostrano che circa il 5% delle galassie ha subito o sta subendo degli incontri [2]. Oltre ai processi appena elencati bisogna ricordare che esistono delle interazioni di natura non dissipativa, qualunque sia la scala di descrizione della dinamica. Queste forze (*forze mareali*) deformano la struttura delle galassie senza *riscaldare* il sistema<sup>3</sup>. Poiché questi processi non definiscono una freccia del tempo, non possono definire una evoluzione dinamica di

---

tazionale, ma come vedremo nel numero 2.3 possono essere pensate come indipendenti fra loro e obbligate a muoversi in un potenziale medio.

<sup>3</sup>Per utilizzare un linguaggio proprio della termodinamica possiamo dire che questi sono processi di natura adiabatica.

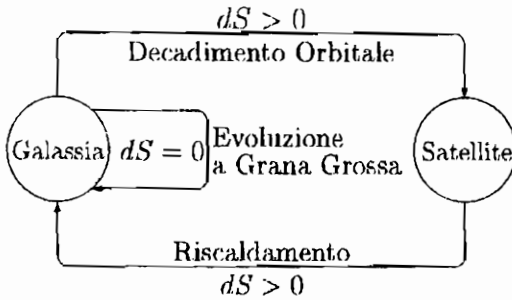


Figure 1: Processi evolutivi dinamici a grana fine e a grana grossa.

natura irreversibile.

## 2.2 Satelliti

Possiamo specializzare lo scenario del numero 2.1 al caso di un sistema legato formato da due sole galassie. Per semplicità consideriamo la prima molto più massiccia della seconda. Ulteriormente supponiamo che i processi a grana grossa non siano importanti sul tempo scala su cui vogliamo operare. Questo comporta che il sistema evolva sotto l'azione dei processi dissipativi. La galassia satellite, o più semplicemente il satellite, subisce una forza media che tende a far "decadere" la sua orbita.

Naturalmente la forza media cui è soggetto il satellite è una somma del contributo dissipativo dei processi evolutivi a grana fine e di un contributo conservativo dovuto agli effetti mareali. Questa descrizione può essere schematizzata come da figura 1.

Lo scenario qui illustrato è tuttavia più generale della sola applicazione al caso dei sistemi di galassie. Nello stesso spirito possiamo descrivere anche il decadimento orbitale di un buco nero nel nucleo di una galassia o il decadimento di un sistema di buchi neri in un nucleo galattico attivo<sup>4</sup> (AGN).

<sup>4</sup> Occorre per quest'ultimo scenario prestare attenzione alla distinzione fra il sistema baricentrale e il riferimento solidale all'AGN. Questo potrebbe essere

## 2.3 Collisioni e Correlazioni

Nell'elenco dei sistemi dinamici che si intende analizzare mancano a ragion veduta gli ammassi globulari e gli ammassi di galassie. Questa omissione non è casuale, ma voluta.

Occorre premettere la definizione di un concetto importante per capire la distinzione appena fatta. Si definisce tempo di rilassamento  $t_{\text{relax}}$  del sistema  $\Sigma$  il tempo che impiega in media un corpo del sistema per cambiare la propria velocità di una quantità pari alla sua velocità iniziale a causa della interazione con gli altri corpi di  $\Sigma$ . Se il tempo di rilassamento<sup>5</sup> è paragonabile o minore del tempo scala dinamico  $t_{\text{cross}}$ , allora il sistema viene detto *collisionale*. Dunque in un sistema collisionale la probabilità che un corpo occupi una determinato volume  $d\Gamma$  dello spazio delle fasi non è indipendente dalla posizione e dalla velocità degli altri corpi: il sistema è *correlato*. D'altra parte, se il sistema può essere pensato non correlato<sup>6</sup>, è possibile simulare l'interazione fra le particelle con un potenziale medio [5].

I parametri fisici tipici degli ammassi globulari e degli ammassi di galassie non rispettano in generale la condizione di non collisionalità; mentre le stelle di una galassia soddisfano questa ipotesi. Nel seguito ci limiteremo a considerare solo il caso di sistemi non collisionali.

---

infatti la causa di alcune discrepanze riscontrate in letteratura [15].

<sup>5</sup>Dalle argomentazioni elementari del numero 3.2, basate su un modello ad incontri binari per i corpi del sistema, è possibile stimare il tempo di rilassamento

$$t_{\text{relax}} \sim \frac{N}{10 \log N} t_{\text{cross}} \quad (1)$$

dove  $N$  è il numero di stelle e  $t_{\text{cross}}$  è il tempo medio che una stella impiega ad attraversare il sistema (crossing time).

<sup>6</sup>Se quanto detto mostra il fatto che un sistema collisionale è correlato, non mostra invece il viceversa [9]. Tuttavia nel seguito per evitare di appesantire la discussione si ricorrerà al termine non collisionale anche per significare la non correlazione. Si è giustificati in questo dal fatto che gli scenari considerati soddisfano in effetti a entrambi i requisiti.

## 2.4 Confronto con le Osservazioni

L'evoluzione dinamica data dalle forze dissipative ha effetti macroscopici osservabili.

### 2.4.1 LISA

Esiste il progetto per costruire un rilevatore<sup>7</sup> (Linear Interferometer Space Antenna) di onde gravitazionali a bassa frequenza, ovvero da  $10^{-4}$ Hz a 1Hz.

Consideriamo una binaria di buchi neri in un nucleo galattico. L'orbita decadrà per effetto dei processi dissipativi descritti nel numero 2.1 e per effetto della emissione di onde gravitazionali. Questo secondo processo può per eccentricità orbitali sufficientemente grandi e per semiassi sufficientemente piccoli essere predominante rispetto al primo [14]. Se questo accade abbastanza rapidamente i buchi neri possono coalescere in breve tempo<sup>8</sup> [3],[10],[21].

Se l'analisi appena svolta si rivelasse vera allora LISA sarebbe in grado di osservare gli ultimi stadi di vita della binaria fino alla coalescenza [18].

Tuttavia questi processi dipendono fortemente da come i processi dissipativi dinamici agiscano per portare il sistema a delle condizioni favorevoli ad innescare un efficace processo di emissione di onde gravitazionali. Quindi le osservazioni di LISA potranno essere prese come prova discriminante fra modelli concorrenti.

### 2.4.2 Modelli Unificati per gli AGN

La pleora di osservazioni riguardanti gli AGN è di difficile catalogazione, giacché non esistono ancora dei modelli che riescano a comprenderne tutta la ricchezza. I modelli che meglio si adattano sono quelli che collegano l'emissione anomala dell'AGN alla presenza di uno o più buchi neri nel suo nucleo [6],[23].

---

<sup>7</sup>Si prevede che l'antenna venga mandata in orbita entro l'anno 2010.

<sup>8</sup>Con coalescenza si intende la *fusion*e dei due corpi.

