

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PAVIA

---

○

# SCIENTIFICA ACTA

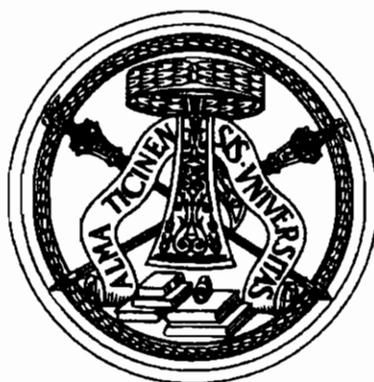
## QUADERNI DEL DOTTORATO

VOLUME XI

ANNO XI

NUMERO 2

15 LUGLIO 1996



ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE

---

○

CENTRO STAMPA - DIPARTIMENTI FISICI  
via Bassi, 6 27100 Pavia

## **INDICE**

- 1 - **ANTIGRAVITÀ E VIOLAZIONE DI CP** - Alessandra Filippi pag. 1
- 2 - **MICROCAVITÀ A SEMICONDUTTORE** - Raffaella Seno pag. 19
- 3 - **BANDE FOTONICHE E LA LOCALIZZAZIONE  
DELLA LUCE** - Riccardo Farchioni pag. 59
- 4 - **CORRELAZIONE DIPOLARE IN CATENE  
POLIMERICHE DI TIPO VINILICO** - Paolo Montagna pag. 83
- 5 - **IL LASER AD ELETTRONI LIBERI E LE SUE APPLICAZIONI  
NELLA FISICA DELLO STATO SOLIDO** - Silvia Bocelli pag. 99

**Alessandra Filippi**

**Dipartimento di Fisica Nucleare e Teorica  
Università di Pavia**

**e**

**Istituto Nazionale di Fisica Nucleare  
Sezione di Torino**

## **ANTIGRAVITÀ E VIOLAZIONE DI CP**

**Seminario tenuto il 1/12/1994**

# 1. Introduzione

La violazione della simmetria  $CP$  nei sistemi microscopici è ormai un fenomeno noto; dal 1962, anno della sua scoperta, dovuta a Christenson, Fitch, Cronin e Turlay [1], molteplici sono stati i tentativi di misurare quantitativamente questo effetto, per cercare essenzialmente di capire da quale tipo di causa esso potesse essere stato generato. Il Modello Standard, che è attualmente quello che riesce a spiegare un grande numero di fenomeni subnucleari fornendo predizioni in ottimo accordo con le misure sperimentali realizzate, consente di giustificare gli effetti di violazione di  $CP$  osservati nel sistema dei  $K$  e dei  $B$  neutri mediante l'introduzione di una apposita fase nella matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, responsabile del mixing di massa dei quark. Non è tuttavia possibile spiegare nel Modello Standard la natura e le motivazioni di questo effetto. Sono state a questo proposito formulate diverse ipotesi, dirette a spiegare il fenomeno supponendo che esso avvenga in diversi livelli dei processi di mescolamento o decadimento che mostrano l'avvenuta violazione della simmetria; esse possono in generale essere riferite a due grandi categorie: i modelli millideboli, secondo i quali l'effetto di violazione di  $CP$  dovrebbe essere attribuito ad un comportamento anomalo a livello del decadimento del sistema dei  $K$  (o dei  $B$ ) neutri, e i modelli superdeboli, in cui invece esso viene attribuito ad un meccanismo di mescolamento tra gli autostati di  $CP$ . A seconda del tipo di ipotesi considerata ci si attende che alcuni parametri significativi assumano specifici valori; tuttavia le misure di tali parametri, e soprattutto la verifica del fatto che potrebbero essere nulli, sono molto difficili da realizzare: a questo fine sono tuttora in corso (nonchè in progettazione) nuovi esperimenti che si prefiggono misure di parametri di violazione di  $CP$  con precisioni finora mai raggiunte.

Una delle possibili spiegazioni della natura di questo effetto, che verrà trattata nel seguito, attribuisce la violazione di  $CP$  osservata nel sistema dei  $K$  neutri ad interazioni di tipo antigravitazionale tra particelle ( $K^0$ ) e antiparticelle ( $\bar{K}^0$ ). L'idea fondamentale è stata proposta nel 1992 da G. Chardin e sarà oggetto della trattazione nei prossimi paragrafi [2].

Nel par. 2 si darà una breve introduzione sul problema dell'antigravità, descrivendo le caratteristiche principali di un'interazione di questo tipo e dando alcune indicazioni sulla possibile fenomenologia; si

farà a questo proposito riferimento alle motivazioni per cui per lungo tempo questa ipotesi, inizialmente formulata nel 1956 da P.Morrison [3], è stata accantonata.

Nel par. 3 si metterà in luce il legame esistente tra fenomeni di tipo antigravitazionale ed effetti di violazione di  $CP$  ; nonostante apparentemente i due tipi di fenomeni siano scorrelati, è possibile in realtà mettere in evidenza una correlazione forte tra gravitazione ed effetti di asimmetria temporale.

Nel par. 4 si descriverà invece come si possa spiegare la violazione di  $CP$  nel sistema dei  $K$  neutri in termini di repulsione antigravitazionale tra quark  $s$  e antiquark  $\bar{s}$  che costituiscono questi mesoni. Nel par. 5 si confronteranno le predizioni di questo modello con quelle avanzate dal Modello Standard ; nel par. 6, conclusivo, si descriverà come sia eventualmente possibile dal punto di vista sperimentale dare evidenza della validità di un'ipotesi di questo genere.

## 2. L'antigravità

Con il termine antigravità si intende un'interazione di tipo gravitazionale in cui materia e antimateria sono soggette ad accelerazione uguale e contraria: effetto di ciò è che materia e antimateria , in un campo gravitazionale tensoriale (cioè quello usuale, mediato da gravitoni, a spin 2), si respingono. Questo particolare comportamento può essere descritto dalle usuali leggi della gravitazione attribuendo segno positivo alla massa gravitazionale delle particelle e segno negativo a quella delle antiparticelle. Questa posizione (che potrebbe di per se' sembrare un modo ingiustificato per ascrivere proprietà di gravitazione attrattiva alla materia, e repulsiva all'antimateria) è necessaria e sufficiente per poter ottenere una soluzione dell'equazione di Einstein con gravità repulsiva adottando la metrica di Schwarzschild, che è la più semplice possibile.

In relatività generale la soluzione a gravità repulsiva è comunque ammessa se si passa alla generalizzazione più prossima della metrica di Schwarzschild, che è quella che ammette la presenza di buchi neri con spin, ed è nota come metrica di Kerr [4].

L'idea originale di un'interazione antigravitazionale di questo tipo è da attribuirsi a Maxwell: sull'onda della scoperta dell'unificabilità delle interazioni elettriche e magnetiche egli si chiese se fosse possibile estenderla anche ai fenomeni gravitazionali; il problema evidente, che al momento parve insuperabile, era che mentre in elettromagnetismo il tipo di interazione, attrattiva o repulsiva, viene determinata dal segno delle cariche, in teoria della gravitazione le cariche, cioè le masse gravitazionali, hanno tutte lo stesso segno. A quel tempo l'esistenza dell'antimateria non era ancora nota, pertanto questo tipo di disegno venne ben presto messo da parte.

Un po' più recentemente l'approccio è stato varie volte riconsiderato, ma nel corso degli anni sono emersi vari tipi di problemi apparentemente di impossibile risoluzione, perciò l'ipotesi di una possibile interazione antigravitazionale è stata per lungo tempo accantonata, fino a ricomparire sulla scena qualche anno fa. I più forti argomenti di impossibilità sono essenzialmente quattro: il fatto che un'interazione di questo tipo violerebbe la simmetria globale  $CPT$ , alcune considerazioni sui risultati dell'esperimento di Eotvös, il fatto che essa violerebbe la conservazione dell'energia e il problema della rigenerazione delle componenti a vita lunga e breve del  $K^0$ , di cui si parlerà in un paragrafo successivo.

Vediamo i primi tre in dettaglio.

Ricordiamo anzitutto che il principio di equivalenza debole (WEP) asserisce l'uguaglianza tra la massa gravitazionale e quella inerziale; pertanto, dovrebbe essere violato in interazioni antigravitazionali. D'altra parte, il teorema  $CPT$  asserisce che, *su scala locale e per interazioni Lorentz invarianti*, la massa inerziale di particella e antiparticella sono uguali. Da tutto ciò possiamo dedurre che la diseguaglianza tra massa antigravitazionale di particella e antiparticella, conseguente all'antigravità, non è necessariamente attribuibile ad una violazione di  $CPT$ , perché l'eguaglianza

$$m_G \stackrel{\text{WEP}}{=} m_i \stackrel{\text{CPT}}{=} \bar{m}_I \stackrel{\text{WEP}}{=} \bar{m}_G \quad (1)$$

si può rompere in qualsiasi punto dell'identità.

Il problema è in realtà più profondo e deve essere formulato in altri termini. Tutte le moderne teorie di campo sono fondate sul teorema  $CPT$ ; una conseguenza immediata e del tutto generale del teorema è che interazioni mediate da campi bosonici a spin pari (scalari o tensori)

sono sempre attrattive, mentre interazioni mediate da campi bosonici vettoriali possono essere attrattive o repulsive a seconda della natura delle costanti di accoppiamento (cioè delle cariche). È allora evidente che una teoria della gravitazione che ammetta l'esistenza di un'interazione repulsiva mediata da gravitoni viola necessariamente *CPT*.

Quest'ostacolo può in realtà essere scavalcato piuttosto agevolmente se consideriamo il fatto che il teorema *CPT* è valido solo localmente; esso inoltre non è mai stato dimostrato su un generale spazio-tempo curvo, ed osservazioni relative alle modalità di trattazione delle singolarità passate e future, inevitabili qualora si passi a generalizzazioni relativistiche (come proposto da Hawking e da Penrose [5]), mostrano come con ogni probabilità la dimostrazione del teorema *CPT* nell'ambito della relatività generale sia impossibile.

Il secondo argomento di impossibilità è stato avanzato nel 1958 da L.I. Schiff [6], in occasione di una rianalisi dei dati dell'esperimento di Eötvos. Egli si pose il problema di vedere quale poteva essere nell'esperimento di Eötvos l'effetto del contributo dei positroni nei diagrammi di polarizzazione del vuoto degli atomi, in funzione del loro numero atomico  $Z$ . Senza soffermarmi ulteriormente sulle tecniche di calcolo, riporto qui solo la sua conclusione: l'effetto dovrebbe essere così grande da permettere di scartare l'ipotesi di un intervento di interazioni antigravitazionali. Tuttavia, una riesamina del problema da parte di Goldman e Nieto [7] ha indicato come questa conclusione possa essere confutata, a causa di errori commessi nelle normalizzazioni dei suoi calcoli.

Il terzo argomento di impossibilità è forse il più significativo; è stato proposto da P.Morrison nel 1958 [3] ed apre una serie di problematiche alle quali è classicamente impossibile trovare soluzione: esso si basa sull'osservazione che l'antigravità violerebbe la conservazione dell'energia e, conseguentemente, il Secondo Principio della Termodinamica. Le osservazioni di Morrison erano basate sull'analisi di un *gedanken experiment* (proposto da Wigner): si supponga, nell'ambito dell'antigravità, che una coppia  $e^+e^-$  sia a riposo a quota  $z_0$  in un campo gravitazionale di accelerazione  $\vec{g}$ . Ci si chiede in quale modo la coppia  $e^+e^-$  possa essere trasportata ad una quota inferiore,  $z_1 = z_0 - \Delta z$ . I modi sono essenzialmente due: se vale l'antigravità ed il trasporto è reso adiabatico,  $e^+$  ed  $e^-$  possono essere trasportati separatamente nel campo, a costo energetico nullo; oppure può essere seguito il metodo

schematizzato in fig. 1:

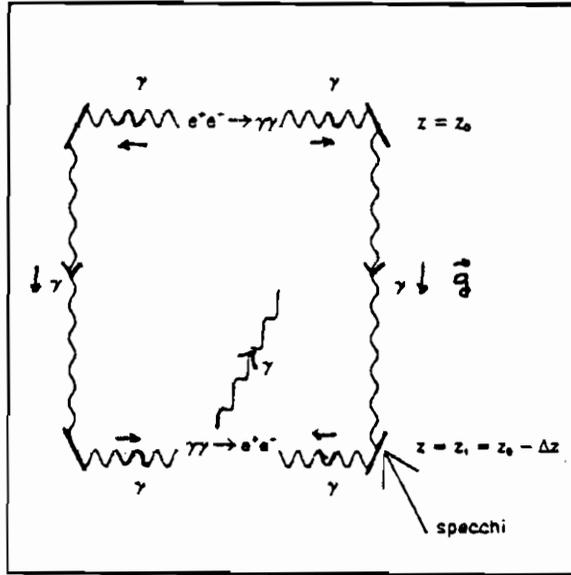


Fig.1 Schematizzazione del gedanken experiment proposto da Wigner per confutare l'esistenza dell'antigravità.

Si tratta di far cadere i  $\gamma$  in cui il positronio si annichila nel campo gravitazionale, e poi ricombinarli in  $e^+e^-$  alla quota  $z_1$ . Sappiamo che a quota  $z_0$  l'energia totale è  $E_0 = 2m_e c^2$ ; tuttavia, per l'effetto Pound-Rebka [8], quando i  $\gamma$  cadono nel campo gravitazionale la loro frequenza viene shiftata verso il blu, e a quota  $z_1$  l'energia disponibile diventa:

$$E_1 = 2m_e c^2 + 2m_e g \Delta z \quad (2)$$

essendo  $E_\gamma = 2m_e g \Delta z$  l'energia acquisita dai  $\gamma$  in caduta. Ciò significa che alla quota  $z_1$  c'è un'eccedenza di energia, che verrà espulsa con l'emissione di un  $\gamma$  di eccitazione. La conclusione è pertanto duplice: da un lato, non si conserva l'energia; dall'altro, si vede che è possibile realizzare un processo ciclico avente come risultato l'estrazione di un  $\gamma$  dal campo gravitazionale: ed è pertanto violato il Secondo Principio

della Termodinamica (oltre ad avere un sistema il cui vuoto è instabile in presenza di campo gravitazionale ).

Se ci avvaliamo della relatività generale e delle sue conseguenze, è possibile però far vedere che questi effetti sono in realtà inquadrabili in un ambito più esteso, e le violazioni citate sono riassorbibili in un contesto più generale.

L'emissione di  $\gamma$  dal campo gravitazionale è infatti prevista da un lato da quello che è noto come effetto Unruh [9] (che consiste nel fatto che un rivelatore accelerato nel vuoto misura una temperatura non nulla proporzionale alla sua accelerazione), dall'altro rappresenta proprio la radiazione di emissione di buco nero che, come dimostrato da Bekenstein e Hawking [10], si manifesta (con spettro di corpo grigio) come conseguenza dell'estensione del Secondo Principio della Termodinamica alla relatività generale . In entrambi i casi la legge che esprime la temperatura del  $\gamma$

$$k_B T = \frac{\hbar g}{c} \quad (3)$$

(da cui si deduce inoltre che il  $\gamma$  è di tipo termico con lunghezza d'onda di  $\sim 1$  anno luce alla superficie terrestre) è in accordo con le espressioni che indicano la temperatura del moto in caduta per effetto Unruh, e la temperatura di un buco nero.

Seguendo le conseguenze della generalizzazione del Secondo Principio della Termodinamica alla relatività generale si vede che l'energia perde il ruolo di grandezza fisica fondamentale: esso viene invece assunto dall'entropia del buco nero, definita come  $S = (M_{\text{buco nero}}/M_{\text{Planck}})^2$  [10]. In questo contesto non deve allora stupire più di tanto il fatto che l'energia non venga conservata. Al di là di ciò, c'è poi da tenere presente che nulla ci impone di dover necessariamente conservare l'energia: infatti, per il teorema di Noether ci si aspetta che l'energia sia conservata solo se c'è invarianza per traslazioni temporali, che peraltro in questo caso non sussiste per l'evidente presenza di una freccia del tempo, che si manifesta nella condizione (relativa all'incremento di entropia del sistema)  $S(t_1) > S(t_0)$  per ogni istante  $t_0 > t_1$ .

In questo ambito è dunque l'entropia dell'Universo (intesa come somma di entropie di sistemi massivi e di buchi neri) a doversi ritenere come grandezza fondamentale e non esistono grandezze fisiche conservate indipendenti dall'energia.