Senza addentrarci in lunghe digressioni possiamo comunque individuare un paio di punti salienti nei modelli di unificazione proposti per gli AGN. Un primo punto riguarda la differente distribuzione di popolazione fra gli AGN che sono forti sorgenti radio e quelli che non lo sono. Questo fenomeno potrebbe essere spiegato sulla base della presenza di un buco nero di Kerr<sup>9</sup> nel nucleo galattico, ma tale oggetto ha buone probabilità di essersi formato a causa della coalescenza di una binaria di buchi neri. Un secondo punto riguarda la precessione dei getti [17], che si potrebbe pensare dovuta alla deriva relativistica dei riferimenti inerziali in una binaria di buchi neri. Con argomentazioni simili al numero precedente si può quindi capire l'importanza dei processi dissipativi dinamici in relazione alla presenza di binarie di buchi neri.

### 2.4.3 Gruppi di Galassie

Utilizzando le argomentazioni del numero 2.1 è possibile individuare nello studio dei processi dissipativi dinamici un metodo per stimare la distribuzione di popolazione dei gruppi di galassie<sup>10</sup> [20]. Inoltre l'analisi della evoluzione dinamica permette di ottenere informazioni sulla materia oscura presente nel sistema [19].

## 3 Definizione del Modello

Avendo discusso quali sono gli scenari cui intendiamo rivolgerci, possiamo passare ad analizzare gli aspetti formali del problema. Questi consistono sia nella formulazione generale dello stesso, sia nelle approssimazioni necessarie per risolverlo.

---

<sup>9</sup>i buchi neri di Kerr sono rotanti, quindi individuati dalla massa (raggio di Swarzschild) e dal momento angolare (si suppone che siano elettricamente neutri).

<sup>10</sup>Se i gruppi sono troppo numerosi (ammassi), si corre il rischio di perdere l'ipotesi di non collisionalità

### 3.1 Formulazione Generale

In generale un sistema di  $N$  corpi interagenti può essere descritto dalla distribuzione di probabilità  $f = f(\Gamma)$  e dal potenziale di interazione fra i suoi costituenti  $\Phi = \Phi(\Gamma)$ , dove  $\Gamma$  sono le coordinate nello spazio delle fasi. Indicando con  $\vec{r}$  e con  $\vec{v}$  i vettori coordinati in  $3N$  dimensioni, otteniamo

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} f + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} f - \vec{\nabla}_{\vec{r}} \Phi \cdot \vec{\nabla}_{\vec{v}} f = 0 \\ \nabla_{\vec{r}}^2 \Phi - 4\pi G f d\vec{v} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Questo sistema è formato dall'equazione di Liouville e della equazione di Poisson. In questi termini è purtroppo di scarso aiuto al fine di previsioni, anche solo qualitative, sugli scenari descritti nel capitolo precedente. Le difficoltà possono essere riassunte in tre punti: avere  $6N$  gradi di libertà,  $f$  e  $\Phi$  sono accoppiate,  $f$  dipende da tutti i gradi di libertà.

Per semplificare il sistema occorre attuare delle approssimazioni. Se ci si limita a considerare sistemi non collisionali, come nel numero 2.3, la distribuzione  $f$  può essere fattorizzata, ovvero

$$f(\Gamma) \equiv f^{(N)}(\vec{r}_1, \vec{v}_1; \dots; \vec{r}_N, \vec{v}_N) = \prod_{i=1}^N f^{(1)}(\vec{r}_i, \vec{v}_i) \quad (3)$$

questo in termini di media di una grandezza estensiva  $Q(\Gamma)$  sul sistema equivale a porre

$$\begin{aligned} \langle Q \rangle^{(N)} &\equiv \int d\Gamma f^{(N)}(\Gamma) Q^{(N)}(\Gamma) = \\ &= \int \prod_{i=1}^N d\vec{r}_i d\vec{v}_i f^{(1)}(\vec{r}_i, \vec{v}_i) \sum_{j=1}^N Q^{(1)}(\vec{r}_j, \vec{v}_j) = \\ &= \sum_{i=1}^N \int d\vec{r}_i d\vec{v}_i f^{(1)}(\vec{r}_i, \vec{v}_i) Q^{(1)}(\vec{r}_i, \vec{v}_i) \end{aligned}$$

Per la non collisionalità del sistema tutte le particelle hanno in

media lo stesso comportamento. Posto<sup>11</sup>

$$f(\omega) \equiv f(\vec{r}; \vec{v}) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{N} f^{(1)}(\vec{r}_i, \vec{v}_i)$$

si ottiene<sup>12</sup>

$$\langle Q \rangle^{(N)} = \langle Q \rangle \quad (4)$$

Introduciamo un corpo esterno  $M$  che interagisca con il nostro sistema. Il sistema  $\Sigma' \stackrel{\text{def}}{=} \Sigma \cup \{M\}$  che si ottiene è correlato a causa della interazione fra  $M$  e le particelle di  $\Sigma$ . Quindi il ragionamento precedente fallisce e le grandezze dinamiche mediate su  $\Sigma'$  soddisferanno la relazione<sup>13</sup>

$$\langle Q \rangle^{(N+1)} = \langle Q \rangle + \chi \quad (5)$$

dove il termine  $\chi$  rispecchia la correlazione di  $\Sigma'$ <sup>14</sup>.

Dal punto di vista del sistema  $\Sigma$  si può pensare che la velocità  $\vec{V}$  del corpo  $M$  a causa della interazione fluttui attorno ad un valore medio  $\langle \vec{V} \rangle^{(N)}$ . Quindi per il teorema di fluttuazione-dissipazione [12] il corpo  $M$  dissipa energia riscaldando  $\Sigma$ . Per stimare la fluttuazione di  $\vec{V}$ , utilizziamo un approccio perturbativo e sviluppiamo la forza media che risente il corpo  $M$  al secondo ordine nella costante di accoppiamento  $G$ . Tale sviluppo può essere ottenuto linearizzando nel sistema (2) l'energia  $\mathcal{H}$ , e quindi il potenziale  $\Phi$ , e la distribuzione  $f$

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1 \quad , \quad f = f_0 + f_1 \quad (6)$$

<sup>11</sup>Proprio grazie alla non collisionalità la definizione è ben posta, ovvero indipendente dalla scelta della particella  $i$ -esima

<sup>12</sup>Il simbolo  $\langle . \rangle^{(N)}$  indica la media su  $f^{(N)}$  e  $\langle . \rangle$  indica la media su  $f$ .

<sup>13</sup>Il simbolo  $\langle . \rangle^{(N+1)}$  indica la media su  $\Sigma'$ .

<sup>14</sup>Se prendiamo al posto di  $Q$  la potenza emessa  $L$ , è immediato identificare il termine  $\chi$  della (5) con l'energia dissipata nell'unità di tempo dal corpo  $M$  [4],[16]. Essendo il sistema  $\Sigma'$  chiuso, si ha  $\langle L \rangle^{(N+1)} = 0$ .



Ulteriormente supponiamo che la distribuzione  $f$  dipenda dallo spazio delle fasi solo tramite l'energia<sup>15</sup>. Queste ipotesi ci permettono di esprimere la forza media che risente il corpo esterno in modo assai semplice [13]. Indicando con il parametro di temperatura  $\beta_0$  il rapporto  $\frac{1}{m\sigma^2}$ , ottengo<sup>16</sup>

$$\vec{\mathcal{F}}(t) \equiv \langle \vec{F}(t) \rangle^{(N)} = \langle \vec{F} \rangle_0 - \int_{-\infty}^t ds \langle \vec{v}(s) \cdot \vec{F}(s) \vec{F}(t) \rangle_{0, \beta_0} \quad (7)$$

La relazione trovata rappresenta la risoluzione formale del problema per tutti gli scenari descritti nel capitolo 2.

### 3.2 Equazione di Chandrasekhar

Il risultato precedente, sebbene elegante<sup>17</sup> non offre una formula di immediata applicazione, poiché non è banale eseguire l'integrale sullo spazio delle fasi, nemmeno se questo è ora a sole sei dimensioni.

Prima di introdurre delle approssimazioni più adatte a descrivere la complessità dei sistemi introdotti nel capitolo precedente, è utile descrivere un caso che, a dispetto della forte semplificazione, può essere considerato un paradigma, almeno in ambito astrofisico, nell'analisi dei processi dissipativi.

Seguendo Chandrasekhar [7] consideriamo un sistema  $\Sigma$  non collisionale, omogeneo ed isotropo (e quindi illimitato) che interagisca con un corpo  $M$ . Inoltre pensiamo alla interazione come ad una sequenza di incontri binari. In altri termini penso di eseguire una successione di scattering alla Rutherford delle particelle del sistema

<sup>15</sup>Questa ultima supposizione, se a prima vista può risultare eccessivamente forte, è molto generale. Infatti per sistemi integrabili non degeneri è una conseguenza diretta del teorema di Jeans [1],[5]

<sup>16</sup>Il simbolo  $\langle \cdot \rangle_0$  indica la media su  $f_0$  e  $\langle \cdot \rangle_{0, \beta_0}$  indica la media su  $f_0 \beta_0$ .

<sup>17</sup>È interessante notare che l'equazione (7) è formalmente identica alla equazione del trasporto di Kubo [11]. Infatti sia questa che la nostra relazione sono state derivate utilizzando tacitamente i risultati della teoria della risposta lineare per i sistemi ad  $N$  corpi [12].

contro il corpo  $M$ , ma senza tenere  $M$  fisso. Il risultato per la decelerazione, noto in letteratura con il nome di frizione dinamica, è dato dalla relazione

$$\vec{F} = -\frac{4\pi \log \Lambda (GM)^2 Nm}{V^2} \left( \operatorname{erf} X - \frac{2X}{\sqrt{\pi}} e^{-X^2} \right) \vec{V} \quad (8)$$

dove  $\Lambda$  è un cut off<sup>18</sup> sulla dimensione del sistema e  $X \stackrel{\text{def}}{=} \frac{V}{\sqrt{2}\sigma}$ . Il risultato (7) è consistente con (8), quando si considera il limite di moto rettilineo<sup>19</sup> per le particelle del sistema e per il corpo  $M$ .

L'equazione di Chandrasekhar offre pregi e difetti opposti rispetto alla (7), poiché è una relazione semplice che ha validità ristretta. Tuttavia si è verificato che riesce a dare risultati con un errore non superiore al 30% per scenari non eccessivamente disomogenei [5]. Nostro intento è cercare una relazione simile a quella di Chandrasekhar partendo dalla (7) con l'intento di ottenere uno spettro di validità più ampio.

### 3.3 Sistemi non Omogenei

Come punto di partenza consideriamo l'equazione (7) e imponiamo alcune ipotesi semplificative. Dapprima consideriamo che il sistema  $\Sigma$  sia a simmetria sferica<sup>20</sup> e che abbia una distribuzione maxwelliana per le velocità. Quindi ipotizziamo che il tempo scala

<sup>18</sup>Per stimare il tempo di rilassamento, equazione (1), è stata utilizzata la relazione di Chandrasekhar con la stima  $\log \Lambda \simeq \log N$ .

<sup>19</sup>In questo limite occorre introdurre una regolarizzazione per integrare sullo spazio delle fasi, poiché, indicando con  $\xi$  la distanza tra il corpo  $M$  e una particella del sistema  $\Sigma$ , l'integrando diverge per  $\xi \rightarrow 0$ . Come regolarizzazione si può pensare che al di sotto di un cut off  $\lambda$  la dispersione delle velocità segua un andamento kepleriano

$$\begin{cases} \sigma \propto \frac{1}{\xi} & , \quad \xi < \lambda \\ \sigma \propto \text{cost.} & , \quad \xi > \lambda \end{cases}$$

<sup>20</sup>Questa ipotesi è collegata a quanto detto nella nota 4.

macroscopico sia molto maggiore del tempo scala microscopico per poter disaccoppiare<sup>21</sup> l'evoluzione orbitale dalle fluttuazioni della velocità del corpo  $M$ .

Con le semplificazioni fatte possiamo integrare<sup>22</sup> sullo spazio delle fasi ed ottenere

$$\vec{\mathcal{F}} = \langle \vec{F} \rangle_0 - \xi_{\text{dyn}} \hat{V} - \xi_{\text{drift}} \cos \theta \hat{R} - \eta_{\text{prec}} \hat{R} \quad (9)$$

con  $\xi_{\text{dyn}} = \xi_{\text{dyn}}(R, V)$ ,  $\xi_{\text{drift}} = \xi_{\text{drift}}(R, V)$ , ma  $\eta_{\text{prec}} = \eta_{\text{prec}}(R)$  e  $\theta$  è l'angolo fra  $\hat{R}$  e  $\hat{V}$ . La forma esplicita dei termini viene data in ref.[8].

Poiché abbiamo considerato sistemi in cui l'evoluzione a grana grossa è pensata trascurabile rispetto a quella a grana fina, otteniamo una equazione finale che non comprende tali processi, ma nulla è stato fatto per eliminare i processi di tipo mareale, che appunto compaiono nella (9) nel quarto termine, che ha natura conservativa, e dal punto di vista di  $M$  è responsabile di una precessione. D'altro parte il secondo e il terzo termine sono quelli propri dei processi dissipativi. Un confronto con (8) mostra che è il primo di questi termini che deve essere identificato con la frizione dinamica di Chandrasekhar, mentre il secondo termine compare a causa delle disomogeneità del sistema. Il limite per  $R \rightarrow 0$  vede quest'ultimo termine annullarsi. Quindi possiamo interpretarlo come una deriva verso il minimo del potenziale medio del sistema.

## 4 Realizzazione del Modello

Dopo avere elaborato una teoria per i processi dinamici a grana fine con l'idea di interpretare gli scenari discussi nel capitolo 2, ora vogliamo realizzare la teoria su esempi concreti. Considereremo il

---

<sup>21</sup>Le motivazioni che portano a paragonare le fluttuazioni della velocità di  $M$  con la forza media (evoluzione orbitale) sono dovute ai ragionamenti del numero 3.1.

<sup>22</sup>Se il corpo  $M$  si può trovare all'interno di  $\Sigma$  occorre introdurre una regolarizzazione come si è già detto nella nota 19.

caso di un satellite orbitante attorno ad una galassia massiccia e quello della caduta di un buco nero nel nucleo di una galassia.