Infine, è possibile dimostrare (per assurdo, chiamando in causa il classico diavoleto di Maxwell-Wheeler) che il motore perpetuo non può essere realizzato: infatti, per seguire i  $\gamma$  dall'annichilazione attraverso lo spazio tempo curvo e rimuovere quello che non rigenera la coppia  $e^+e^-$ , il diavoleto dovrebbe spendere più "informazione" (intesa nel senso di entropia) di quanta il sistema stesso gliene può fornire; ciò è dovuto in parte al fatto che la curvatura dello spazio tempo introduce una componente caotica nelle traiettorie dei  $\gamma$  [2], in parte all'indeterminazione introdotta dal principio di Heisenberg e in parte a quella dovuta alla ignoranza sul tempo di vita media effettivo del sistema  $e^+e^-$ .

### 3. *Asimmetria temporale e gravitazione.*

Prima di illustrare il quarto argomento di impossibilità, vediamo brevemente per quale motivo si possano correlare due effetti apparentemente tanto diversi, la violazione di  $CP$  e la gravitazione.

Tra tutti i fenomeni che mostrano un'asimmetria temporale (o, in breve, una "freccia del tempo"), la gravitazione è forse quello principale, poiché tutti possono essere correlati, in maniera diretta o indiretta, a effetti gravitazionali: ricordiamo, per esempio, l'aumento generale di entropia, il ritardo della radiazione, l'espansione cosmologica e la radiazione di buco nero [10]. L'unica "freccia del tempo" a livello microscopico è rappresentata dal decadimento del mesone  $K^0$ , e sappiamo essere diretta responsabile la violazione di  $CP$ . Siamo dunque indotti a pensare che anche qui esista un legame.

Dal punto di vista cosmologico la violazione di  $CP$  è evidente, per l'asimmetria materia-antimateria dell'Universo. Sono state proposte varie ipotesi che consentono di spiegare questa asimmetria in termini di effetti gravitazionali. Una interpretazione suggestiva è quella avanzata da Goldhaber [11]: nell'ipotesi conservazione di  $CPT$ , l'Universo potrebbe essere costituito da galassie, o cluster di galassie, costituite interamente di materia e da anti-galassie costituite invece di antimateria, separate da una forza repulsiva a lungo raggio, l'interazione antigravitazionale appunto. I due fenomeni non sono quindi così scorrelati come parrebbe a prima vista.

#### 4. Antigravità e violazione di $\mathcal{CP}$ nel sistema dei $K$ neutri.

Consideriamo ora il quarto argomento di impossibilità: M. Good, nel 1961 [12] (quindi prima della scoperta della violazione di  $\mathcal{CP}$ ), osservò che nell'ipotesi di antigravità la componente a vita lunga del  $K^0$  dovrebbe rigenerarsi istantaneamente (o quasi) nella sua componente a vita breve. Ora noi sappiamo che ciò si verifica veramente e tra poco vedremo come quantitativamente l'ipotesi di antigravità consenta di spiegare questo fenomeno.

Al momento, poniamoci nella condizione anteriore alla scoperta di violazione di  $\mathcal{CP}$ . Sappiamo che  $K^0$  e  $\bar{K}^0$  possono essere scritti mediante sovrapposizione degli autostati di  $\mathcal{CP}$   $K_1^0$  (a vita breve,  $\tau \sim 10^{-10}$  sec,  $\mathcal{CP} = +1$ ) e  $K_2^0$  (a vita lunga,  $\tau \sim 5 \times 10^{-8}$  sec,  $\mathcal{CP} = -1$ ); ovviamente vale anche il viceversa [13]:

$$K_1^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 + \bar{K}^0) \quad \text{e} \quad K_2^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 - \bar{K}^0) \quad (4)$$

Se vale l'ipotesi di antigravità,  $K^0$  e  $\bar{K}^0$  hanno differenti energie potenziali nel campo gravitazionale: ciò produce un fattore di fase dipendente da  $g$  che si manifesta come termine oscillante nell'espressione dell'ampiezza. Le fasi infatti saranno date dall'usuale termine di de Broglie più un termine dipendente dal potenziale gravitazionale  $\phi_g$ :

$$\text{- per } K^0: (m_K c^2 + m_K \phi_g)t/\hbar$$

$$\text{- per } \bar{K}^0: (m_K c^2 - m_K \phi_g)t/\hbar$$

e da ciò scaturisce il fattore di fase oscillante  $\exp(\frac{2im_K \phi_g}{\hbar})t$ , per interferenza. Tale fattore oscillante si aggiunge a quello analogo determinato dall'interazione debole, che, causando una differenza di massa tra gli autostati di  $\mathcal{CP}$  ( $\Delta m \sim 3.5 \times 10^{-6}$  eV), introduce un mixing tra i due stati. Confrontiamo ora le entità dei due effetti di mixing: l'energia potenziale di un  $K^0$  nel campo gravitazionale terrestre è  $\sim 0.4$  eV, perciò  $10^5$  volte  $\Delta m c^2$ . La frequenza del mixing  $K_1^0$ - $K_2^0$  per interazione antigravitazionale, rapportata a quella per mixing debole, dà:

$$\frac{\omega_{mix}}{\omega_1} = \frac{2m_K \phi_g}{\hbar} \times \left(\frac{\hbar}{\tau_1}\right)^{-1} \sim 10^5 \quad (5)$$

conseguenza di ciò è che, essendo  $\tau_{mix} \ll \tau_1$ , il  $K_2^0$  non potrebbe esistere come particella perché verrebbe istantaneamente trasformato in  $K_1^0$ . Ciò depone pertanto a sfavore dell'ipotesi di antigravità .

Lo stesso Good segnalò, peraltro, la presenza di almeno un paio di problemi che potevano in parte inficiare questo ragionamento. Il primo è che, in realtà, non è a priori detto quale sia il potenziale gravitazionale più opportuno da utilizzare. Come mostrato in tab.1, l'energia potenziale di un  $K^0$  varia a seconda del campo gravitazionale nel quale lo si intenda immerso; si ottengono pertanto, a seconda dei casi, limiti più stringenti sulle differenti accelerazioni tra materia e antimateria.

	Energia potenziale $K^0$
Terra	0.4 eV
Sole	6. eV
Galassia	300 eV
Universo	5-500 MeV

Tab.1 : Energia potenziale di un  $K^0$  in diversi campi gravitazionali.

Il secondo problema è di natura, per così dire, più fondamentale: fin qui sono stati considerati potenziali *assoluti*, ma è noto dalle teorie di gauge che i potenziali assoluti non sono osservabili e di per sé non hanno senso fisico; ciò che ha significato sono solo differenze di potenziale. Sarebbe pertanto opportuno riformulare il problema in modo da non coinvolgere i potenziali assoluti. Ciò è possibile: G. Chardin, nel 1992, ha proposto un modo alternativo per trattare l'argomento [2]. Alla luce delle attuali conoscenze, questo ragionamento consente di spiegare quantitativamente l'effetto della violazione di  $\mathcal{CP}$  osservato in termini di un'interazione antigravitazionale tra quark e antiquark costituenti i mesoni  $K^0$  e  $\bar{K}^0$ .

Sapendo che effettivamente la simmetria  $\mathcal{CP}$  viene violata, oggi fisicamente parliamo degli stati  $K_S^0$  e  $K_L^0$ , correlati a  $K_1^0$  e  $K_2^0$  mediante le relazioni

$$K_S^0 = \frac{|K_1^0 \rangle + \epsilon |K_2^0 \rangle}{\sqrt{1 + |\epsilon|^2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} \left[ (1+\epsilon)|K^0\rangle + (1-\epsilon)|\bar{K}^0\rangle \right] \quad (6)$$

$$\begin{aligned} K_L^0 &= \frac{|K_2^0\rangle + \epsilon|K_1^0\rangle}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} \left[ (1+\epsilon)|K^0\rangle - (1-\epsilon)|\bar{K}^0\rangle \right] \end{aligned} \quad (7)$$

$\epsilon$  è uno dei parametri fondamentali di violazione di  $\mathcal{CP}$ , quello legato ad una violazione a livello del mixing di massa tra  $K_1^0$  e  $K_2^0$ .

Un mesone  $K^0(\bar{K}^0)$  è caratterizzato da un'energia a riposo di  $497.8 \text{ MeV}/c^2$ , ed è costituito da una coppia di quark  $d\bar{s}(\bar{d}s)$ , con il quark  $s(\bar{s})$  semirelativistico, di massa  $\sim 200 \text{ MeV}/c^2$ , ed il quark  $d(\bar{d})$  ultrarelativistico, con massa di qualche  $\text{MeV}/c^2$ ; è un sistema fortemente legato di dimensioni  $\lambda_c \sim 0.5 \text{ fm}$  [14].

Supponiamo ora che esista un meccanismo che separi  $s$  da  $\bar{s}$  (cioè  $K^0$  da  $\bar{K}^0$ ) per una distanza maggiore di quella corrispondente alla separazione durante il tempo di mixing  $\Delta\tau$  dovuto all'interazione debole (il quale, a sua volta, trasforma continuamente  $s \rightleftharpoons \bar{s}$  e  $d \rightleftharpoons \bar{d}$ ). Tale tempo di mixing è

$$\Delta\tau = \pi \frac{\hbar}{\Delta mc^2} \sim 6\tau_s \quad (8)$$

come si può dedurre dalla fig. 2, dove è schematizzata una misura di asimmetria in funzione della vita media  $\tau_s$  del  $K_S^0$  [15]. Ricordiamo a questo proposito che, avendo definito il parametro  $\eta_{+-}$  come

$$\eta_{+-} = \frac{\text{Ampl}(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\text{Ampl}(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)} = |\eta_{+-}| e^{i\phi_{+-}} \quad (9)$$

sussiste l'identità  $|\epsilon| = |\eta_{+-}| = 2.27 \times 10^{-3}$ , e l'asimmetria sarà definita come:

$$A_{+-}(t) = \frac{2|\eta_{+-}| e^{(\Gamma_S - \Gamma_L)t/2} \cos(\Delta mt + \phi_{+-})}{1 + |\eta_{+-}|^2 e^{(\Gamma_S - \Gamma_L)t}} \quad (10)$$

con  $\Gamma_S$  e  $\Gamma_L$ , rispettivamente, larghezze di  $K_S^0$  e  $K_L^0$ .

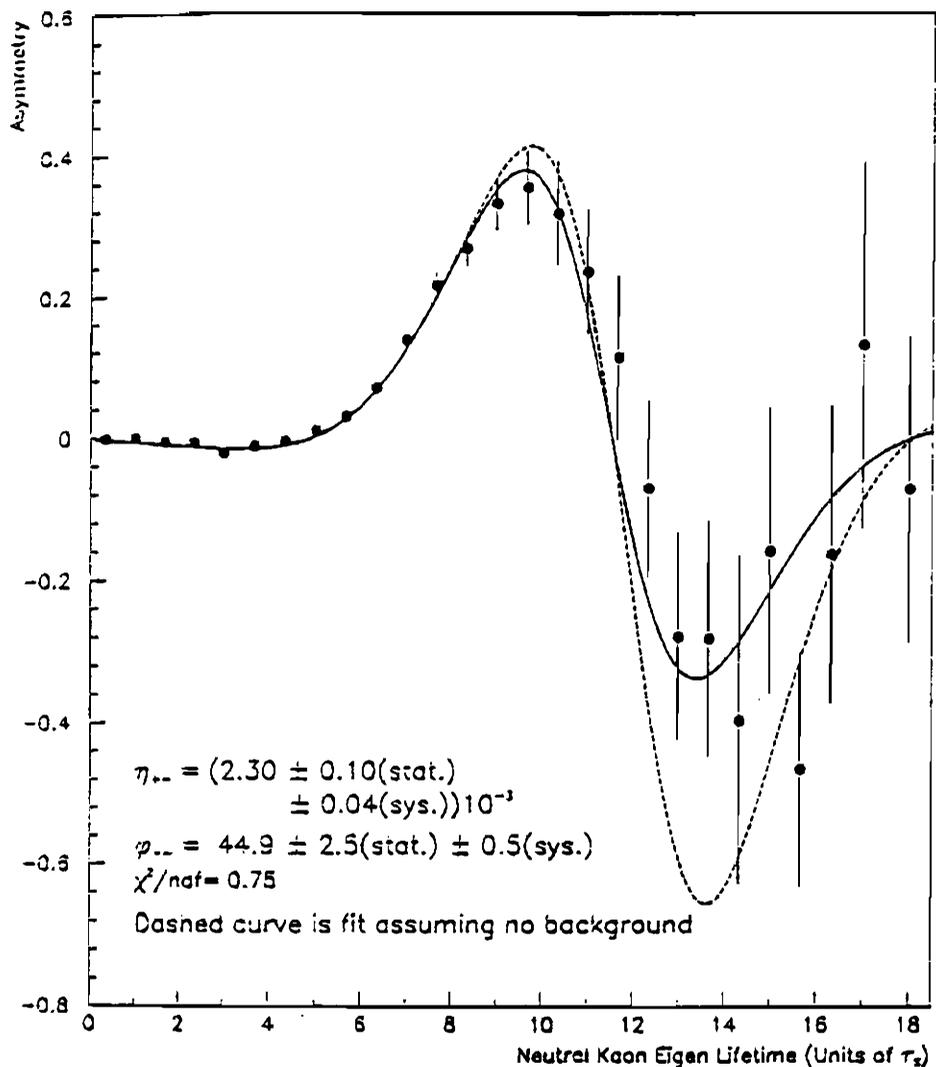


Fig. 2: Misura di asimmetria realizzata mediante l'esperimento CP-LEAR [15], che usa  $K^0$  e  $\bar{K}^0$  etichettati per determinare il parametro  $\eta_{+-}$ . La figura mostra chiaramente il tempo di oscillazione ( $\pi\hbar/\Delta mc^2$ ) indotta dall'interazione debole tra gli stati  $s\bar{d}$  e  $\bar{s}d$ .

Assumendo ora che intervenga l'interazione antigравitazionale, il tempo necessario per separare  $s$  da  $\bar{s}$  nella misura osservata durante violazione di  $\mathcal{CP}$ , cioè il tempo durante il quale viene indotta la rigenerazione della componente  $K_S^0$ , è ottenibile sapendo che la distanza percorsa da  $s$  (o  $\bar{s}$ ) è

$$gt^2 = \epsilon \times (\text{dimensione } K^0) = \frac{\epsilon \hbar}{m_K c}. \quad (11)$$

Sapendo che  $|\epsilon| = |\eta_{+-}|$  e  $\Delta\tau \sim 6 \times 10^{-10}$  sec, numericamente si ricava che

$$t = \left( \frac{\epsilon \hbar}{m_K c g} \right)^{\frac{1}{2}} \sim 3 \times 10^{-10} \text{ s} \sim 2 \frac{\hbar}{\Delta m c^2} \rightarrow O(1) \Delta\tau \quad (12)$$

cioè il tempo necessario affinché l'interazione antigравitazionale determini l'effetto di rigenerazione osservato durante la violazione di  $\mathcal{CP}$  è circa uguale al tempo di mixing proprio delle interazioni deboli.

Invertendo la formula (12), e usando la relazione  $t \sim \hbar/\Delta m c^2$ , si ottiene per il parametro  $\epsilon$  l'espressione

$$\epsilon = \frac{gt^2}{\hbar} m_K c = O(1) g \frac{m_K \hbar}{\Delta m^2 c^3} = O(1) \times 0.88 \times 10^{-3} \quad (13)$$

da cui si può dedurre una nuova interpretazione fisica per  $\epsilon$ :  $\epsilon \Delta m c^2$  rappresenta l'energia potenziale gravitazionale spesa per sollevare un  $K$  di  $\Delta z = \frac{\hbar}{\Delta m c}$ , cioè della lunghezza d'onda Compton corrispondente a una particella di massa  $\Delta m$ .

Si è visto dunque in questo modo come sia possibile dare una spiegazione elegante e nello stesso tempo semplice dell'effetto di violazione di  $\mathcal{CP}$  osservata nel sistema del  $K$ .

## 5. Confronti con il Modello Standard.

Le predizioni ottenute con il modello descritto sono in contrasto con quanto ci si attende dal Modello Standard essenzialmente in due

punti: uno è relativo al fatto che il modello proposto è una teoria di tipo superdebole; il secondo riguarda gli effetti previsti nel settore dei mesoni  $B$ .

Per quanto riguarda il primo punto, il Modello Standard, che è una teoria di tipo millidebole, prevede che almeno parte dell'effetto di violazione di  $\mathcal{CP}$  possa essere attribuito ad una violazione diretta nel decadimento  $K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-$ . Il parametro che quantitativamente misura questa violazione è noto come  $\epsilon'$ : nel Modello Standard ci si attende che  $\epsilon'/\epsilon \neq 0$ . Nel modello descritto, così come in ogni altro tipo di modello superdebole (caratterizzati da transizioni con  $|\Delta S| = 2$ ), la violazione di  $\mathcal{CP}$  evidentemente è determinata dalla presenza di impurezze  $K_1^0$  nello stato  $K_L^0$ , essendo l'azione dell'antigravità equivalente, essenzialmente, ad un effetto di rigenerazione. Quindi, in questo caso, deve essere necessariamente  $\epsilon' = 0$ .