#### 4.1 Satellite Orbitante attorno ad una Galassia

Consideriamo una galassia  $\Sigma$  attorno cui orbiti un satellite puntiforme di massa  $M$ . Descriviamo la galassia tramite una distribuzione della densità  $\rho$  e della dispersione delle velocità  $\sigma$  con legge di potenza

$$\begin{cases} \rho(R) = \rho(R_0) \left(\frac{R_0}{R}\right)^k \\ \sigma(R) = \sigma(R_0) \left(\frac{R_0}{R}\right)^h \end{cases} \quad (10)$$

I processi dissipativi diminuiscono l'energia orbitale del satellite a favore dei gradi di libertà interni di  $\Sigma$ . Il satellite si trova all'esterno della galassia per cui ha una orbita imperturbata che è kepleriana. Considerando la perturbazione dovuta alle fluttuazioni piccola rispetto all'interazione kepleriana, possiamo valutare come i parametri orbitali varino nel corso del tempo.

Con l'aiuto della (10) è possibile calcolare<sup>23</sup> analiticamente i parametri della (9) e dal valore della forza media così ottenuto ricavare la variazione dei parametri orbitali, ottenendo

$$\langle \dot{e} \rangle < 0 \quad \text{per } 3h < k < 3 \quad (11)$$

Questa conclusione è in accordo con calcoli già presenti in letteratura [20]. È importante notare che per scelte ragionevoli dei profili di densità e di dispersione delle velocità si ha una circolarizzazione dell'orbita del satellite.

---

<sup>23</sup> Il conto è fatto trascurando le risonanze tra la frequenza orbitale  $\omega_i$  della particelle  $i$ -esima della galassia con la frequenza  $\Omega$  del satellite, ovvero le configurazioni che danno  $\omega_i \simeq \Omega$  per qualche  $i$ . In generale questa approssimazione non è valida per una stima realistica della magnitudine della forza media [22], ma lo rimane per la stima del segno della variazione dei parametri orbitali, come mostra uno sviluppo semianalitico.

## 4.2 Buco Nero in Caduta in un Nucleo Galattico

Consideriamo un nucleo galattico  $\Sigma$  e un buco nero di massa  $M$  la cui orbita per effetto dei processi dissipativi decada. Il sistema  $\Sigma$  è simulato da una sfera isoterma singolare<sup>24</sup>. Consideriamo uno scenario con parametri fisici:

$$\begin{cases} M_{BH} = 10^6 M_{\odot} & , \lambda = 5 \cdot 10^{-2} \text{pc} \\ \rho(1\text{pc}) = 10^5 M_{\odot} \text{pc}^3 & , \sigma = 3 \cdot 10^7 \text{cm/s} \\ V_c = 7 \cdot 10^6 \text{cm/s} & , \Theta_c = 8 \cdot 10^5 \text{yr} \end{cases}$$

dove  $\lambda$  è il cut off a piccole distanze<sup>25</sup> e  $V_c$  è la velocità su un'orbita circolare di periodo  $\Theta_c$  con parametri orbitali iniziali

$$e_0 = 0.9 \quad ; \quad a_0 = 10\text{pc}$$

L'integrazione numerica delle equazioni del moto è riportata in figura 2 per i primi diciotto passaggi all'apocentro (circa  $10^7$ yr). I valori riportati sugli assi sono rapportati al semiasse iniziale  $a_0$ .

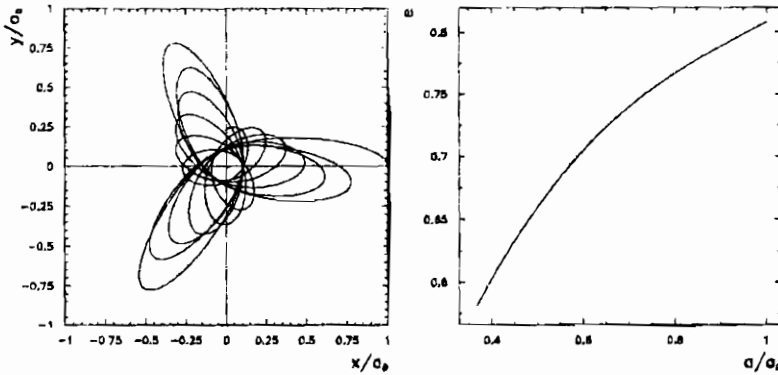


Figure 2: Evoluzione orbitale di un buco nero in nucleo galattico.

<sup>24</sup>Nei simboli della (11) una sfera isoterma ha parametri  $k = 2$  e  $h = 0$ .

<sup>25</sup> $\lambda$  è definito nella nota 19

Il grafico di destra mostra che l'eccentricità, al diminuire del semiasse orbitale, diminuisce. Questo comportamento è simile a quanto già ottenuto per il satellite orbitante attorno ad una galassia. Tuttavia esistono in letteratura alcuni risultati per la caduta di un buco nero in un nucleo galattico [21] che sono in contrasto con quello qui mostrato. Questo avviene quando non si tiene conto della non omogeneità del mezzo. Infatti per un mezzo omogeneo si ha  $h = k = 0$  che viola la relazione (11).

## 5 Conclusioni

In questo lavoro abbiamo cercato di interpretare l'evoluzione di scenari di interesse astrofisico caratterizzati dalla interazione di un sistema  $\Sigma$  con un corpo esterno  $M$  tramite una spiegazione in termini di una evoluzione dipendente dalla scala<sup>26</sup> e di una differenziazione fra processi dissipativi e processi conservativi.

Il modello proposto, che in linea di principio discende dalla teoria della risposta lineare, è stato esposto sia in termini formali come approssimazione delle equazioni di Liouville e Poisson per un sistema non collisionale, sia in termini più diretti tramite il teorema di fluttuazione-dissipazione. Inoltre i risultati sono stati confrontati con l'approssimazione di Chandrasekhar e quindi specializzati a sistemi non omogenei.

Un confronto con lavori presenti in letteratura, nonché l'integrazione numerica in casi semplici, ha mostrato che questo modello prevede una circolarizzazione dell'orbita, del satellite o del buco nero, sotto l'azione della frizione dinamica qualora si tenga in conto della non omogeneità del mezzo. Nel caso di una binaria di buchi neri questo risultato potrebbe allungare i tempi necessari all'innesco di un efficace processo di emissione di onde gravitazionali.

Possibili sviluppi futuri [8] riguardano il calcolo semianalitico del limite ad alta velocità per satelliti lontani dalla galassia e l'e-

---

<sup>26</sup>La scala è quella dell'aperto  $\Omega$  su cui si media la distribuzione di probabilità ad  $N$  corpi. Si veda ad esempio la nota 1.

stensione del modello a sistemi in cui il sistema baricentrale non corrisponda al sistema di riferimento del mezzo, come ad esempio nel caso di una binaria di buchi neri in un nucleo galattico.

## Bibliografia

- [1] V.I.Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer-Verlag, New York 1978
- [2] J.E.Barnes e L.Hernquist, *ARA&A*, **30**, 705 (1992)
- [3] C.M.Begelman, D.R.Blandford e M.J.Rees, *Nature*, **287**, 307 (1980)
- [4] J.D.Bekestein e E.Maoz, *ApJ*, **390**, 79 (1992)
- [5] J.Binney e S.Tremaine, *Galactic Dynamics* Princeton University Press, New York 1987
- [6] D.R.Blandford, H.Netzer e L.Woltjer, *Active Galactic Nuclei* Springer-Verlag, New York 1990
- [7] S.Chandrasekhar, *ApJ*, **97**, 255 (1943)
- [8] M.Colpi, A.Pallavicini, *ApJ*, in press
- [9] J.Frank e J.M.Rees M.J. *MNRAS*, **176**, 663 (1976)
- [10] T.Fukushige, T.Ebisuzaki e J.Makino, *PASJ*, **42**, 281 (1992)
- [11] I.Gyarmati, *Non-equilibrium Thermodynamics* Springer-Verlag, Heidelberg 1970
- [12] K.Huang, *Statistical Mechanics* John Wiley & Sons, Singapore 1987

- [13] E.H.Kandrup, *Astr.Sp.S*, **97**, 435 (1983)
- [14] C.P.Peters, *Phys. Rev.*, **136**, 1224 (1964)
- [15] D.G.Quinlan, *preprint astro-ph/9601092* (1996)
- [16] F.Reif, *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*  
McGraw-Hill Kogakusha, Tokio 1965
- [17] Roos, Nico *ApJ*, **334**, 95 (1988)
- [18] S.K.Thorne e B.V.Braginsky, V.B. *ApJ letters*, **204**, 1 (1976)
- [19] G.Tormen, *preprint astro-ph/9611078* (1996)
- [20] R.T.Bontekoe e T.S.van Albada, *MNRAS*, **224**, 349 (1987)
- [21] A.Vecchio, M.Colpi, e A.G.Polnarev, G. A. *ApJ*, **433**, 733  
(1994)
- [22] D.M.Weinberg, *ApJ*, **300**, 93 (1986)
- [23] S.A.Wilson e M.J.E.Colbert, *ApJ*, **438**, 62 (1995)



Volume I - n. 1 4/3/1986	CINQUANTA ANNI DI INTERAZIONI DEBOLI: DALLA TEORIA DI FERMI ALLA SCOPERTA DEI BOSONI PESANTI - Marcello Conversi	pag. 1
Volume I - n. 2 1/7/1986	EFFECTS OF DIOXINS ON NATURE AND SOCIETY - Opening talk, Sergio P. Ratti DIOXIN IN MISSOURI - Arnon F. Yanders DEMONSTRATION OF INNOVATIVE REMEDIAL ACTION TECHNOLOGIES AT UNITED STATES MILITARY DIOXIN CONTAMINATED SITES - Terry L. Stoddard TIMES BEACH DIOXIN RESEARCH FACILITY - Robert J. Schreiber E.P.A. RISK ASSESSMENT OF CHLORINATED DIBENZO-P-DIOXIN AND DIBENZOFURANS (CCDs/CDFs) - Donald G. Barnes, Patricia Roberts RECENT INTERNATIONAL COOPERATION IN EXCHANGE OF INFORMATION ON DIOXIN - Donald G. Barnes CHLORACNE AND THE AGENT ORAGE PROBLEM IN THE U.S.A. - B. Fischmann	pag. 3 pag. 11 pag. 23 pag. 41 pag. 51 pag. 63 pag. 69
Volume II - n. 1 15/9/1987	CONVEGNO SU "LA CONOSCENZA ATTUALE DELLA INTERAZIONE GRAVITA- ZIONALE" - MOTIVAZIONI DEL CONVEGNO - Sergio P. Ratti LA CONOSCENZA ATTUALE DELLA INTERAZIONE GRAVITAZIONALE: UN PROBLEMA APERTO - Sergio P. Ratti, Roberto Silvotti SVILUPPI RECENTI SULLA CONOSCENZA DELLA COSTANTE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE - Anna Grassi, Giuliano Strini LIMITI SPERIMENTALI SULLA MISURA DELL'ACCELERAZIONE DI GRAVITA' - Roberto Cassinis CONSEGUENZE SPERIMENTALI DELLA IPOTESI DI ESISTENZA DI UNA QUINTA INTERAZIONE - Fabrizio Massa VERIFICA DEL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA E FORZE TRA PARTICELLE ELEMENTARI - Bruno Bertotti	pag. 3 pag. 5 pag. 19 pag. 31 pag. 43 pag. 81
Volume II - n. 2 10/12/1987	TRANSIZIONE LIQUIDO SOLIDO - Mario Tosi EQUAZIONI DI MAXWELL NEL VUOTO ED ELETTRODINAMICA QUANTISTICA - Emilio Zavattini	pag. 3 pag. 27
Volume III - n. 1 6/6/1988	METODI DI DILATAZIONE ANALITICA E RISONANZE IN SISTEMI QUANTISTICI NON RELATIVISTICI - Fausto Borgonovi CAMPO ELETTRICO ED EMISSIONI DA CARICHE IN UN MEZZO - Michele Spada SPETTROSCOPIA VIBRAZIONALE DI SUPERRETTICOLI SEMICONDUTTORI - Luciano Colombo SOLITONI IN FISICA NUCLEARE - Marco Radici ASPETTI NON LOCALI DEL COMPORTAMENTO QUANTISTICO - Oreste Nicosini	pag. 1 pag. 13 pag. 29 pag. 51 pag. 83
Volume III - n. 2 4/7/1988	CARATTERIZZAZIONE OTTICA IN SITU DI FILMS SOTTILI - Alessandra Piaggi TRANSIZIONI DI WETTING - Tommaso Bellini FORZE A TRE CORPI NEI GAS RARI - Silvia Celi	pag. 1 pag. 23 pag. 49
Volume III - n. 3 15/12/1988	FLAVOUR PHYSICS - Luciano Maiani THE STANDARD ELECTROWEAK MODEL: PRESENT EXPERIMENTAL STATUS - Pierre Darrigat WHY BE EVEN-HANDED? - Martin M. Block LA FISICA DEI COLLIDER - Paolo Bagnaia, Fernanda Pastore	pag. 1 pag. 27 pag. 47 pag. 1
Volume IV - n. 1 6/4/1989		
Volume IV - n. 2 15/6/1989	SOLAR WIND AND PHYSICS OF THE HELIOSPHERE - Bruno Coppi THE IGNITOR PROJECT - Bruno Coppi, Francesco Pegoraro	pag. 2 pag. 32
Volume IV - n. 3 15/9/1989	SPETTROSCOPIA ELLISSOMETRICA NEI SOLIDI - Alessandra Piaggi UNA INTRODUZIONE AL SUPERCONDUCTING SUPERCOLLIDER - R. Diaferia FENOMENI DI TRASPORTO IN SISTEMI HAMILTONIANI - Fausto Borgonovi MULTI-BODIED PHASE SPACE - A NEW APPROACH - Martin M. Bloch	pag. 3 pag. 23 pag. 49 pag. 1
Volume V - n. 1 15/3/1990	SCATTERING BRILLOUIN RISONANTE - Cristina Bosio METODO DI RINORMALIZZAZIONE PER LO STUDIO DELLA STRUTTURA ELET- TRONICA DI SUPERRETTICOLI - Saverio Moroni MECCANISMI DI CONDUCTIBILITA' IONICA MEDIATI DA DIFETTI ESTRINSECI - IL CASO DEL QUARZO - Alberto Paleari STATISTICHE QUANTISTICHE ED INDISTINGUIBILITA' - Gianluca Introzzi	pag. 20 pag. 40 pag. 57 pag. 69
Volume V - n. 2 15/6/1990	FISICA DELLE ALTE ENERGIE ALLE KOAN FACTORIES - Renato Diaferia NEUTRONI FREDDI E NEUTRONI ULTRAFREDDI - Gianluca Raselli TRANSIZIONI ORDINE-DISORDINE NELLE DISPERSIONI COLLOIDALI - Paolo Di Trapani	pag. 1 pag. 15 pag. 51
Volume VI - n. 1 p. I - 11/10/1991	LE UNITA' DI MISURA DELLA RADIOPROTEZIONE - Sergio P. Ratti L'INCIDENTE NUCLEARE DI CHERNOBYL - Giuseppe Belli NORMATIVA E PRINCIPI DI RADIOPROTEZIONE - Argeo Benco APPENDICE 1 - Pubblicazioni I.C.R.P. - Argeo Benco APPENDICE 2a) - Il regime giuridico dell'impiego pacifico dell'energia nucleare APPENDICE 2b) - Elenco di provvedimenti di interesse per le attività di impiego pacifico dell'energia nucleare e delle radiazioni ionizzanti APPENDICE 2c) - Raccolta di Circolari Ministeriali relative all'utilizzazione delle sostanze radioattive e delle macchine radiogene APPENDICE 2d) - Raccolta di Circolari Ministeriali relative al trasporto delle sostanze radioattive RADIOATTIVITA' AMBIENTALE E RADIOECOLOGICA - Arrigo Cigna	pag. 1 pag. 7 pag. 17 pag. 56 pag. 59 pag. 64 pag. 78 pag. 85 pag. 87