È evidente che se si misurasse  $\epsilon' \neq 0$  (scopo, per inciso, dell'ultima generazione di esperimenti realizzati per lo studio di violazione di  $\mathcal{CP}$ ), questo tipo di ipotesi potrebbe essere immediatamente rigettata.

Per quanto riguarda la violazione di  $\mathcal{CP}$  nel settore dei  $B$ , dal Modello Standard ci si aspetta un effetto più vistoso o, quanto meno più facilmente misurabile, di quello che si osserva nel caso dei  $K$ . Il modello fin qui descritto ci porta invece ad una conclusione opposta: dalla relazione (13), applicando una semplice legge di scaling del tipo  $m/(\Delta m)^2$ , si ricava che il parametro di violazione di  $\mathcal{CP}$  in questo settore dovrebbe essere

$$\epsilon_{B^0 \bar{B}^0} \sim 3 \times 10^{-6}$$

molto più piccolo del valore che ci si attende dal Modello Standard e, probabilmente, troppo piccolo per poter sperare di poterlo misurare come diverso da zero.

Nuovamente, solo le misure sperimentali potranno darci indicazione di quale degli approcci proposti sia il più verosimile.

## 6. Test sperimentali.

Vediamo ora quali sono i tipi di esperimenti che potranno consentire di testare l'ipotesi di antigravità. I metodi sono essenzialmente

due: esperimenti di misura diretta della massa gravitazionale delle antiparticelle ed esperimenti di interferometria con fasci di  $K^0$ .

Il primo tipo di esperimenti, di livello più fondamentale, si prefigge principalmente di dimostrare l'esistenza della gravità repulsiva mediante misure di differenza tra masse gravitazionali di particelle e antiparticelle: ricordiamo a questo proposito l'esperimento di Fairbank e Witteborn [16] per la misura della massa gravitazionale del positrone, e l'esperimento PS200 a LEAR (CERN) [17] che si prefigge la misura della differenza tra le masse di  $p$  e  $\bar{p}$  con una precisione superiore all'1%. Tutti questi esperimenti sono, evidentemente, delicatissimi e di realizzazione estremamente complessa.

Per quanto riguarda misure che evidenziano una correlazione tra antigravità e violazione di  $CP$ , c'è da ricordare che tutte le misure di  $\epsilon$  finora realizzate hanno utilizzato fasci di  $K^0$  ultrarelativistici e *orizzontali*, tranne che in un caso: un esperimento di rigenerazione realizzato nel 1983 al Fermilab (Aronson et al. [18]). Esso era caratterizzato da un angolo tra fascio e orizzontale sensibilmente diverso da zero (anzi tale che  $\gamma \sin \theta \sim 1$ !). Il risultato ottenuto da questo esperimento è quanto meno singolare: infatti, la variazione di energia associata alla variazione di quota dei  $K^0$  durante il periodo di oscillazione  $s \rightleftharpoons \bar{s}$  ( $O(\hbar/\Delta mc^2)$ ) è del tutto confrontabile con  $\epsilon \Delta mc^2$ , come descritto durante la discussione dell'ipotesi di antigravità.

Sembrirebbe pertanto sussistere un fondamentale accordo tra questa misura, che ricordiamo riporta, per  $E \sim 70$  GeV (e quindi  $\gamma \sim 150$ ) e  $\theta \sim 6.25 \times 10^{-3}$  rad,

$$\eta_{+-} = (2.09 \pm 0.02) \times 10^{-3}$$

e le predizioni che scaturiscono dall'approccio descritto.

Purtroppo questa misura scarta di nove deviazioni standard dalla media mondiale, pertanto non si può al momento dire che con certezza sussista dipendenza dell'effetto di violazione dalla direzione del fascio di  $K^0$  rispetto alla verticale terrestre, o che piuttosto si tratti di una coincidenza.

Certamente l'esperimento CP-LEAR (CERN PS195) [15, 19] sarà in grado nel prossimo futuro di dare indicazioni a questo proposito. Esso si prefigge lo studio degli effetti di violazione di  $CP$  usando un fascio isotropo di  $K^0$ , nell'intervallo di impulso 400-700 MeV/c, ottenuto a seguito delle annichilazioni a riposo  $p\bar{p} \rightarrow \bar{K}^0 K^+ \pi^-$  e

$p\bar{p} \rightarrow K^0 K^- \pi^+$ ; in particolare, uno dei suoi scopi fondamentali è la misura del parametro  $\epsilon$  (o meglio, di  $\epsilon'/\epsilon$ ) con precisione superiore all'1%. Evidentemente, se esistono legami tra la direzione del campo gravitazionale ed effetti di violazione di  $\mathcal{CP}$ , essi potranno essere ben studiati in condizioni in cui il fascio di  $K$  viene prodotto isotropicamente.

## 7. Conclusioni.

È stato visto come la gravitazione possa essere considerata come il principale responsabile per l'asimmetria temporale osservata in diversi fenomeni in natura; introducendo la gravità repulsiva, ammessa dalla relatività generale, una delle sue conseguenze è la possibilità di spiegare in modo del tutto semplice e naturale gli effetti di violazione di  $\mathcal{CP}$ , di cui difficilmente si è in grado di rendere ragione con altri tipi di approcci. La spiegazione, descritta in dettaglio in questo rapporto, attende solo conferma di validità dai risultati sperimentali che la comunità della fisica delle alte e medie energie si prefigge di ottenere nel giro di breve tempo.

## Bibliografia

1. J.H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch, R. Turlay, Phys. Rev. Lett. 13 (1964), 138
2. G. Chardin, Nucl. Phys. A558 (1993), 477c  
G. Chardin, J.M. Rax, Phys. Lett. B282 (1992), 256
3. P. Morrison, Am. Jour. Phys. 26 (1958), 358
4. B. Carter, Phys. Rev. D141 (1966), 1242; Phys. Rev. D174 (1968), 1559  
R. Penrose, Phys. Rev. Lett. 14 (1965), 57
5. S.W. Hawking, Proc. R. Soc. Lond. A300 (1967), 187  
S.W. Hawking, R. Penrose, Proc. R. Soc. Lond. A314 (1970), 529
6. L.I. Schiff, Phys. Rev. Lett. 1 (1958), 254
7. M.M. Nieto, T. Goldman, Phys. Rep. 205 (1991), 221
8. R.V. Pound, G.A. Rebka, Phys. Rev. Lett. 4 (1960), 317
9. W.G. Unruh, G.I. Opat, Am. J. Phys. 47 (1979), 743
10. J.D. Bekenstein, Phys. Rev. D9 (1973), 3292; Phys. Today 33 (1980), 24  
S.W. Hawking, Nature 248 (1974), 30
11. M. Goldhaber, Science 124 (1956), 218
12. M.L. Good, Phys. Rev. 121 (1961), 311
13. L.B. Okun, *Leptons and Quarks*, North Holland 1982
14. Data Particle Group, Review of Particle Properties, Phys. Rev. D50 (1994), 1173
15. R. Adler et al., Phys. Lett. B286 (1992), 180
16. W.M. Fairbank, F.C. Witteborn, in *5th Force Neutrino Physics*, Proc. XIIIrd Recontre de Moriond, eds. O.Fackler and J. Tran Thanh Van (Edition Frontierès, Gif-sur-Yvette (1988), p. 629 )
17. M.H. Holzscheiter, R.E. Brown, N.Jarmie and D.C. Lizon, Phys. Scr. T22 (1988), 290  
M.H. Holzscheiter, in *Low Energy Antiproton Physics*, eds P. Carlson, A. Kerel and S. Szilagyí (World Scientific, Singapore, 1991), pag. 437
18. S.H. Aronson, G.J. Bock, H.Y. Cheng and E. Fischback, Phys. Rev. D28 (1983), 476
19. L. Adiels at al., CERN Report, CERN/PSSC/85-6 (1985)



**Raffaella Seno**

**Dipartimento di Fisica "Alessandro Volta"  
Università di Pavia  
e  
Istituto Nazionale per la Fisica della Materia**

**MICROCAVITÀ A  
SEMICONDUITTORE**

**Seminario tenuto il 1 dicembre 1994**

# 1 Introduzione

In questa Sezione si presenteranno alcuni concetti di base e si illustrerà la suddivisione degli argomenti.

## 1.1 Concetti e definizioni di partenza

Le microcavità a semiconduttore (SC) sono microresonatori ottici consistenti in cavità a SC con dimensioni dell'ordine del micron. A renderle interessanti sono due peculiarità:

- i) il confinamento in 1 dimensione degli stati elettronici e del campo elettromagnetico (*e.m.*):
- ii) il forte accoppiamento delle transizioni ottiche col modo di cavità.

Dal punto i) risulta immediata la possibilità di un confronto con le cavità atomiche risonanti con le microonde ed interagenti con stati atomici o molecolari altamente eccitati [17]. Il punto ii) giustifica poi l'utilizzazione delle microcavità a SC —in interazione con materiali otticamente attivi come coloranti o buche quantiche a SC— per la creazione di dispositivi quali il laser ad emissione verticale a bassa soglia [10, 15].

Più precisamente, inserendo un mezzo attivo nel risuonatore si possono verificare due diverse situazioni. A seconda che l'accoppiamento tra il campo *e.m.* e l'eccitazione del mezzo sia maggiore o minore della larghezza di riga media della microcavità e del mezzo attivo, si ha regime di accoppiamento forte o debole. Nel primo caso l'effetto dell'interazione radiazione-materia si rivela —nel dominio delle frequenze— attraverso lo *splitting* delle righe di emissione (*Itabi splitting*), assorbimento, trasmissione e riflessione della radiazione risonante con il modo di cavità [23]. Nel secondo caso —quando l'emissione spontanea del mezzo diventa importante— si osserva una modificazione, dovuta alla presenza della cavità, delle caratteristiche dell'emissione rispetto al caso dello spazio vuoto.

Per descrivere meglio il significato di questa distinzione è opportuno mutuare la terminologia dalla fisica atomica. Si consideri un modo di cavità  $\nu_c$  di larghezza  $\delta_c$ , risonante o quasi-risonante con una transizione atomica  $\nu_{at}$  che ha rate di decadimento  $\delta_{at}$ . La "frequenza di Rabi"  $\Omega_r$  del dipolo atomico nel campo di vuoto della cavità è definita come [7]:

$$\Omega_r = \frac{|\vec{d}_{at} \cdot \vec{\mathcal{E}}(\vec{r})|}{\hbar}, \quad (1.1)$$

dove  $\vec{d}_{at}$  è l'elemento di matrice di dipolo tra i livelli atomici rilevanti e  $\vec{\mathcal{E}}$  è la radice del valore quadratico medio del campo di vuoto nel modo  $\nu_c$  nella posizione  $\vec{r}$  dell'atomo. La frequenza di Rabi fornisce perciò una misura dell'accoppiamento tra il dipolo atomico e la radiazione in cavità o, in altri termini, una misura della velocità con cui campo e atomo si scambiano la radiazione. Di conseguenza il regime di accoppiamento forte si può esprimere come [24]:

$$\Omega_r \gg \frac{\delta_c + \delta_{at}}{2}. \quad (1.2)$$

La (1.2) significa che nel risonatore si verifica uno scambio di energia molto veloce tra campo *e.m.* e mezzo attivo, scambio che si può osservare sperimentalmente nel dominio delle frequenze attraverso il Rabi Splitting delle righe di emissione. In altre parole, in regime di accoppiamento forte l'atomo si trova ad interagire con il modo della cavità così intensamente da "non vedere" gli altri modi della radiazione. L'emissione spontanea viene soppressa a favore dello scambio di energia con il campo *e.m.*, e si parla di "stati vestiti" atomo-campo. La separazione in energia di questi stati vestiti è proporzionale proprio alla frequenza di Rabi, che a questo deve il suo nome [7].

Il caso dell'accoppiamento debole si ha invertendo il verso della disuguaglianza (1.2) [24]:

$$\Omega_r \ll \frac{\delta_c + \delta_{at}}{2}. \quad (1.3)$$

Quando si verifica questa situazione, la velocità con cui i fotoni sfuggono dalla cavità è maggiore della velocità con cui l'atomo ed il campo si scambiano energia. Di conseguenza c'è emissione spontanea, ma la presenza della cavità ne modifica le caratteristiche.

Le (1.1), (1.2) e (1.3) e il loro significato possono essere trasferite al caso delle microcavità in cui il modo attivo sia costituito —ad esempio— dai livelli eccitonici del mezzo stesso. Al posto di  $\nu_{at}$  e  $\delta_{at}$  compariranno rispettivamente  $\nu_{exc}$  e  $\delta_{exc}$ . Si noti che spesso (ma non sempre [24]) in fisica atomica la larghezza di riga  $\delta_{at}$  è trascurabile rispetto a  $\delta_c$ , cosa che non avviene invece con la larghezza di riga eccitonica  $\delta_{exc}$ , che è paragonabile a  $\delta_c$ .

## 1.2 Suddivisione degli argomenti

Nella Sezione 2 verranno trattate le cavità Fabry-Pérot (FP) usuali e di quelle a semiconduttore, prestando particolare riguardo al significato del coefficiente di riflessione complesso. Nella Sezione 3 si illustreranno le modificazioni dello spettro e della distribuzione dell'emissione spontanea in una cavità FP (accoppiamento debole), e si descriveranno le applicazioni di questo effetto alla costruzione di un nuovo tipo di laser. Nella Sezione 4 verrà invece trattato il regime di accoppiamento forte, con l'effetto di Rabi Splitting delle righe di emissione di un mezzo attivo in cavità, e verrà proposto un confronto con le cavità atomiche. L'Appendice contiene infine alcune indicazioni sul metodo delle *Transfer Matrix* ed una breve discussione sul significato del coefficiente di assorbimento nelle eterostrutture.

Si noti che, nel corso della relazione si useranno —per convenienza espositiva— in alcuni casi una descrizione in termini di frequenze ed in altri una in termini di lunghezze d'onda dei campi e delle transizioni coinvolti.

## 2 Cavità Fabry-Pérot

In questa Sezione verranno brevemente illustrate le proprietà degli interferometri FP tradizionali (Sez. 2.1), per poi passare ad una descrizione delle cavità a semiconduttore (Sez. 2.2) e del loro coefficiente di riflessione complesso (Sez. 2.3).

### 2.1 Cavità Fabry-Pérot usuali

È noto che gli interferometri FP (altrimenti detti *etalon FP*) sono costituiti da una cavità vuota di lunghezza  $\mathcal{L}_c$ , delimitata in entrata ed in uscita da due specchi parzialmente riflettenti di trasmittività  $\mathcal{T}$  e riflettività  $\mathcal{R}$ , dove  $\mathcal{T}$  ed  $\mathcal{R}$  si considerano, in prima approssimazione, indipendenti dalla frequenza  $\nu$  del campo incidente.

Le frequenze  $\nu_m$  in corrispondenza delle quali si hanno picchi di trasmissione nel dispositivo sono i multipli interi di  $\nu_c$ , dove  $\nu_c = c/(2\mathcal{L}_c)$  è la frequenza fondamentale della cavità. Si indichi con  $\delta_c$  la larghezza di riga delle  $\nu_m$ : la finezza  $\mathcal{F}$  della cavità — ovvero la misura di quanto strette sono le righe trasmesse — sarà definita dal rapporto  $\nu_c/\delta_c$ . Si dimostra facilmente [5] che la relazione tra la finezza e la riflettività è la seguente:

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{\mathcal{R}}}{1-\mathcal{R}} \quad (2.4)$$

Aumentando  $\mathcal{R}$ , aumenta dunque la risoluzione che si può ottenere con l'interferometro.

La relazione che esprime la dipendenza della trasmittività dalla frequenza del campo incidente si può ottenere con una trattazione standard di interferenza a molti fasci [5]:

$$T(\nu) = \frac{\mathcal{T}^2}{(1-\mathcal{R})^2 + 4\mathcal{R}\sin^2 \epsilon/2} \quad (2.5)$$

$$\epsilon = 2\pi(\nu - \nu_m)/\nu_c \quad (2.6)$$

Con le cavità superconduttrici usate per il micromaser si arriva ad esempio a finezze dell'ordine di  $10^{11}$  e perciò a picchi di trasmissione molto stretti [19].

## 2.2 Cavità Fabry-Pérot a semiconduttore

Negli ultimi anni sono stati proposti e realizzati nuovi tipi di cavità: le microcavità a SC e le cavità atomiche. In questa relazione ci occuperemo soprattutto delle prime, rimandando per le seconde alle numerose trattazioni presenti in letteratura [22].

Le microcavità a SC sono dispositivi monolitici a stato solido con dimensioni dell'ordine di  $0.1 \div 10$  micron — risonanti dunque con le frequenze visibili ed infrarosse — che vengono create usando materiali semiconduttori. I modi di realizzarle sono diversi e le geometrie molto varie: si può utilizzare un difetto in una struttura dielettrica periodica, oppure una microgoccia di liquido, o strati sovrapposti di materiali SC. Si veda ad esempio la Figura 1.

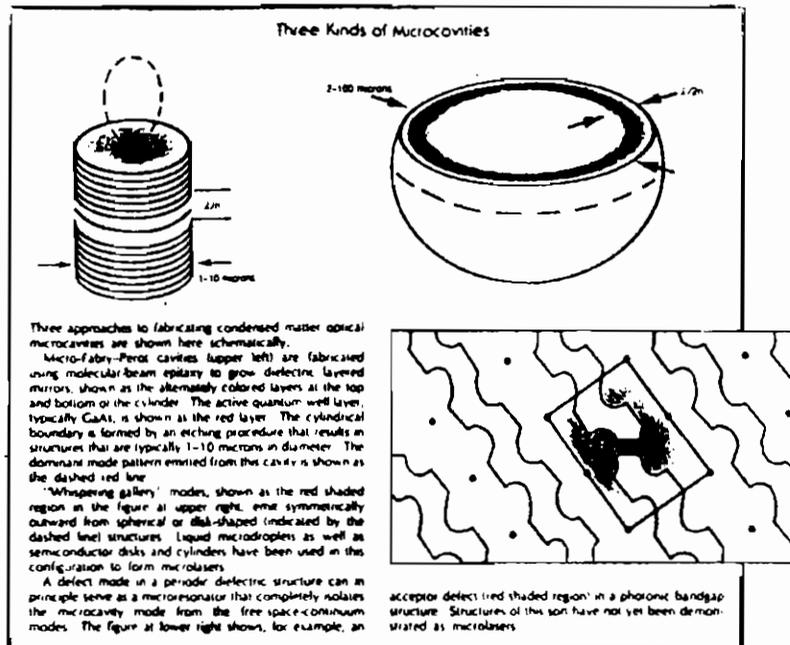


Figura 1: Tre tipi di microcavità [11].

In particolare le microcavità FP (Figura 2) consistono di uno sottilissimo film di spessore  $L_c = \lambda$  (ordine dei *micron*) che può

essere ad esempio di  $Al_{0.2}Ga_{0.8}As$ , di  $GaAs$  o di  $SiO_2$  — e questa è la “cavità” — attorno a cui vengono cresciuti, con tecniche di epitassia di fasci molecolari, degli specchi dielettrici detti *Distributed Bragg Reflectors* (DBR).

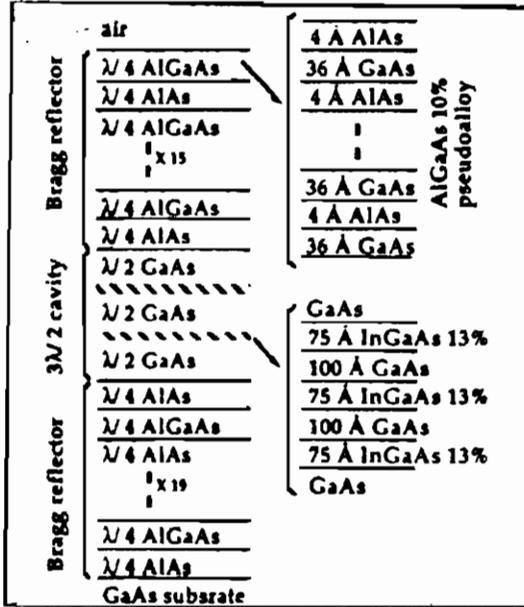


Figura 2: Schema per un etalon FP a semiconduttore [8].

I DBR sono costruiti accostando coppie identiche di strati dielettrici — come  $AlGaAs/AlAs$  o  $ZnS/SiO_2$  — spessi  $\lambda/4$ . La periodicità della struttura porta, per le onde incidenti sugli specchi, ad una *Stopband* in cui  $\mathcal{R} \simeq 1$ , centrata su una “lunghezza d’onda di stop”  $\lambda_s$  che è determinata dalla condizione  $\lambda/4$  [13]. Un etalon a SC sarà dunque caratterizzato da due lunghezze d’onda (frequenze) caratteristiche:  $\lambda_s$  e  $\lambda_c$  ( $\nu_s$  e  $\nu_c$ ) di risonanza della cavità. Solitamente si cerca di fare in modo che  $\lambda_s \equiv \lambda_c$  per non introdurre troppi parametri nel sistema.

## 2.3 Il coefficiente di riflessione complesso

A questo punto è necessaria una parentesi sul coefficiente di riflessione  $r = (\text{campo riflesso}/\text{campo incidente})$ . È noto che  $r$  è, in generale, una quantità complessa, di cui  $\mathcal{R}$  è il modulo. Si scrive perciò:

$$r = \sqrt{\mathcal{R}} e^{i\phi_r} . \quad (2.7)$$

Nel caso di un cavità FP chiusa da due DBR si può calcolare — con un metodo i cui lineamenti sono spiegati nella Sezione 6.1 — la dipendenza di  $r$  dalla lunghezza d'onda  $\lambda$  incidente sulla cavità e dagli indici di rifrazione dei dielettrici utilizzati. Siano infatti  $n_c$ ,

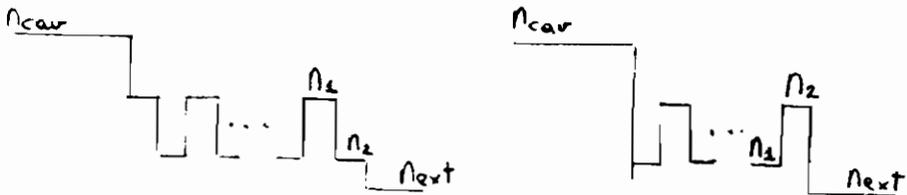


Figura 3: Due possibili profili per gli indici di rifrazione di etalon FP a SC:  $n_1 > n_2$  e  $n_1 < n_2$ .

$n_{cav}$ ,  $n_1$  ed  $n_2$  rispettivamente l'indice di rifrazione della cavità, del mezzo esterno, e dei due dielettrici che costituiscono i due DBR; in particolare sia  $n_1$  l'indice del mezzo che si affaccia sulla cavità. Quando il numero  $N$  di coppie di strati di semiconduttore utilizzati per la costruzione di ognuno dei due DBR è molto grande, si può ricavare un' espressione approssimata per  $\lambda$  attorno a  $\lambda_s$ , nei due casi in cui  $\Delta n_{12} = (n_1 - n_2)$  sia maggiore o minore di zero (Figura 3) [21]:

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= 1 - 4 \frac{n_c}{n_{cav}} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^{2N} \\ \phi_r &= \pi \left( 1 + \frac{n_c}{\Delta n_{12}} \frac{\lambda_s - \lambda}{\lambda} \right) \quad \Delta n_{1,2} > 0 , \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\mathcal{R} = 1 - 4 \frac{n_c \pi}{n_c} \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^{2N}$$

$$\phi_r = - \frac{\pi n_1 n_2}{n_c \Delta n_{1,2}} \frac{\lambda_s - \lambda}{\lambda} \quad \Delta n_{1,2} < 0. \quad (2.9)$$

Si vede immediatamente che, al variare di  $\Delta n_{1,2}$  e di  $\lambda$ , la fase  $\phi_r$  può assumere tutti i valori tra 0 e  $\pi$ . In particolare, quando la lunghezza d'onda della radiazione incidente è proprio quella centrale della Stopband ( $\lambda = \lambda_s$ ), a seconda che  $n_1$  sia maggiore o minore di  $n_2$ , si ottiene proprio  $\phi_r = \pi$  oppure  $\phi_r = 0$ .

Questo risultato ha un'enorme importanza pratica per il controllo che permette di ottenere sull'emissione spontanea in cavità. Infatti, per definizione di indice di rifrazione [eq. (2.7)], se la fase  $\phi_r$  vale 0 il campo *e.m.* è massimo alla superficie dello specchio, mentre se  $\phi_r = \pi$  il campo si annulla alla superficie (è questo il caso degli specchi metallici). Di conseguenza, facendo incidere radiazione risonante coi modi della cavità  $-\lambda = 2\mathcal{L}_c/k$  dove  $k$  è un intero— si otterrà un'onda stazionaria che in posizione  $\mathcal{L}_c/2$  ha un nodo oppure un antinodo. Questa situazione si può utilizzare —come verrà più ampiamente illustrato nella Sez. 3— per aumentare l'entità e migliorare la direzionalità dell'emissione spontanea nei modi risonanti con la cavità, e costruire così nuovi e più efficienti laser. Nella figura 4 sono rappresentate le due possibilità per etalon FP di lunghezza  $\mathcal{L}_c = \lambda$  ed  $\mathcal{L}_c = \lambda/2$ : si nota immediatamente che a seconda della combinazione dei due fattori  $\mathcal{L}_c$  e  $\phi_r$ , nella posizione  $\mathcal{L}_c/2$  ci sarà un nodo oppure un antinodo dell'onda stazionaria risonante con la cavità.

Come si vede dalle equazioni (2.8) e (2.9), la differenza tra gli indici di rifrazione  $\Delta n_{1,2} = (n_1 - n_2)$  non influenza solamente la fase di  $r$ . In Figura 5 è rappresentata, alla risonanza tra il campo *e.m.* e la cavità e per due diversi valori di  $\Delta n_{1,2}$ , la dipendenza del coefficiente di riflessione dall'angolo di incidenza della radiazione. All'aumentare di  $\Delta n_{1,2}$ , aumenta  $\mathcal{R}$  e si allarga la stopband: migliorano le prestazioni degli specchi dielettrici. In effetti si può dimostrare [13] che la larghezza della stopband, nel limite di  $N$  (numero di coppie di strati dielettrici costituenti i DBR) molto grande,

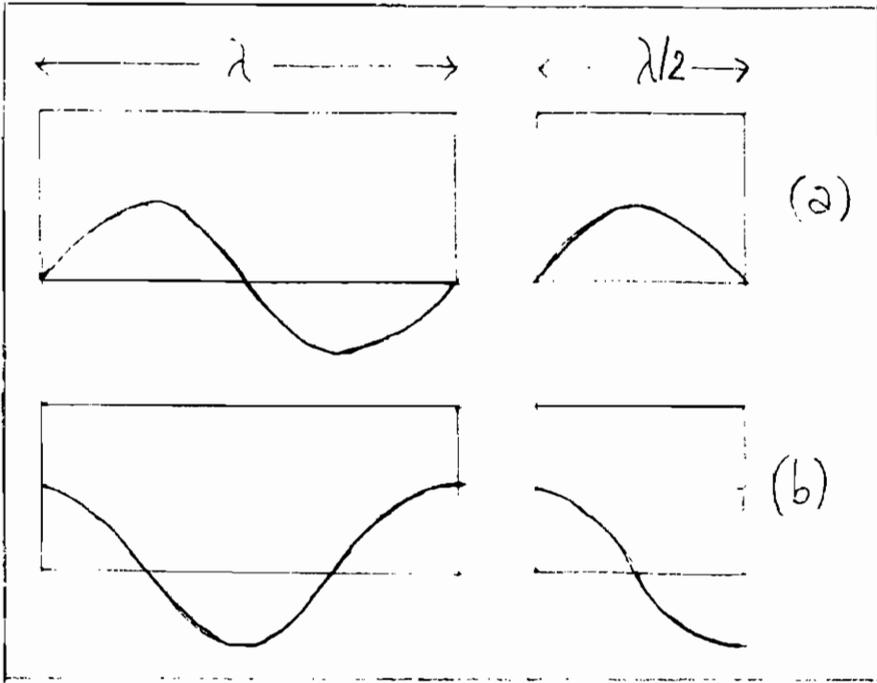


Figura 4: Cavità  $= \lambda$  (a sinistra) e  $= \lambda/2$  (a destra) chiuse da specchi con fase di riflessione  $\phi_r = \pi$  (a) e  $\phi_r = 0$  (b).

è proporzionale alla differenza tra gli indici di rifrazione:

$$\frac{\Delta \lambda_s}{\lambda_s} \simeq \frac{2\Delta n_{12}}{\pi(n_1 + n_2)} \quad (2.10)$$

Per quanto riguarda invece la dipendenza di  $r$  da  $N$ , quando  $N$  non sia molto grande, in figura 6 è rappresentato il profilo di  $r$  per diversi numeri di strati dielettrici che formano i DBR (la figura si riferisce ad una microcavità ideale in cui il centro della stopband  $\lambda_s$  coincide con una frequenza di risonanza Fabry-Pérot,  $\lambda_c$ ). Aumentando  $N$  aumenta il modulo  $\mathcal{R}$  del coefficiente di riflessione e

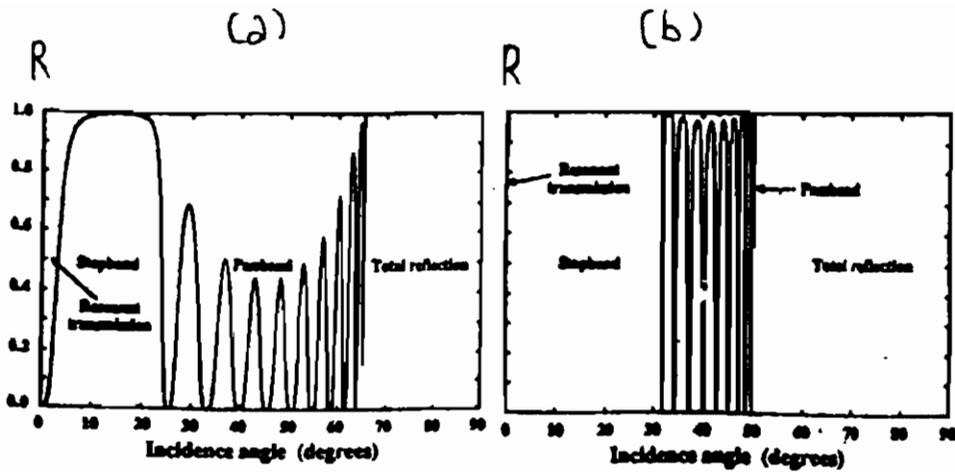


Figura 5: Coefficienti di riflessione per una frequenza *e.m.* risonante vs l'angolo di incidenza quando  $\Delta n_{1,2} = 0.64$  (a) e  $\Delta n_{1,2} = 1.60$  (b) [10].

si stringe la stopband. Tuttavia, se si aumenta sufficientemente il numero di DBR, la larghezza della stopband cessa di diminuire, e viene a dipendere solo dalla differenza tra gli indici di rifrazione [si veda l'equazione (2.10)].

Risulta dunque chiaro che con una scelta oculata del tipo e del numero di coppie di strati di dielettrici componenti i DBR è possibile costruire risuonatori Fabry-Pérot con valori molto alti della riflettività per una banda piuttosto ampia di lunghezze d'onda. La fase della riflessione varia al variare della lunghezza della microcavità e della differenza tra gli indici di rifrazione dei materiali di cui sono fatti i Distributed Bragg Reflectors.

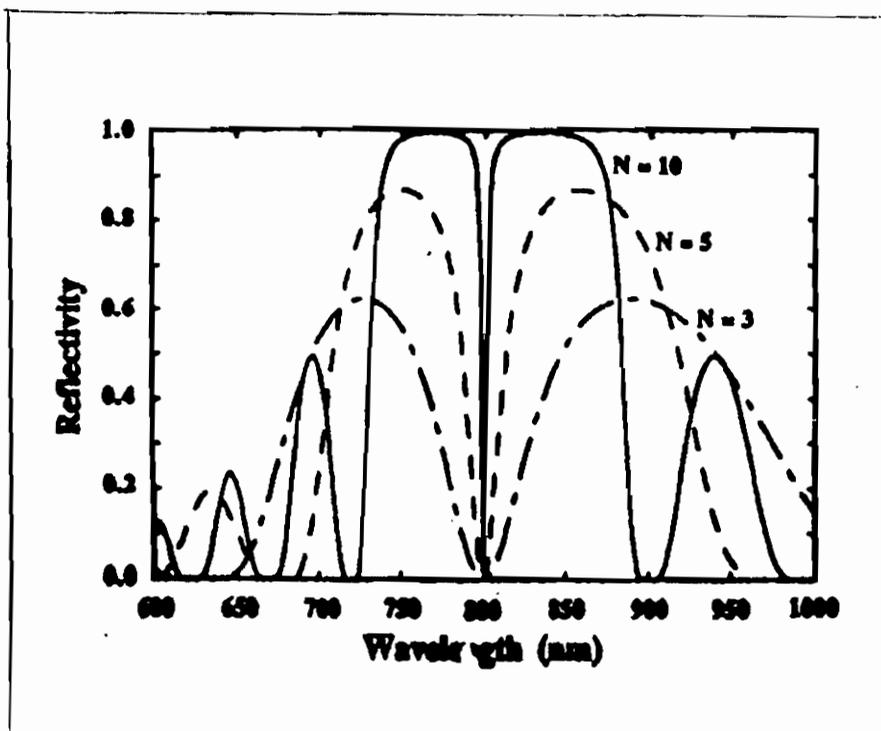


Figura 6: Coefficiente di riflessione vs lunghezza d'onda del campo incidente in una microcavità per diversi valori di  $N$  [10].