	EFFETTI BIOLOGICI DELLE RADIAZIONI IONIZZANTI - Marco Caprotti	pag. 107
Volume VI - n. 1	MODELLO PREVISIONALE DELLA CONCENTRAZIONE DI $^{90}\text{Sr}$ , $^{134}\text{Cs}$ E $^{137}\text{Cs}$	
p. II - 11/10/1991	NELLA CATENA ALIMENTARE - Arrigo Cigna	pag. 117
	L'AMBIENTE E LA RADIOPROTEZIONE IN RELAZIONE AD INCIDENTI NUCLEARI - Arrigo Cigna	pag. 131
	INCIDENTE NUCLEARE "CHERNOBYL" E SUE RIPERCUSSIONI SULLA CATENA ALIMENTARE - R. Cazzaniga, G. Domini, A. Malvicini, E. Sangalli	pag. 157
	PRIMA VALUTAZIONE DELL'IMPATTO RADIOLOGICO AMBIENTALE NELLA ZONA DI ISPIRA IN RELAZIONE ALL'INCIDENTE NUCLEARE DI CHERNOBYL - Argeo Benco	pag. 177
	APPROCCIO FRATTALE ALLA DESCRIZIONE DELLA RADIOATTIVITA' IN ARIA IN ITALIA DOPO CHERNOBYL - Gianfausto Salvadori	pag. 201
Volume VII - n. 1	ELECTRON ENERGY LOSS SPECTROSCOPY - Marco Amiotti	pag. 1
15/3/1992	LIVELLI ELETTRONICI PROFONDI IN SEMICONDUTTORI E LORO CARATTERIZZAZIONE - Adele Sassella	pag. 35
	LA RICERCA DEL BOSONE DI HIGGS AI FUTURI ACCELERATORI - G. Montagna	pag. 57
	SIMMETRIA CHIRALE E TEOREMA DI GOLDBERGER-TREIMAN - Carlo Gobbi	pag. 81
Volume VII - n. 2	CREScita, CARATTERIZZAZIONE ED APPLICAZIONI DEI LANGMUIR-BLODGETT FILMS - Marco Amiotti	pag. 1
15/10/1992	LA CATTODOLUMINESCENZA - Vittorio Bellani	pag. 35
	CORRELAZIONI ELETTRONICHE IN OSSIDI DI METALLI DI TRANSIZIONE - Luigi Sangaletti	pag. 63
Volume VIII - n. 1	TEORIA DELLE STRINGHE IN DIMENSIONE NON CRITICA - Alberto Vancheri	pag. 1
15/1/1993	ROTTURA ESPLICITA E SPONTANEA DI SIMMETRIE CONTINUE GLOBALI NEL MODELLO STANDARD - Antonio Defendi	pag. 25
	APPLICAZIONI DELLA $\mu^+\text{SR}$ NELLA STRUTTURA DELLA MATERIA - P. Carretta	pag. 39
	EFFETTI FOTORIFRATTIVI IN CRISTALLI IONICI - Enrico Giulotto	pag. 75
Volume VIII - n. 2	L'UNITA' DELLA SCIENZA IL CASO DELLA FISICA, OGGI - G. Salvini	pag. 1
15/4/1993	APPLICAZIONI DELLA $\mu^+\text{SR}$ NELLA STRUTTURA DELLA MATERIA - P. Carretta	pag. 37
	MODELLO A TETRAEDRI PER LA FUNZIONE DIELETTICA DI SOLIDI AMORFI - A. Sassella	pag. 73
	INTRODUZIONE ALLE RETI NEURALI - C. Macchiavello	pag. 93
Volume VIII - n. 3	RPC: STATUS AND PERSPECTIVES - R. Santonico	pag. 1
15/6/93	PERFORMANCE OF E771 RPC MUON DETECTOR - E. Gorini (E771 Coll.)	pag. 13
	THE MUON TRIGGER HODOSCOPE OF THE BEAUTY HADRO-PRODUCTION EXPERIMENT WA92; PERFORMANCES AND PRELIMINARY RESULTS ON BEUTY MUONIC DECAYS - G. Martellotti, D. Orestano (Beatrice Coll.)	pag. 29
	THE RPC TRIGGER SYSTEM FOR THE L3 FORWARD BACKWARD MUON DETECTOR - S. Patricelli	pag. 37
	RESULTS FROM THE RD5 EXPERIMENT AT CERN - A. Di Ciaccio (RD5 Coll.)	pag. 45
	LEVEL 1 MUON TRIGGER IN THE ATLAS EXPERIMENT AT THE LARGE HADRON COLLIDER - A. Nisati (ATLAS Coll.)	pag. 61
	RPC BASED MUON TRIGGER FOR THE CMS DETECTOR AT LHC - G. Wrochna (CMS Coll.)	pag. 73
	AN RPC MUON SYSTEM FOR SDC AT SSCL - G. Introzzi (Pavia SDC Group)	pag. 83
	A MUON TRIGGER FOR LHB - R. Santacesaria	pag. 103
	MINI: A HORIZONTAL MUON TELESCOPE IMPLEMENTED WITH RESISTIVE PLATE CHAMBERS - G. Iaselli	pag. 115
	T&T: A NEW DESIGN FOR A FRONT-END TIME DIGITIZER ELECTRONICS	
	M. Ambrosio, G.C. Barbarino, A. Lauro, G. Osteria, G. Agnetta, O. Catalano, L. Scarsi, A. Lanza, G. Liguori, P. Torre	pag. 123
	ATMOSPHERIC AND ACCELERATOR NEUTRINO PHYSICS WITH RPCS IN THE SOUDAN 2 CAVERN - D.J.A. Cockerill	pag. 133
	STUDY OF THE CHARACTERISTICS OF RESISTIVE PLATE CHAMBERS IN THE RD5 EXPERIMENT - L. Pontecorvo (RD5 Coll.)	pag. 145
	OPERATION OF RESISTIVE PLATE CHAMBERS WITH PURE $\text{CF}_3\text{BR}$ - R. Cardarelli	pag. 159
	WLDC: A DRIFT CHAMBER WITH A PAD RPC FOR MUON DETECTION AT LHC	
	H. Faissner, Th. Moers, R. Priem, B. Razen, D. Rein, H. Reithler, D. Samm, R. Schleicher, H. Schwarhoff, H. Tuchscherer, H. Wagner	pag. 167
	GLASS ELECTRODE SPARK COUNTER - G. Bencivenni, G. Felici, E. Iacuessia, C. Gustavino, M. D'Incecco	pag. 181
	RPC READOUT FOR PARTICLE ASTROPHYSICS - M. Bonori, U. Contino, F. Massa	pag. 193
	RESULTS OF TESTS OF PROTOTYPE RESISTIVE PLATE CHAMBERS - I. Crotty, J. Lamas Valverde, G. Laurenti, M.C.S. Williams, A. Zichichi	pag. 199
	GLASS ELECTRODES RPC: PERFORMANCE AND WORKING MODEL - M. Bonori, U. Contino, F. Massa	pag. 207
	FAST PARALLEL RPC READOUT SYSTEM - A. Lanza, G. Liguori, P. Torre, M. Ambrosio, G.C. Barbarino, M. Iacovacci, A. Lauro, G. Osteria, G. Agnetti, O. Catalano, L. Scarsi	pag. 219
	DATA ACQUISITION SYSTEMS DEVELOPED AT CAEN - F. Catarsi, C. Landi, G. Franchi, M. Lippi	pag. 225