### 3 Regime di accoppiamento debole: controllo dell' emissione spontanea

In questa Sezione si descriverà come l'emissione spontanea di un dipolo venga modificata, in regime di accoppiamento debole, dalla presenza di una cavità. Si discuterà poi come questo effetto venga utilizzato per la costruzione di laser a semiconduttore.

#### 3.1 Emissione spontanea in spazio libero e cavità

Le caratteristiche dell'emissione spontanea di un atomo non sono sue proprietà immutabili [18], ma dipendono dal sistema in cui l'atomo è inserito. In particolare, è noto che la presenza di una cavità influenza le fluttuazioni del campo di vuoto, ritenute responsabili del processo di emissione [17]. La teoria usuale di Weisskopf-Wigner [16], descrive l'atomo interagente con un *continuum* di modi del campo *e.m.*, ed ha come risultato un rate di emissione spontanea che è proporzionale alla densità dei modi del campo stesso: è la cosiddetta "regola d'oro di Fermi".

Se si inserisce l'atomo in una cavità, questa densità di stati viene modificata, e di conseguenza cambiano le caratteristiche spaziali ed il bilancio energetico del decadimento. Un modo per calcolare queste modificazioni —facendo riferimento ad un modello quantistico— è dunque quello di vedere come varia la densità di modi rispetto allo spazio vuoto [14]. Un altro modo consiste nel calcolare l'effetto che le pareti della cavità hanno sull'intensità del campo di vuoto  $I^2$ , considerando gli sfasamenti causati dalla riflessione e dalla trasmissione degli specchi [10]. In questa Sezione verranno brevemente riassunti i risultati del secondo metodo.

Si consideri un dipolo elettrico posto all'origine di un sistema di coordinate polari come in l'figura 7. Si supponga che il dipolo oscilli lungo  $x$  e si scelga come piano di emissione quello contenente l'asse  $z$  e la direzione di propagazione dell'onda  $\vec{w}$ . Si indichi con  $I_0^2$  l'intensità del campo di vuoto nell'origine delle coordinate; nello

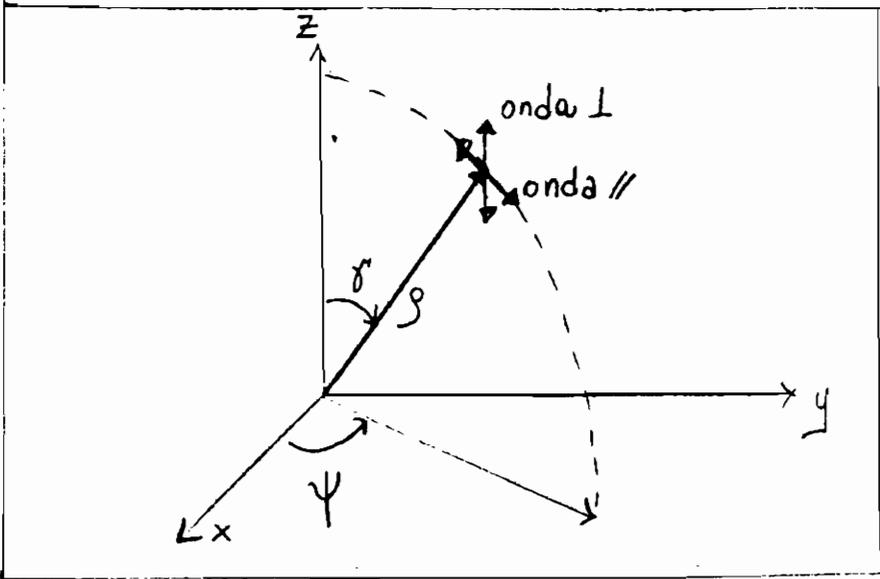


Figura 7: Sistema di coordinate polari  $(\rho, \psi, \gamma)$  per il vettore  $\vec{w}$ .

spazio libero  $I_0^2$  è indipendente da  $\psi$  e  $\gamma$  (isotropa). Se  $\mu^2$  è il momento di dipolo dell'oscillatore, si trova che l'intensità  $dI_x^M$  della radiazione emessa nel punto  $(\rho_c, \psi_c, \gamma_c)$  ha la seguente espressione:

$$dI_x^M = \eta \frac{\mu^2 I_0^2}{\rho_c^2} \times \begin{cases} \sin^2 \psi_c & \text{onda } \perp \\ \cos^2 \psi_c \cos^2 \gamma_c & \text{onda } \parallel \end{cases} \quad (3.11)$$

Dove  $\eta$  è una costante, *onda*<sub>⊥</sub> ed *onda*<sub>∥</sub> sono rispettivamente la componente dell'onda emessa perpendicolare e parallela al piano di emissione. Integrando su tutte le direzioni si ottiene:

$$I_x^M = \frac{8}{3} \pi \eta \mu^2 I_0^2. \quad (3.12)$$

La quantità  $I_x^M$  può essere considerata come una misura del tempo di vita dell'oscillatore che decade.

La presenza di una cavità modifica ovviamente questa situazione: se si realizza la condizione di accoppiamento debole (1.3) tra

il campo e il dipolo oscillante, quest'ultimo mostra un decadimento esponenziale simile a quello convenzionale, ma con una modificazione della distribuzione di radiazione emessa. Infatti in questo caso l'intensità del campo di vuoto  $E^2$  diventa funzione del punto dello spazio in cui ci si trova. Si ricordi a quest proposito la figura 4: si vede che un dipolo posto in  $\mathcal{L}_c/2$  si può trovare in un nodo oppure in un antinodo dell'onda risonante con la cavità; nel primo caso si avrà SOPPRESSIONE, nel secondo AUMENTO dell'emissione spontanea.

Diventa perciò importante — ai fini del calcolo dell'intensità del campo emesso  $dI_x^{cav}$  — conoscere la posizione del dipolo elettrico. Si consideri ad esempio una cavità FP disposta con l'asse lungo  $z$ . Siano  $\mathcal{L}_c = \lambda/2$  e  $\phi_r = \pi$ : il dipolo (che ovviamente si considera quasi risonante con la cavità) si trova in un antinodo dell'onda che si propaga nel risonatore. Si ottiene perciò:

$$dI_x^{cav} = dI_x^{cav} \frac{(1 - \mathcal{R})\{1 + \mathcal{R} + 2\sqrt{\mathcal{R}} \cos[\pi(\cos \gamma_c + 1)]\}}{(1 - \mathcal{R})^2 + 4\mathcal{R} \sin^2[\pi(\cos \gamma_c + 1)]}. \quad (3.13)$$

Questa distribuzione della radiazione è caratterizzata da:

- i) Forte direzionalità: infatti presenta un picco attorno a  $\gamma_c \simeq 0$ .
- ii) Aumento dell'emissione: l'intensità del picco cresce circa come  $4/(1 - \mathcal{R})$ . Ad esempio, se la riflettività  $\mathcal{R}$  vale 0.95, il picco è  $\simeq 80$  volte più alto che nel caso dello spazio libero.

Se poi si integra su tutte le direzioni:

$$I_x^{cav} = \frac{3}{2} I_x^{sl}. \quad (3.14)$$

Cioè si verifica una diminuzione del tempo di vita dell'oscillatore, in modo indipendente dalla riflettività  $\mathcal{R}$  degli specchi della cavità.

In figura 8, sono rappresentate le curve teoriche di  $I_x^{cav}(\gamma_c)$  per spazio libero (a) e cavità [(b), (c), (d) ed (e)], quando  $\mathcal{R} = 0.95$ .

In (a) si vede che l'isotropia è verificata: in (b), dove l'oscillatore risuona con il modo l'abry-Pérot  $\lambda_c$ , c'è l'incremento di un fattore 80

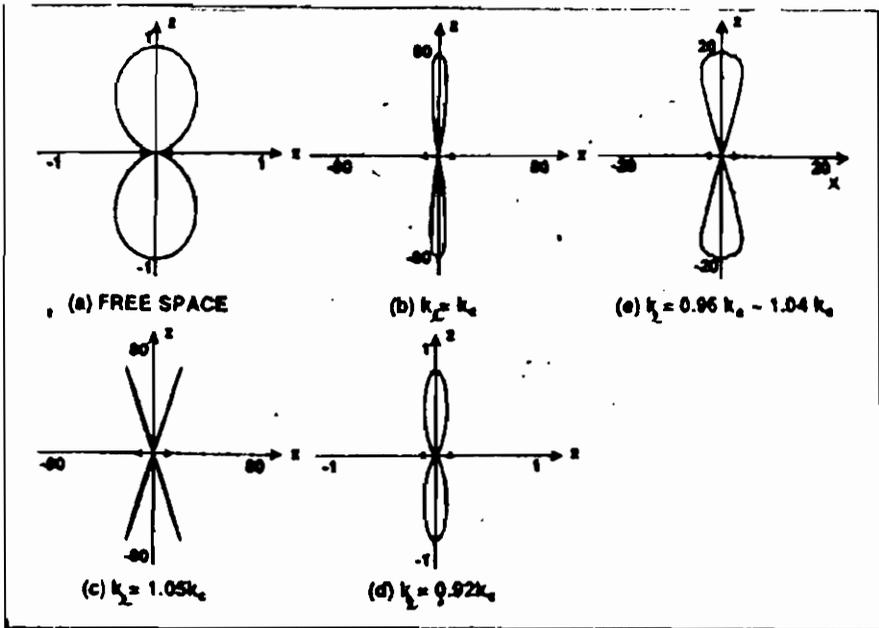


Figura 8: Distribuzione dell'intensità della radiazione emessa da un dipolo oscillante lungo  $x$ , viste da  $y$ . (a) Spazio libero; (b)-(e) dipoli in cavità planare  $\lambda/2$ , con diverse frequenze di transizione. Si assume il campo polarizzato nel piano  $x - z$  [15].

dell'emissione che si concentra attorno alla direzione  $\gamma_c = 0$ . In (c), dove  $\lambda_c < \lambda_r$  si ha ancora l'aumento, ma le direzioni preferenziali sono due: se invece  $\lambda_c > \lambda_r$  [fig. (d)], si verifica una soppressione dell'emissione spontanea che però risulta di nuovo concentrata attorno a  $\gamma_c = 0$ . In (e), infine, dove le lunghezze d'onda dei dipoli variano tra  $0.96\lambda_r$  e  $1.04\lambda_r$  il picco è meno grande che in (b), e la direzionalità è meno accentuata.

In figura 9 ai calcoli teorici sono sovrapposti i risultati sperimentali per un etalon FP a semiconduttore in cui il mezzo attivo è rappresentato da una buca quantica (*Quantum Well*, QW) di GaAs. Nella (a) è il caso analogo allo spazio libero, poichè la QW è immersa in uno strato spesso di  $Al_{0.2}Ga_{0.8}As$ . Nelle (b), (c) e (d) il dipolo

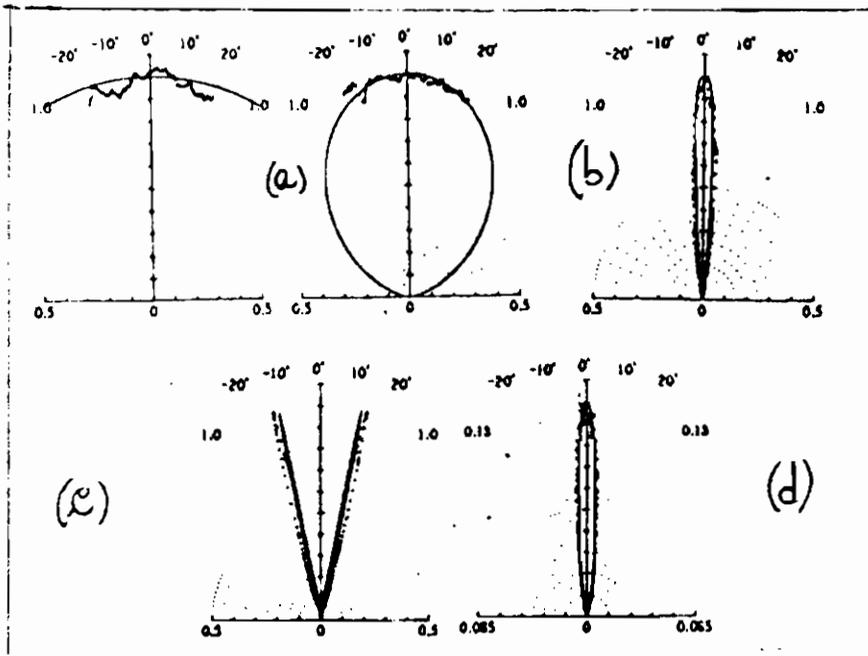


Figura 9: Confronto tra dati sperimentali e previsioni teoriche per gli stessi casi di Figura 8 [10].

—un livello eccitonico della buca— ha lunghezza d'onda rispettivamente risonante, minore e maggiore della  $\lambda_c$ . Le previsioni della teoria sono sostanzialmente verificate.

Un etalon FP a semiconduttore, in cui si inserisca un mezzo attivo (ad es. buca quantica o film di colorante) permette dunque di ottenere un forte incremento dell'emissione spontanea ad una frequenza risonante con una delle frequenze FP, nella direzione della lunghezza  $\mathcal{L}_c$  della cavità. Il controllo di questo processo si attua attraverso i parametri  $\mathcal{L}_c$ ,  $N$  —numero di coppie di strati dielettrici che costituiscono i due DBR— e  $\Delta n_{1,2}$  —differenza tra gli indici di rifrazione dei due dielettrici—. L'effetto più marcato si ha, se si lavora in regime di accoppiamento debole dipolo-campo

*e.m.*, alla risonanza tra la transizione del mezzo attivo con un modo di cavità.

### 3.2 Laser ad emissione verticale

In questa sezione si illustrerà schematicamente il principio di funzionamento del Vertical Cavity Surface Emitting Laser (VCSEL) (si veda la figura 10).

In un laser a semiconduttore convenzionale, solo una minima parte della emissione spontanea è accoppiata con un singolo modo laser. Le ragioni sono tre:

1. la larghezza di riga del modo radiante è molto larga rispetto alla larghezza di riga del modo di cavità;
2. la radiazione emessa spontaneamente si distribuisce isotropicamente e dunque la gran parte va persa in direzioni oblique;
3. Il volume attivo è molto più esteso che la lunghezza d'onda ottica, di conseguenza una grossa parte dell'emissione irraggia in modi FP che non sono transizioni laser.

L'efficienza  $\beta$  dell'accoppiamento dell'emissione spontanea con un singolo modo laser viene spesso chiamata "coefficiente di emissione spontanea" ed è dell'ordine di  $10^{-5}$  nei laser a semiconduttore tradizionali. Utilizzando le strutture a microcavità si riescono ad ottenere  $\beta \rightarrow 1$ .

Se infatti si ha a disposizione un mezzo otticamente attivo con una banda di emissione molto stretta (l'opposto del punto 1 della lista precedente) e lo si inserisce in una microcavità, succede che:

1. la radiazione emessa spontaneamente si distribuisce preferenzialmente lungo la direzione della lunghezza della cavità;
2. il volume attivo ha dimensioni dell'ordine della lunghezza d'onda ottica, di conseguenza la maggior parte dell'emissione irraggia nel modo FP che è la transizione laser.

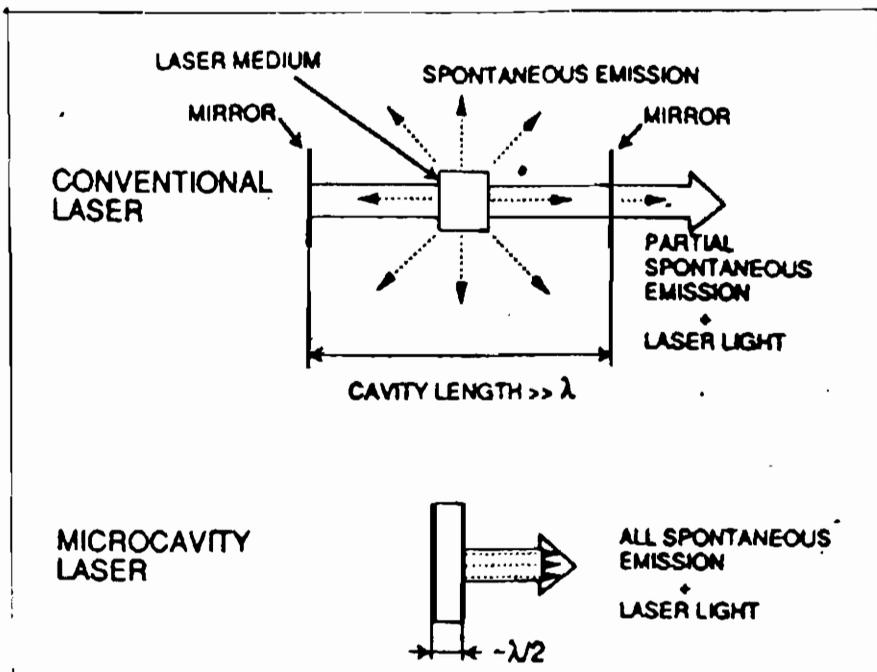


Figura 10: Idea per il Vertical Surface Emitting Laser [15].

In pratica "tutti" i fotoni emessi spontaneamente sono accoppiati col modo di cavità, perciò aumentando il pompaggio si ha un graduale passaggio dall'emissione spontanea a quella stimolata, con la scomparsa della soglia laser nella curva input-output.

Le *Rate Equations* di questo sistema sono quelle di un risonatore aperto, dal quale possono sfuggire con velocità  $A_l$  fotoni che corrispondono a modi diversi da quello di cavità. Si consideri un laser ideale a 4 livelli, nel quale i decadimenti dal livello più alto verso il livello laser superiore e del livello laser inferiore verso il più basso sono molto veloci: le equazioni assumono la forma [15]:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= p - (1 - \beta)A_l n - \beta A(1 + s)n - \Gamma n, \\ \frac{ds}{dt} &= \beta A(1 + s)n - \delta_r n. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Dove  $n$  è il numero di atomi eccitati in cavità,  $p$  è il rate di pompaggio,  $A$  il rate di emissione spontanea in cavità,  $s$  il numero di fotoni accoppiato col modo di cavità,  $\Gamma$  il rate di depopolamento non radiativo e  $\delta_c$  il rate di perdita della cavità. Poiché sia il rapporto  $A_l/A$  che  $\beta$  crescono al calare delle dimensioni dell'etalon FP, per ottenere un valore alto di  $\beta A$  è necessario che  $\mathcal{L}_c$  sia molto piccolo. Per avere  $\delta_c$  abbastanza largo, servono specchi con alta riflettività. E' queste sono proprio le opportunità offerte dalle microcavità a SC.

In figura 11 sono rappresentati in scala logaritmica gli stati stazionari ( $\dot{I} = 0$ ) delle equazioni (3.15) (l'analisi è numerica) per diversi valori del coefficiente di emissione spontanea  $\beta$ . Quando  $\beta$

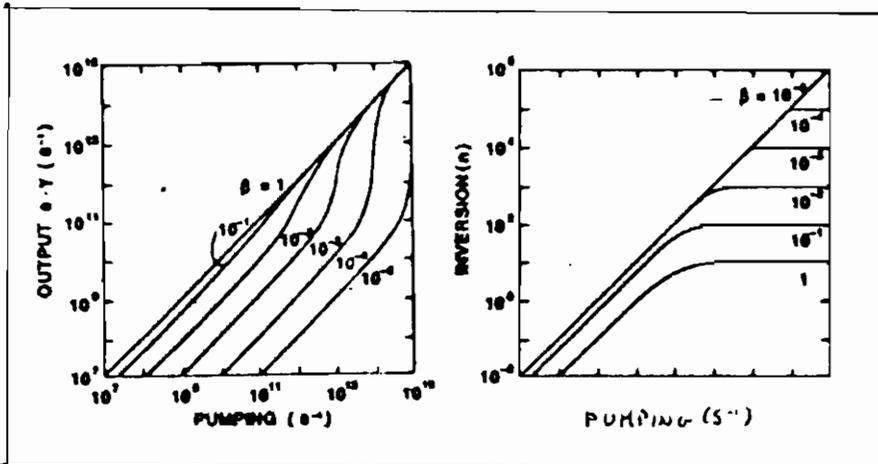


Figura 11: Stati stazionari della luce in output e dell'inversione di popolazione vs il pompaggio in una cavità con  $A = 10^9 s^{-1}$ ,  $A_l = 10^{10} s^{-1}$  e  $\delta_c = 10^{12} s^{-1}$  [15].

è piccolo, la soglia laser è evidente nella curva input-output: ma al crescere di  $\beta$  si osserva un graduale appiattimento ed infine, per  $\beta = 1$ , la scomparsa del salto.

Anche se non è particolarmente significativo distinguere tra emissione spontanea ed emissione stimolata —dal momento che tutti

i processi di emissione sono controllati dalla cavità e non c'è soglia nella curva input-output— per convenienza si può attribuire al rate di emissione proporzionale ad  $s$  nelle (3.15) il significato di emissione stimolata. Osservando attentamente la figura, si vede allora che il regime in cui domina l'emissione stimolata è separato da quello in cui domina l'emissione spontanea anche per  $\beta = 1$ . Infatti, l'inversione di popolazione  $n$  —dopo essere cresciuta linearmente— arriva ad un plateau anche nel caso  $\beta = 1$ , nel regime in cui prevalgono le oscillazioni laser. In questo senso si può dire che esiste una soglia che però non si vede nel grafico input-output.

Il problema di una ridefinizione della soglia del laser si può affrontare comunque da diversi punti di vista, ad esempio considerando le fluttuazioni della luce prodotta dal VCSEL; oppure osservando la relazione tra il numero di fotoni in cavità e l'esistenza o meno dell'inversione di popolazione [9]. Una trattazione estesa di questo argomento esula però dagli scopi di questa relazione, e si rimanda il lettore ad autori quali Yamamoto [4] e Yokoyama per uno studio più approfondito.

Una realizzazione sperimentale del VCSEL è rappresentata nella figura 12. Gli specchi dielettrici consistono di 19 strati  $\lambda/4$  di  $ZnS$  (indice di rifrazione 2.3)/ $SiO_2$  (1.49) e mostrano una riflettività pari a 0.996 in corrispondenza di luce con  $\lambda = 530 \div 630 \text{ nm}$ , e una riflettività minore di 0.2 per radiazione con  $\lambda < 500 \text{ nm}$ . La cavità, composta di  $SiO_2$ , ha lunghezza che è un multiplo di  $\lambda/2$  ed è stata riempita per capillarità di una soluzione in etanolo di  $5 \times 10^{-3} \text{ mol dm}^{-1}$  di Rhodamina 6G (Rh6G). Per il confronto con le proprietà di emissione in spazio libero è stata utilizzata una struttura simile senza i DBR, dove lo strato di  $SiO_2$  è spesso  $\simeq 200 \text{ nm}$  per una  $\mathcal{L}_c$  totale di circa  $300 \text{ nm}$ .

In figura 13 sono dati i grafici dei risultati sperimentali per due casi:  $\lambda_c = 560 \text{ nm}$  [(a1) e (b1)] e  $\lambda_c = 600 \text{ nm}$  [(a2) e (b2)]. Nel caso (1) si vede chiaramente che nelle microcavità la soglia è praticamente scomparsa, in contrasto con la situazione di spazio libero. Usando le rate equations (3.15), si possono calcolare i valori di  $\beta$  per i quattro grafici. Risulta che in assenza di cavità  $\beta \simeq 10^{-3}$ ,

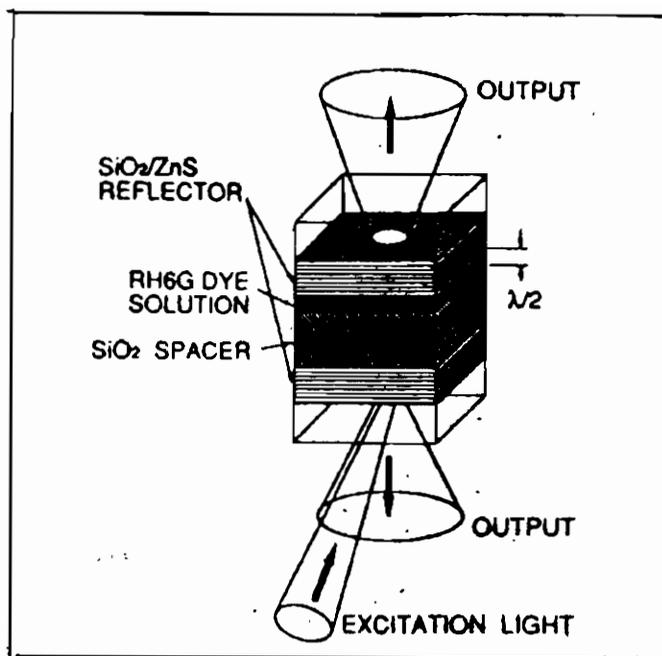


Figura 12: Microcavità FP planare contenente una soluzione di colorante Rh6G [15].

mentre per  $\mathcal{L}_c = \lambda/2$  (in questo caso non c'è lo strato di  $SiO_2$ , la colorante basta a dare lo spessore)  $\beta \simeq 0.2$ , per  $\mathcal{L}_c = 2\lambda$  e per  $\mathcal{L}_c = 4\lambda$ ,  $\beta \simeq 0.1$ . Si noti che la soglia in input, che come detto si può definire come punto di passaggio da un regime in cui domina l'emissione spontanea ad uno in cui domina l'emissione stimolata, cresce assieme alla lunghezza di cavità.

Nel caso (2), invece, le soglie tendono a persistere. Questa minore efficienza dell'accoppiamento della  $\lambda_c = 600 \text{ nm}$  con il campo  $\epsilon.m.$  si può attribuire al fatto che lo spettro di emissione dell' *Rh6G* in spazio libero è piccato su una lunghezza d'onda vicinissima a  $560 \text{ nm}$ , ed ha solo una coda sui  $600 \text{ nm}$ : si ricordi a proposito la Figura 9 (c).

I risultati elencati hanno incoraggiato, negli ultimi anni, la sperimentazione di possibili VCSEL. Per quanto riguarda le cavità

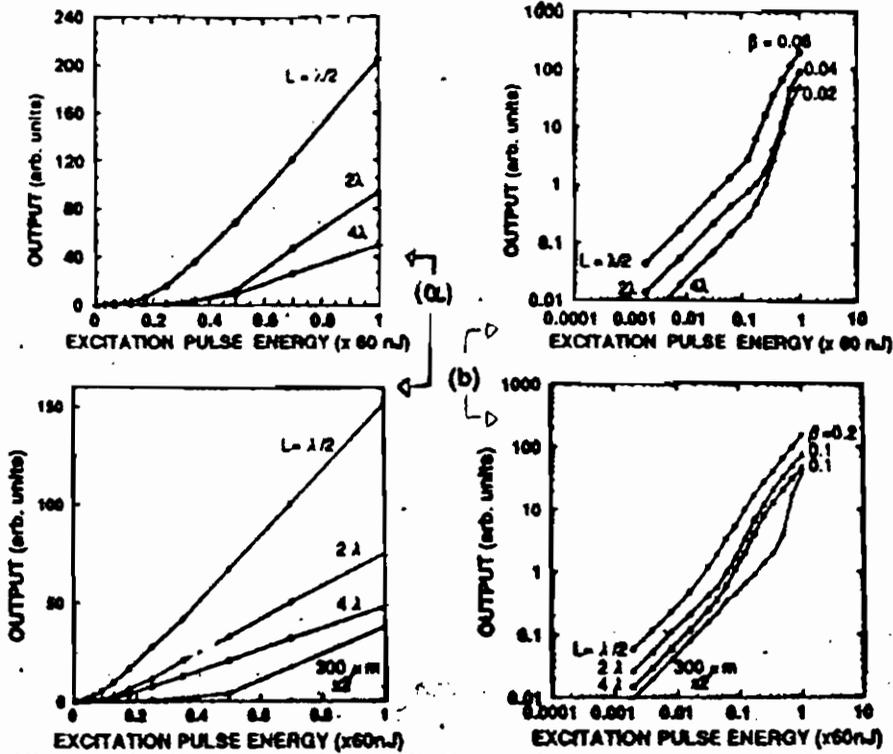


Figura 13: Grafici sperimentali di luce in output, relativi alla microcavità della figura precedente, in scala logaritmica (a) e lineare (b) in funzione della pompa, per  $\lambda_c = 560 \text{ nm}$  (1) e  $\lambda_c = 600 \text{ nm}$  (2) [15].

planari FP, è stato osservato che la forte direzionalità della radiazione emessa (all'aumentare del coefficiente di riflessione dei DBR diminuisce l'angolo entro cui si distribuisce l'emissione) si traduce in una redistribuzione spaziale dell'emissione spontanea, senza un sostanziale aumento della quantità di radiazione. Le cavità 3D, ad esempio quelle emisferiche, hanno dato esiti migliori, perchè al crescere di  $R$  l'angolo dell'emissione spontanea si mantiene costante, permettendo un guadagno utile di radiazione rispetto allo spazio libero [9].

I vantaggi offerti dal VCSEL sono molteplici [12]. Innanzitutto

questi laser permettono di ottenere sorgenti di luce a basso costo (per via della poca potenza consumata) per un ampio spettro di frequenze che va dall'infrarosso al visibile. Inoltre, per via delle piccolissime dimensioni dei dispositivi, i VCSEL si prestano a far parte di circuiti in cui sia necessaria una grossa densità di componenti. Queste due ragioni rendono i VCSEL ideali per applicazioni nei sistemi di interconnessione ottici. Infatti i sistemi microelettronici sono arrivati ad un'empasse nel miglioramento delle loro prestazioni, per via dell'alta densità delle interconnessioni: l'uso di particelle cariche —gli elettroni— rende via via più difficili e rumorosi i collegamenti. I fotoni si propagano senza interagire tra loro, e sembrano la soluzione ideale al problema [6]. Altri vantaggi dei microlaser senza soglia sono la loro alta efficienza e la velocità della risposta. Queste caratteristiche fanno pensare alla costruzione di micro-LED che potrebbero venire utilizzati ad esempio per le stampanti laser [11, 14].

Abbiamo dunque visto che —poiché è possibile avere un discreto controllo sperimentale sull'emissione spontanea in microcavità— si è resa accessibile la costruzione di un nuovo tipo di laser a SC: il VCSEL. Il VCSEL si caratterizza per una tendenza della soglia input-output a scomparire, proprio per il fatto che una grossa percentuale dell'emissione spontanea viene incanalata nella stessa direzione dell'emissione stimolata, rendendo così poco significativo il passaggio al regime di emissione stimolata. Questo dispositivo è molto meno rumoroso ed ovviamente più efficiente [10] che i laser convenzionali. Le applicazioni possibili comprendono le comunicazioni ottiche e l'information processing in 2 dimensioni.

## 4 Regime di accoppiamento forte: Rabi Splitting

In questa sezione verrà illustrato il comportamento di un mezzo attivo in cavità in regime di accoppiamento forte, con particolare riferimento al caso di eccitoni di QW in etalon FP.

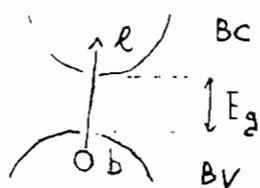
### 4.1 Eccitoni di bulk e 2D; eccitoni 2D in cavità

Prima di introdurre il Rabi Splitting è opportuno riassumere le proprietà degli eccitoni [1]. Si consideri un semiconduttore massivo (*bulk*) a gap diretto, nel suo stato eccitato, come raffigurato nella figura 14. Se si fornisce al dielettrico un'energia  $E$  sufficientemente alta, maggiore dell'energia di gap  $E_g$ , avviene la formazione di coppie elettrone-buca ( $e$ - $b$ ). I livelli eccitati costituiscono un *continuum* di energie a partire da  $E = E_g$ , e sono caratterizzati dalla condizione  $k_e = k_b$  per i momenti di  $e$  e di  $b$ : infatti la conservazione del momento cristallino — che è dovuta alla simmetria traslazionale del cristallo — si traduce per le transizioni ottiche nella condizione  $0 \simeq h\nu = k_e - k_b$ .