Volume IX - n. 1 15/4/1994	RETICOLI DISORDINATI: IL MODELLO DI ANDERSON - R. Farchioni BREVE INTRODUZIONE ALLA TEORIA QUANTISTICA DELLA STIMA - M. Paris SUSY - M. Cacciari MASSE DEL QUARK TOP E DEL BOSONE DI HIGGS NEL MODELLO STANDARD - F. Piccinini	pag. 1 pag. 23 pag. 36 pag. 79
Volume IX - n. 2 15/11/94	DIELETTROFRESI: LIEVITAZIONE A CONTROLLO REAZIONATO - L. Laboranti PROPRIETÀ FISICHE DI CLUSTER METALLICI - V. Bellani APPLICAZIONI DI RETI NEURALI ALLA FISICA DELLE ALTE ENERGIE - P. Vitulo CRITTOGRAFIA QUANTISTICA - C. Macchiavello IL "PARADOSSO" DEI GEMELLI - M. Cacciari TRANSIZIONI DI FASE NEL PRIMO UNIVERSO - S. Rolli SULLA STABILITÀ DINAMICA DELLA BICICLETTA - M. Paris	pag. 97 pag. 1 pag. 18 pag. 47 pag. 64 pag. 77 pag. 102
Volume X - n. 1 15/3/95	FISICA DELLE INTERAZIONI FONDAMENTALI CON NEUTRONI FREDDI A. Guglielmi EFFETTO DELLA DISPERSIONE SPAZIALE SULL'ASSORBIMENTO ECCITONICO DEI CRISTALLI - G. Panzarini IL CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME IN MOVIMENTO IN UN MEZZO ISOTROPO - U. Bellotti	pag. 1 pag. 79 pag. 105
Volume X - n. 2 15/6/95	SPETTROSCOPIA VIBRAZIONALE A RISOLUZIONE TEMPORALE - P. Calvi IL CONTROLLO DEI SISTEMI CAOTICI - M. Maris ASPETTI SPERIMENTALI DELLA FISICA DEI MESONI B A LEP - L. Viola AN INTRODUCTION TO THE PERTURBATIVE QCD POMERON AND TO JET PHYSICS AT LARGE RAPIDITIES - V. Del Duca	pag. 1 pag. 25 pag. 59 pag. 91
Volume X - n. 3 15/12/95	DIFFUSIONE DI LUCE DA SUPERFICIE RUGOSE - M. Patrini PRINCIPI E APPLICAZIONI DELLE SPETTROSCOPIE A DIFFRAZIONE DI ELETTRONI - L. Rossi IONI DI TERRE RARE IN SEMICONDUTTORI - E. Pavarini PERDITA DI ENERGIA PER IONIZZAZIONE - P. Montagna	pag. 1 pag. 25 pag. 49 pag. 85
Volume XI - n. 1 15/6/96	TOPICS IN RESISTIVE PLATE CHAMBERS - R. Santonico THE AVALANCHE TO STREAMER TRANSITION IN RPC'S - R. Cardarelli, R. Santonico, V. Makeev A MODEL OF AVALANCHE TO STREAMER TRANSITION IN PPC/RPC DETECTORS - P. Fonte NEW DEVELOPMENTS OF RPC: SECONDARY ELECTRON EMISSION AND MICROSTRIP READOUT - E. Cerron Zeballos, J. Crotty, P. Fonte, D. Hatzifotiadou, J. Lamas Valverde, V. Peskov, M.C.S. Williams, A. Zichichi THE RPC SYSTEM FOR THE CMS EXPERIMENT AT LHC - G. Wrochna RPC TRIGGER DESIGN FOR THE FUTURE EXPERIMENT CMS - G. De Robertis, M. Gorski, M. Konecki, J. Krolikowski, I.M. Kudla, M. Lewandowski, F. Loddo, K. Pozniak, A. Ranieri, G. Wrochna THE LEVEL-1 MUON TRIGGER ALGORITHM OF THE ATLAS EXPERIMENT - A. Nisati RESISTIVE PLATE COUNTERS FOR THE BELLE DETECTOR AT KEKB - N. Morgan PRELIMINARY DESIGN OF THE BABAR DETECTOR FOR MUONS AND NEUTRAL HADRONS AT PEP II - N. Cavallo THE RPC FORWARD-BACKWARD TRIGGER SYSTEM OF THE L3 EXPERIMENT - P. Paolucci PERFORMANCES OF THE RPC TRIGGER SYSTEM IN THE L3 EXPERIMENT - R. De Asmundis USE OF RPC IN THE COVER PLASTEX EXPERIMENT - C. Agnetta, M. Ambrosio, C. Aramo, G.C. Barbarino, B. Biondo, O. Catalano, L. Colesanti, A. Erlykin, A. Lauro, A. Mangano A TEST OF THE ATLAS FIRST LEVEL MUON TRIGGER LOGIC - S. Veneziano CAEN ELECTRONICS FOR RESISTIVE PLATE CHAMBERS - A. Bigongiari, G. Franchi, G. Grieco, C. Landi, M. Lippi, F. Vivaldi TESTS OF RPC PROTOTYPES IN RD5 DURING 1994 RUNS - H. Czyrkowski, W. Dominik, J. Krolikowski, M. Lewandowski, Z. Mazur, M. Gorski, M. Szeptycka A TEST ON RESISTIVE PLATE CHAMBERS WITH NON OZONE DEPLETING FREON - M. Abbrescia, A. Colaleo, G. Iaselli, M. Maggi, B. Marangelli, S. Natali, S. Nuzzo, A. Ranieri, F. Romano, G. Gianini, G. Liguori, S.P. Ratti, P. Vitulo, M. Gorski STUDY OF ELECTRODE SURFACE TREATMENT EFFECTS ON BAKELITE RPC'S PERFORMANCES - M. Abbrescia, A. Colaleo, G. Iaselli, M. Maggi, B. Marangelli, S. Natali, S. Nuzzo, A. Ranieri, F. Romano, V. Arena, G. Boca, G. Bonomi, G. Gianini, G. Liguori, M. Marchesotti, M. Merlo, C. Riccardi, L. Viola, P. Vitulo RESISTIVE PLATE CHAMBER PERFORMANCES AT GREAT ALTITUDES - M. Abbrescia, E. Bisceglie, G. Iaselli, S. Natali, F. Romano EFFECTS INDUCED BY DIFFERENT KINDS OF FREON ON THE RPC CHARGE ACCUMULATION - V. Arena, G. Boca, G. Bonomi, G. Gianini, G. Liguori, C. Riccardi, L. Viola, P. Vitulo TEST OF LOW GAS GAIN RPC'S WITH OZONE AND NON OZONE DEPLETING GAS MIXTURES - A. Di Ciaccio POSITION MEASUREMENT IN RPC'S BY TOF - G.H. Grayer	pag. 1 pag. 11 pag. 25 pag. 45 pag. 63 pag. 79 pag. 91 pag. 101 pag. 115 pag. 129 pag. 139 pag. 157 pag. 177 pag. 187 pag. 197 pag. 217 pag. 229 pag. 245 pag. 255 pag. 263 pag. 273

	POSSIBLE USE OF RPCs IN THE MINOS EXPERIMENT - G.H. Grayer	pag. 279
	RESISTIVITY MEASUREMENTS ON RPC MATERIALS - G.H. Grayer	pag. 285
	WHAT HAVE WE LEARNED FROM A COMPARISON BETWEEN THE WIDE GAP AND NARROW GAP RESISTIVE PLATE CHAMBER - E. Cerron Zeballos, I. Crotty, D. Hatzifotiadou, J. Lamas Valverde, S. Neupane, V. Peskov, S. Singh, M.C.S. Williams, A. Zichichi	pag. 295
	LATEST RESULTS ON THE PERFORMANCE OF THE WIDE GAP RPC - E. Cerron Zeballos, I. Crotty, D. Hatzifotiadou, J. Lamas Valverde, S. Neupane, V. Peskov, S. Singh, M.C.S. Williams, A. Zichichi	pag. 317
	DEVELOPMENT OF RESISTIVE PLATE COUNTERS FOR THE PIERRE AUGER COSMIC RAY OBSERVATORY - P.O. Mazur	pag. 331
	THIN GAP CHAMBER: PERFORMANCE AS A TIME AND POSITION MEASURING DEVICE - Y. Ari, E. Barberio, T. Emura, J. Goldberg, K. Homma, M. Ikeno, M. Imori, K. Ishii, H. Ishiwaki, T. Kawamoto, T. Kobayashi, D. Lelloch, L. Levinson, N. Lupu, G. Mikenberg, M. Miyake, K. Nagai, T. Nagano, I. Nakamura, M. Nomachi, M. Nozaki, S. Odaka, T.K. Ohsaka, O. Sasaki, H. Shirasu, H. Takeda, T. Takeshida, S. Tanaka, C. Yokoyama	pag. 349
	RECENT STUDIES OF PARALLEL PLATE CHAMBERS FOR LHC EXPERIMENTS - A. Arefiev, G.L. Bencze, A. Bizzeti, E. Choumilov, C. Civinini, G. Dajkó, R. D'Alessandro, M.I. Josa, A. Malinin, M. Meschini, J. Molnár, V. Pojidaev, J.M. Salicio, F. Siklér, G. Vesztergombi	pag. 359
	ABS PLASTIC RPCs - E. Ables, R. Bionta, H. Olson, L. Ott, E. Parker, D. Wright, C. Wuest	pag. 373
	PERFORMANCES AND SIMULATION OF GLASS SPARK CHAMBERS - M. De Deo, M. D'Incecco, C. Gustavino, G. Bencivenni, G. Felici	pag. 387
	R&D OF GLASS RPCs FOR THE BELLE DETECTOR - Y. Teramoto, A. Yamaguchi and Y. Hoshi	pag. 401
	SOME RESULTS OF RESISTIVE PLATE COUNTER AND THE PROPOSAL TO TAU-CHARM FACTORY OF BEIJING - J.G. Bian, Y.B. Chen, H.G. Han, K.L. He, Y.Y. Jiang, X.L. Wang, Y.G. Xie, Y. Xu, C.S. Yang, G.A. Yang, Y. Yang, Z.T. Yu, J.Q. Zhang, Q.J. Zhang	pag. 419
Volume XI - n. 2 15/7/96	THE FOCUS EXPERIMENT RPC MUON IDENTIFICATION ARRAY - P.D. Sheldon	pag. 437
	ANTIGRAVITÀ E VIOLAZIONE DI CP - A. Filippi	pag. 1
	MICROCAVITÀ A SEMICONDUCTORE - R. Seno	pag. 19
	BANDE FOTONICHE E LA LOCALIZZAZIONE DELLA LUCE - R. Farchioni	pag. 59
	CORRELAZIONE DIPOLARE IN CATENE POLIMERICHE DI TIPO VINILICO - P. Montagna	pag. 83
	IL LASER AD ELETTRONI LIBERI E LE SUE APPLICAZIONI NELLA FISICA DELLO STATO SOLIDO - S. Bocelli	pag. 99
Volume XII - n. 1 15/6/97	IL CONTENUTO DI STRANEZZA DEL NUCLEONE - A. Filippi	pag. 1
	SEZIONE D'URTO DI BREMSSTRAHLUNG - B. Pasquini	pag. 33
	TECNICHE DI SVILUPPO IN 1/N PER SISTEMI ELETTRONICI FORTEMENTE CORRELATI - E. Pavarini	pag. 55
	GREGOR WENTZEL E I CAMMINI DI FEYNMAN - E. Lunati	pag. 1
	LA MICROSCOPIA A SCANSIONE A EFFETTO TUNNEL - P. Tognini	pag. 105