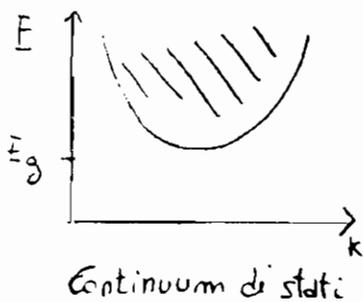
Quando invece  $E < E_g$ , si possono verificare le condizioni per la creazione di un "eccitone", ovvero uno stato legato elettrone-buca. Questo avviene quando  $E$  è almeno uguale a  $E_g - R^*$ , dove  $R^*$  è la cosiddetta "costante di Rydberg effettiva", e dipende dalle masse effettive di  $e$  e  $b$  e dalla costante dielettrica del mezzo [1]. I livelli energetici possibili sono idrogenoidi, perciò discreti, e si possono scrivere come  $E_n = E_g - R^*/n^2$ : la conservazione del momento cristallino impone inoltre che l'eccitone possa interagire solamente con fotoni con  $k_f = k_{e,b}$ . La conseguenza di questa selezione sull'energia e sul momento è che non esiste una densità di stati finali per il decadimento dell'eccitone: perlomeno in situazione ideale questo non può decadere spontaneamente. L'accoppiamento con il campo elettromagnetico porta invece alla formazione di nuovi stati stazionari: i polaritoni. I polaritoni traducono il fatto che il semiconduttore e

SEMICONDUZIONE ALLO STATO ECCITATO  
(GAP DIRETTO)

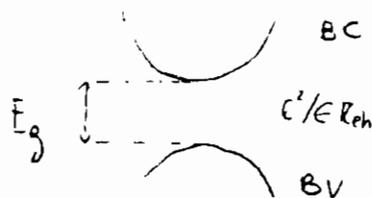
Sopra il gap  $E > E_g$



Formazione coppia e-b



Sotto il gap  $E < E_g$



Energia di legame  $mE$   
 $E_g - R^* < E_g$

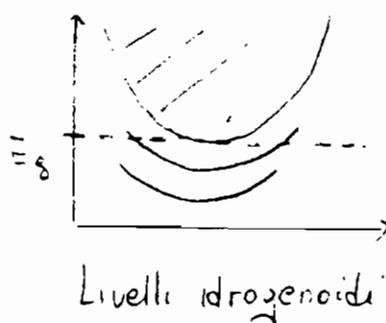


Figura 14: Semiconduttore a gap diretto: formazione di coppie e-b (a sinistra) e di livelli di eccitone (a destra).

la radiazione si scambiano periodicamente l'energia del fotone che così attraversa il mezzo senza venire assorbita.

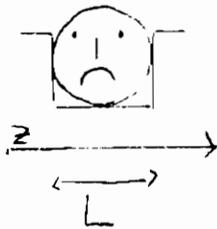
Si consideri ora la situazione in cui gli eccitoni sono liberi di muoversi in 2 dimensioni (l'figura 15), mentre sono fortemente confinati nella terza dimensione —ad esempio da una QW in direzione  $z$ . In questo caso, viene a mancare l'invarianza traslazionale in una direzione, e il momento cristallino deve conservarsi solo nelle due dimensioni di bulk. Esiste perciò una densità di stati 1D per il decadimento dell'eccitone. Si può dimostrare che i modi radiativi sono quelli per cui  $|k_{z,rc}| < n2\pi\nu/c$ , dove  $n$  è l'indice di rifrazione del mezzo. Inoltre l'accoppiamento di queste transizioni con il campo  $\epsilon.m.$  è molto forte. Se si paragonano la forza di oscillatore dell'eccitone per unità di volume  $f_{3D}/V$  nel bulk con quella in un sistema periodico costituito da QW di lunghezza  $\mathcal{L}_w$  intervallate da barriere spesse  $\mathcal{L}_b$  si vede che [2] :

$$\frac{f_{2D}}{S(\mathcal{L}_w + \mathcal{L}_b)} \gg \frac{f_{3D}}{V} \quad (4.16)$$

dove sia  $f_{2D}$  che  $f_{3D}$  sono quantità adimensionali. Per una discussione di questa disequazione si rimanda all'Appendice (Sezione 6.2).

Se a questo punto si introduce la QW in una cavità la cui direzione di propagazione sia proprio  $z$ , si ottiene di selezionare il modo della radiazione con cui l'eccitone agisce —una delle frequenze di cavità  $\nu_c$ — e di bloccare la propagazione dei polaritoni nella direzione  $z$ . In definitiva si ha a disposizione un eccitone che può decadere ma è anche fortemente accoppiato con un ben preciso modo del campo  $\epsilon.m.$  [23]. La situazione che si crea presenta grosse analogie con il *micromaser* [22], una cavità superconduttrice con dimensioni dell'ordine del *cm* in cui viene iniettato un fascio monoenergetico di atomi a due livelli (gli "atomi di Rydberg" [20]) nello stato eccitato ed in risonanza con il modo fondamentale della cavità stessa. In entrambi i casi infatti la condizione (1.2) di accoppiamento forte tra il campo  $\epsilon.m.$  e il mezzo attivo —la QW o il fascio atomico— ha come conseguenza uno scambio di energia tra

ECCITONI IN QW caso del confinamento forte



$$L \approx 10^2 \text{ \AA} \text{ (Wannier-Holt)}$$

Energia di confinamento  
 $\gg$

Energia di legame eccitonica

$$E = E_g - \frac{R^*}{n^2} + \frac{K_{exc} V^2}{2M} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2L^2} \left( \frac{1}{m_e^*} + \frac{1}{m_h^*} \right)$$

$\uparrow$   $\uparrow$   
 $m_e^* + m_h^*$  masse efficaci

. Densità di stati 1D per il decadimento



. Forza di oscillatore "concentrata"

Figura 15: Eccitoni 2D).

Parametro	Cavità atomiche	Cavità a sc
$\mathcal{L}_c$	1 cm	$3 \cdot 10^3 \text{ \AA}$
$\nu_c$	15 GHz	$2 \div 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$
$\delta_c$	30 MHz	$4 \cdot 10^{10} \text{ Hz}$
$\mathcal{F}$	$5 \cdot 10^2 \div 10^{10}$	$10^2 \div 10^3$

Tabella 1: Ordini di grandezza di alcuni parametri di cavità FP

la radiazione e gli oscillatori che è più veloce del tempo che impiegano i fotoni a sfuggire alla cavità. La frequenza  $\Omega_r$  (frequenza di Rabi) con cui questo scambio avviene è una misura dell'intensità dell'accoppiamento.

A scopo puramente illustrativo, nella Tabella 1 sono messi a confronto gli ordini di grandezza della lunghezza di cavità  $\mathcal{L}_c$ , di  $\nu_c$ , di  $\delta_c$  e della finezza  $\mathcal{F}$  per le cavità atomiche e quelle a sc [11, 10, 8, 23, 15].

## 4.2 Rabi Splitting

Se si volesse osservare lo scambio d'energia tra il campo e gli oscillatori in cavità sarebbero necessari rivelatori molto veloci. Ma anziché vedere il fenomeno dinamicamente si può utilizzare il profilo della trasmittività  $T(\nu)$  (si ricordi le 2.6). Infatti l'introduzione del mezzo attivo nell'etalon FP ne modifica le proprietà di trasmissione.

Siano  $d$  lo spessore e  $\alpha$  il coefficiente di assorbimento del mezzo attivo: il calcolo di  $T(\nu)$  si fa a partire da un semplice modello classico di oscillatore di Lorentz [23, 24]:

$$T(\nu) = \frac{(1 - R)^2 e^{-\alpha d}}{(1 - R e^{-\alpha d})^2 + 4 R e^{-\alpha d} \sin^2 \phi / 2} \quad (4.17)$$

$$\phi(\nu) = 2\pi(\nu - \nu_c) / \nu_c + 4\pi(n - n_b) d \nu / c: \quad (4.18)$$

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_0 \frac{\delta_{at}}{4\Delta^2 + \delta_{at}^2} \\ \alpha_0 \frac{\delta_{exc}}{4\Delta^2 + \delta_{exc}^2} \end{cases} \quad (4.19)$$

Qui  $\delta_{exc}$  ( $\delta_{at}$ ) è la larghezza di riga della transizione eccitonica (atomica)  $\nu_{exc}$  ( $\nu_{at}$ ) risonante con la frequenza di cavità:  $\alpha_0$  è il coefficiente di assorbimento normalizzato alla risonanza, ed è proporzionale alla forza di oscillatore per unità di area per QW (per unità di volume);  $n$  è l'indice di rifrazione del mezzo a risonanza, ed  $n_b$  l'indice di rifrazione di background —tipicamente vale  $\simeq 3$  (1)—.

Risulta evidente che, alla risonanza tra l'oscillatore di Lorentz e la cavità e per

$$\alpha_0 d \gg \pi / \mathcal{F} \quad (4.20)$$

si ha uno splitting del picco  $\nu \simeq \nu_r$ . L'equazione (4.20) traduce proprio la condizione di accoppiamento forte (1.2) tra la transizione del mezzo attivo e il campo *e.m.*. Infatti si può facilmente dimostrare [23, 24] che  $\Omega_r \simeq \sqrt{\alpha_0 d \delta_{exc} \delta_r \mathcal{F} d}$  ( $\Omega_r \simeq \sqrt{\alpha_0 d \delta_{at} \delta_r \mathcal{F} d}$ ): da questo e dalla definizione della finezza (2.4) segue immediatamente la (4.20). In modo analogo potrebbero venire dimostrati gli splitting della riflettività, dell'assorbimento e dell'emissione. Sebbene si tratti di fenomeni diversi, li si può inquadrare tutti nello stesso ambito, che è quello della manifestazione nel dominio delle frequenze di uno scambio di energia tra oscillatore e radiazione. In pratica nel caso atomico si hanno i cosiddetti "stati vestiti" che sono gli stati stazionari del sistema atomo-campo [7, 16]: mentre nel caso della microcavità a SC si hanno i polaritoni eccitonici, che sono gli stati stazionari eccitone-campo. Spesso in letteratura si usa la stessa espressione —*Rabi Splitting*— per descrivere tutti e tre gli splitting (trasmissione, riflessione ed emissione) [8, 24], anche se ci sono autori che sottolineano la diversità di questi fenomeni [21]. In questa sede useremo lo stesso termine per tutti gli splitting.

In Figura 16 è rappresentata la trasmittività sperimentale e teorica per una cavità atomica in cui sia inserito un fascio di atomi di

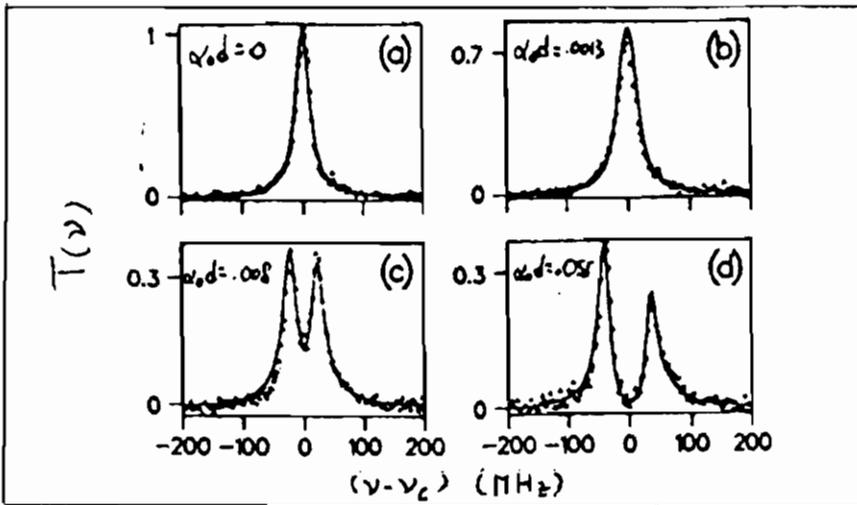


Figura 16: Fit tra dati sperimentali e previsione teorica per  $T(\nu)$  di cavità atomica per 4 valori di  $\alpha_0 d$  e per  $\nu_c = 15 \text{ GHz}$ ,  $\delta_c = 30 \text{ MHz}$ ,  $\delta_{at} = 194 \text{ MHz}$  e  $\mathcal{F} = 500$  [24].

<sup>138</sup>Ba risonanti ( $\nu_{at} \simeq \nu_c$ ) [24] e con larghezza di riga paragonabile a quella della cavità stessa. All'aumentare di  $\alpha_0 d$  si ha prima un allargamento della riga  $\nu = \nu_c$ , poi una divisione di questa riga in due. L'allargamento è causato dal fatto che il coefficiente di assorbimento del mezzo cresce con la densità atomica (è proporzionale alla forza di oscillatore per unità di volume): il fit teorico della figura tiene perciò conto anche dell'effetto Doppler.

In figura 17 è rappresentata l'analoga situazione nel caso di una struttura a semiconduttore: è infatti mostrato come si modifica la riga  $\nu = \nu_c$  della riflettività  $R(\nu) = 1 - T(\nu)$  mentre ci si avvicina alla risonanza (l'assorbimento è trascurabile) tra il modo della cavità e una transizione eccitonica di buca quantica [23]. I diversi valori di  $\nu_c - \nu_{exc}$  sono ottenuti spostandosi in vari punti del wafer, tipicamente separati di  $0.5 \text{ mm}$ . Si vede che dopo un iniziale restringimento della riga si ha la divisione del picco in due. Il restringimento della riga è dovuto al fatto che bastano talmente

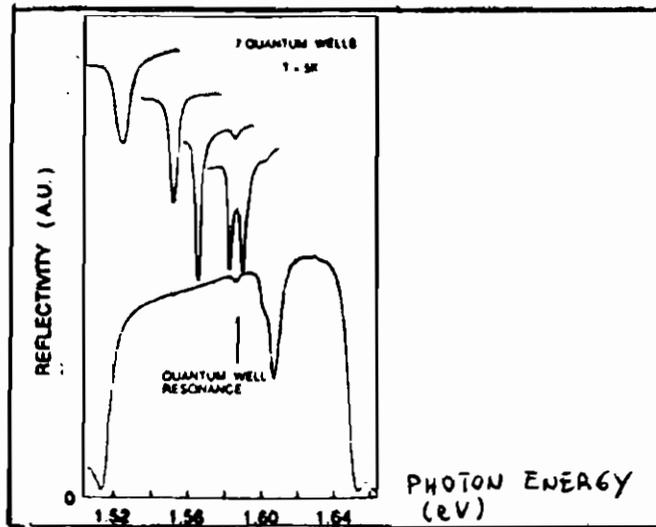


Figura 17: Curve della riflettività  $R(\nu)$  per una microcavità a SC con 7 QW, per diversi valori di  $(\nu_c - \nu_{cav})$  [23].

poche QW (da 3 a 7) per avere lo Splitting, che non si ha un allargamento inhomogeneo dovuto alle loro diverse lunghezze.

Possiamo dunque concludere che in presenza di una frequenza di Rabi abbastanza grande, cioè quando la forza di oscillatore del mezzo attivo inserito in cavità è grande, si riesce a visualizzare l'accoppiamento tra il campo *e.m.* ed il mezzo tramite la divisione in due del picco di trasmissività (riflettività)  $\nu = \nu_c$ . La presenza di due picchi di trasmissione corrisponde alla formazione di stati quasi-stazionari che sono i modi misti fra la transizione del mezzo e il modo di cavità. Dal punto di vista della fisica atomica questi sono "stati vestiti", mentre per le cavità a semiconduttore i modi misti si possono vedere come polaritoni bidimensionali (o polaritoni di cavità) il cui tempo di vita radiativo è determinato dal tempo di confinamento dei fotoni in cavità. Questo fenomeno è stato osservato in regimi diversi come quello di cavità atomica e quello degli etalon FP, ed è stato trattato con un approccio semiclassico. La novità delle microcavità a semiconduttore è che sono dispositivi

monolitici che, oltre a presentare il Rabi Splitting, permettono di ottenere un restringimento del picco  $\nu = \nu_c$  della  $T(\nu)$ , utilizzando poche (ad es. 5) buche quantiche. Queste caratteristiche sembrano molto promettenti dal punto di vista dell'utilizzazione degli etalon a SC in dispositivi che richiedano grande compattezza e alti rendimenti.

## 5 Conclusioni

Le microcavità a semiconduttore sono nuovi dispositivi monolitici nei quali è possibile selezionare un singolo modo risonante, concentrando così in esso tutta l'emissione spontanea. Ciò permette di realizzare un'efficienza  $\beta$  dell'emissione spontanea che si avvicina all'unità, mentre con i dispositivi a semiconduttore tradizionali  $\beta$  è dell'ordine di  $10^{-5}$ .

I possibili regimi in cui si opera sono due: se l'accoppiamento tra il campo *e.m.* e la eccitazione del mezzo attivo è minore del rate di decadimento dei fotoni in cavità, si parla di regime di accoppiamento debole, altrimenti di regime di accoppiamento forte. Nel primo caso si possono realizzare i laser ad emissione verticale a bassa soglia, i VCSEL; in questa trattazione è stata data una breve illustrazione teorica del loro principio di funzionamento e sono stati fatti esempi di realizzazioni sperimentali. Nel secondo caso si osserva il Rabi Splitting del picco della trasmittività alla frequenza di risonanza tra il mezzo attivo e la cavità; anche in questo caso sono stati proposti la spiegazione teorica e la realizzazione sperimentale, confrontando questo dispositivo con quello più noto delle cavità atomiche.

Le prospettive future per le microcavità a SC riguardano il miglioramento delle prestazioni dei VCSEL che sono sorgenti di luce ad alta efficienza, molto veloci, a bassa soglia e poco rumorose. Se si riuscirà a sviluppare questi microlaser nel visibile, le loro utilizzazioni andranno dalle comunicazioni ottiche alle memorie olografiche veloci, campi in cui attualmente vengono utilizzati i laser  $HeNe$ .

## 6 Appendice

### 6.1 Il metodo delle Transfer Matrix

Il calcolo del coefficiente di riflessione complesso per una struttura composta di molte parti si può fare utilizzando il metodo delle *Transfer Matrix* [21, 3], ovvero matrici  $2 \times 2$  che, agendo sulla base di onde che si viaggiano nei 2 versi, propagano il campo *e.m.* in una direzione  $z$  da un punto all'altro di una determinata struttura. In pratica, se  $V_d^j$  ed  $V_s^j$  sono i campi viaggianti rispettivamente verso destra e verso sinistra, la Transfer Matrix (T.M.) da un punto  $z_k$  ad un punto  $z_j$  è definita da

$$\begin{pmatrix} V_d^j \\ V_s^j \end{pmatrix} = T(k \rightarrow j) \begin{pmatrix} V_d^k \\ V_s^k \end{pmatrix}. \quad (6.21)$$

Ad esempio, se si vuole descrivere la trasmissione e la riflessione di un'onda *e.m.* incidente da sinistra su uno specchio, la (6.21) diventa

$$\begin{pmatrix} V_{trans} \\ 0 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} V_{inc} \\ V_{refl} \end{pmatrix}. \quad (6.22)$$

I coefficienti di riflessione  $r$  e di trasmissione  $t$  di un dispositivo che abbia una certa Transfer Matrix  $T$  sono collegati alle componenti della matrice nel modo seguente (per onde incidenti da sinistra):

$$r = -\frac{(T)_{21}}{(T)_{22}} \quad t = \frac{\det T}{(T)_{22}}. \quad (6.23)$$

La riflettività e la trasmissività sono

$$R = |r|^2 \quad T = \frac{n_d}{n_s} |t|^2 = \frac{n_s}{n_d} \frac{1}{|T_{22}|^2}, \quad (6.24)$$

dove  $n_d$  ed  $n_s$  sono gli indici di rifrazione del mezzo di destra e del mezzo di sinistra, e l'assorbimento è pari a  $A = 1 - R - T$ . L'estrema utilità delle T.M. sta nel fatto che la matrice che descrive

un sistema anche complesso si può calcolare semplicemente come prodotto delle matrici delle singole parti — che ad esempio possono essere in numero di  $N_p$  :

$$T = \prod_{i=1}^{N_p} (T)_i. \quad (6.25)$$

Questo formalismo risulta perciò molto utile per la trattazione di eterostrutture quali i DBR. Ad esempio il caso descritto nella Sezione 2.3 è quello di una cavità circondata da due specchi dielettrici che si riflettono specularmente l'uno nell'altro. Partendo dall'usuale teoria semiclassica si ricavano le T.M. per i singoli strati costituenti gli specchi dielettrici (barriera, buca ed interfacce) e le si moltiplica per avere la T.M. di un "periodo", poi di nuovo si eleva il risultato al numero  $N$  di strati dielettrici. Inoltre bisogna poi tener conto della interfaccia specchio-cavità e di quella specchio-ambiente. Naturalmente la T.M. per i due specchi sono diverse. Si ha infatti:

$$T_d = \frac{n_c}{n_{c,r}} \begin{pmatrix} 1/t^* & -r^*/t^* \\ -r/t & 1/t \end{pmatrix} \quad (6.26)$$

per lo specchio di destra ( $r$  è il coefficiente di riflessione per un'onda che arriva sullo specchio dall'interno della cavità) e:

$$T_s = \frac{n_c}{n_{c,r}} \begin{pmatrix} 1/t^* & r/t \\ r^*/t^* & 1/t \end{pmatrix} \quad (6.27)$$

per quello di sinistra. La riflettività  $R$  risulta invece uguale per i due dispositivi, e per  $N$  molto grande, in prossimità del centro della Stopband è descritta dalle (2.8) e (2.9).

## 6.2 Coefficiente di assorbimento in buche quantiche

La formula (4.16) presenta un'apparente incoerenza. Si noti infatti che se  $\mathcal{L}_b$  diverge, se cioè si ritorna al caso di una sola buca, la forza

di oscillatore per unità di volume e il coefficiente di assorbimento  $\alpha$  —che è ad essa proporzionale

$$\alpha \sim \frac{f_{2D}}{S(\mathcal{L}_m + \mathcal{L}_b)} \quad (6.28)$$

[1]— si annullano, benché la forza di oscillatore  $f_{2D}$  sia diversa da zero. Questo risultato si può spiegare ricordando che, quando si trattano sistemi confinati come le QW, è necessaria una particolare attenzione nell'uso di  $\alpha$ . Infatti, il coefficiente di assorbimento è una quantità dimensionata —con le dimensioni dell'inverso di una lunghezza— legata al decadimento esponenziale del campo *e.m.*  $E$  nella direzione di propagazione  $z$  attraverso una legge del tipo

$$E(z) = E_i \exp(-\alpha z/2), \quad (6.29)$$

dove  $E_i$  è il campo incidente.

Si consideri ora un'onda *e.m.* che ha lunghezza d'onda  $\lambda$  e che si propaga nella direzione di crescita di una QW. Poiché alle frequenze ottiche  $\lambda$  è molto maggiore di  $\mathcal{L}_m$  (che è dell'ordine delle decine di Angstrom [8]), il campo *e.m.* non può decadere, e in accordo con la (6.29)  $\alpha$  si annulla. Conviene dunque definire una **PROBABILITÀ DI ASSORBIMENTO** adimensionale  $W = (\text{energia assorbita per unità di tempo e superficie} / \text{energia incidente per unità di tempo e superficie})$ . Questa quantità non dipende dalle dimensioni del sistema, e rende conto dell'effettivo assorbimento della radiazione da parte della QW: si noti inoltre che  $W$  è proporzionale a  $f_{2D}$ , anch'essa adimensionale. Si può dimostrare [2] che per un sistema periodico di buche quantiche multiple vale la relazione

$$\alpha(\nu) = \frac{W(\nu)}{(\mathcal{L}_m + \mathcal{L}_b)}. \quad (6.30)$$

È evidente che per il caso della buca singola il coefficiente di assorbimento si annulla, anche se la probabilità di assorbimento è diversa da zero. La validità della (4.16) consegue da questa ridefinizione.

## 7 Bibliografia

- [1] L. C. Andreani in *Confined Electrons and Photons: New Physics and Devices*, edited by E. Burstein and C. Weisbuch (Plenum Press, 1994).
- [2] L. C. Andreani, lezioni del corso di dottorato 92/93: non pubblicato.
- [3] L. C. Andreani, *Phys. Lett. A.* **192**, 99 (1994).
- [4] G. Björk, A. Karlsson and Y. Yamamoto in *Yamamoto Quantum Fluctuation Project* (ERATO-JRDC Annual Report, October 1994)
- [5] M. Born and E. Wolf, in *Principles of Optics*, (Pergamon Press, Oxford 1970).
- [6] I. Hayashi *Jpn. J. Appl. Phys.* **32**,266 (1993).
- [7] Si vedano a questo proposito le lezioni di S. Haroche sulla *Cavity Quantum Electrodynamics* nei proceedings della Scuola Estiva tenutasi a Les Houches dal 25 giugno al 27 luglio 1990 *Les Houches Session LIII Fundamental Systems in Quantum Optics*, edito da J. Dalibard e J. M. Raimond (North-Holland, Amsterdam, 1992).
- [8] R. Houdré R. P. Stanley, U. Oesterle, M. Hegems and C. Weisbuch, *Journal de Physique IV* **3**, 51 (1993).
- [9] Y. Yamamoto nelle lezioni per la scuola estiva *Quantum Optics of Confined Systems* tenutasi a Les Houches dal 23-5 al 2-6 1995.
- [10] Y. Yamamoto, S. Machida, K. Igeta, and G. Björk, in *Coherence, Amplification, and Quantum Effects in Semiconductor Laser*, edited by Y. Yamamoto (Wiley, 1991), p. 561.

- [11] Y. Yamamoto and R. E. Slusher, *Physics Today*, 66 (June 1993).
- [12] Per un articolo di rassegna si veda, ad esempio, M. Yamashita *Jpn. J. Appl. Phys.* **31**, 2764 (1992). Mentre un libro che raccoglie un certo numero di articoli sull'argomento è: *Confined Electrons and Photons: New Physics and Devices*, edited by E. Burstein and C. Weisbuch (Plenum Press, 1994).
- [13] Per una trattazione delle proprietà di riflessione e trasmissione di sistemi periodici si veda, ad esempio, A. Yariv and P. Yeh, *Optical waves in crystals* (Wiley, New York, 1984).
- [14] H. Yokoyama, T. Kawakami and Y. Nambu in *Confined Electrons and Photons: New Physics and Devices*, edited by E. Burstein and C. Weisbuch (Plenum Press, 1994).
- [15] H. Yokoyama, K. Nishi, T. Anan, Y. Nambu, S. D. Brorson, E. P. Ippen, M. Suzuki, *Opt. Quantum Electron.* **24**, S245 (1992).
- [16] P. Meystre and M. Sargent III in *Elements of Quantum Optics*, II Edition (Springer-Verlag, Berlin 1990).
- [17] D. Meschede, *Phys. Rep.* **211**, 201 (1992).
- [18] E. M. Purcell, *Phys. Rev.* **69**, 681 (1946).
- [19] G. Rempe, F. Schmidt-Kaler, and H. Walther, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2783 (1990).
- [20] Gli atomi di Rydberg sono atomi o molecole in stati altamente eccitati ad un elettrone, con numero quantico effettivo  $n^* \simeq 60$ . Questo implica costanti di accoppiamento di dipolo elettrico molto grandi e frequenze di transizione tra stati adiacenti nel dominio delle microonde.
- [21] V. Savona, L. C. Andreani, P. Schwendimann, A. Quattropani, *Solid State Commun.* **93**, 773 (1995).

- [22] La letteratura sul micromaser è molto vasta. Due recenti articoli di rassegna sono ad esempio H. Walther, *Phys. Rep.* **219**, 263 (1992); S. Haroche, in *Fundamental Systems in Quantum Optics*, Ed. by J. Dalibard, J.M. Raimond, and J. Zinn-Justin, North Holland, Amsterdam (1992).
- [23] C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa, and Y. Arakawa, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3314 (1992).
- [24] Yifu Zhu, Daniel J. Gauthier, S. E. Morin, Quilin Wu, H. J. Carmichael and T. W. Mossberg, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2499 (1990).

**Riccardo Farchioni**

**Dipartimento di Fisica "A. Volta"  
Università di Pavia**

# **Bande fotoniche e la localizzazione della luce**

**Seminario tenuto il 26 Novembre 1993**

## 1. Introduzione.

Nel corso dell'evoluzione della fisica, vanno sempre guardati con particolare interesse quegli sviluppi che sono causati da una estensione o una generalizzazione di una teoria, che già spiega un complesso di fenomeni, a situazioni nuove o apparentemente distanti. Quello che può succedere è che le nuove situazioni possono venire ben descritte (con tutte le conseguenze sperimentali e applicative che ne derivano) e come feed-back si possono avere miglioramenti o nuovi test per la teoria stessa.

Quello che si cercherà di descrivere qui è l'estensione e l'applicazione della teoria delle bande di energia per un elettrone in un cristallo al caso di un fotone che si propaga in un mezzo ordinato che per estensione potrà essere chiamato *cristallo fotonico* [1-3]. Si vedrà cioè, una volta descritto il sistema in cui il fotone si propaga, come possono essere calcolate le relazioni fra vettore d'onda ed energia nel caso fotonico; tali relazioni di dispersione possono essere organizzate in modo da comprendere dei gap, in un intervallo di valori di  $k$  oppure per ogni  $k$ . In tal caso si parlerà di *gap fotonico completo*. Proprio la presenza di gap fotonici completi nello spettro porta alcune delle conseguenze più interessanti[4]: l'impossibilità per una radiazione elettromagnetica di propagarsi o di essere prodotta per emissione spontanea, e questo in tutte le direzioni del cristallo. Questo fatto è di interesse in molti casi: nei dispositivi elettronici a semiconduttori (ad esempio i transistor bipolari ad eterogiunzione), ove il fenomeno della ricombinazione buca-elettrone correlato all'emissione spontanea limita il guadagno in corrente; analogamente nei laser a semiconduttore l'emissione spontanea è causa di correnti parassite. La fisica nei gap fotonici è di grande interesse in ottica quantistica, e inoltre provoca delle modificazioni nelle interazioni che siano mediate da scambio di fotoni con conseguenze osservabili sugli spettri atomici e molecolari.

Dal punto di vista teorico, come si vedrà nella sezione 2, il problema è affrontato a partire da una analogia formale fra l'equazione di Schroedinger per la funzione d'onda elettronica e le equazioni di Maxwell. Le difficoltà che vanno superate sono causate dalla diversa natura della funzione d'onda, che è un campo scalare, e del campo elettrico che è un campo vettoriale. Ma questo problema può essere risolto, e vedremo come le usuali tecniche di calcolo di bande sfruttate nella fisica dello stato solido possono essere anche qui dare risultati soddisfacenti. Nella sezione 3 daremo una idea generale di come le

bande calcolate possano essere messe in evidenza sperimentalmente, mentre nella sezione 4 saranno illustrate le conseguenze fisiche della presenza di un gap fotonico completo nello spettro.

Se il concetto di banda energetica è proprio dei sistemi cristallini ordinati, l'introduzione del disordine porta necessariamente al fenomeno della localizzazione. Vedremo nella sezione 5 che ai gap con densità di modi elettromagnetici rigorosamente nulla si sostituiscono intervalli di energie di stati localizzati in corrispondenza dei quali i fotoni possono essere questa volta emessi, ma vanno a formare una sorta di stato legato con gli elementi del reticolo analogamente a quanto succede per un elettrone localizzato in una zona ristretta del reticolo. Viene così realizzata una condizione di forte accoppiamento radiazione materia che può avere delle conseguenze osservabili che solitamente sono dovute a scambio di fotoni virtuali (come per es. il Lamb-shift) o a forte irraggiamento di atomi da parte di radiazione laser. La localizzazione della luce può servire come banco di prova per le teorie di scaling della localizzazione in un mezzo disordinato e può mettere in evidenza i fenomeni di interferenza coerente che in essa sono contemplati, senza le difficoltà legati alla presenza della interazione elettrone-elettrone o elettrone-fonone.

## 2. Bande fotoniche.

Le bande di energia di un elettrone in un reticolo ordinato sono ottenute risolvendo l'equazione di Schroedinger per la funzione d'onda  $\psi(x)$  (ometteremo sempre di indicare la natura vettoriale della coordinata):

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta\psi(x) + V(x)\psi(x) = E \psi(x) \quad (1)$$

con l'ipotesi che il potenziale  $V(x)$  sia una funzione periodica in  $x$ . Per il campo elettromagnetico, non potremo che fare uso delle equazioni di Maxwell ( $\mu=1$ ):

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho ; \nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} ; \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} ; \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

Con opportune sostituzioni si ottiene facilmente:

$$-\Delta E(x) + \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon(x)E(x) = 0 \quad (3)$$

Si può separare nella  $\epsilon(x)$  una parte media da una fluttuante con  $x$ :

$$\epsilon(x) = \epsilon_0 + \epsilon_{fl}(x) \quad (4)$$

sostituendo si ottiene l'espressione:

$$-\Delta E(x) + \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_{fl}(x)E(x) = \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_0 E(x) \quad (5)$$

In essa si può vedere una analogia formale con l'equazione di Schroedinger (1). Un sistema che presenti una costante dielettrica periodica in  $x$  può essere realizzato con una configurazione ordinata (secondo gli schemi geometrici dei cristalli reali) di sferette (o cilindretti, o altre forme) di materiale dielettrico in aria o in altro dielettrico o viceversa buchi di aria in un materiale dielettrico[5]. Indicheremo con  $\epsilon_a$  ed  $\epsilon_b$  le costanti dielettriche del cristallo fotonico e del mezzo circostante, rispettivamente, e con  $\epsilon$  il contrasto  $\epsilon_a/\epsilon_b$ . Indicheremo infine con  $f$  il rapporto di riempimento dello spazio da parte del cristallo e con  $a$  il passo reticolare.

Passiamo ora ad esaminare le condizioni sotto le quali lo spettro energetico di un fotone nel mezzo descritto è caratterizzato da una struttura a bande[6,7]. Innanzitutto il mezzo dielettrico deve essere senza perdite. I fenomeni di assorbimento non dovranno essere importanti. Questo si traduce nella condizione:

$$l \ll l_{anel} \quad (6)$$

dove  $l$  è il libero cammino medio del fotone per fenomeni di scattering elastico, mentre  $l_{anel}$  è quello per i casi in cui è presente assorbimento e riemissione a diversa energia.

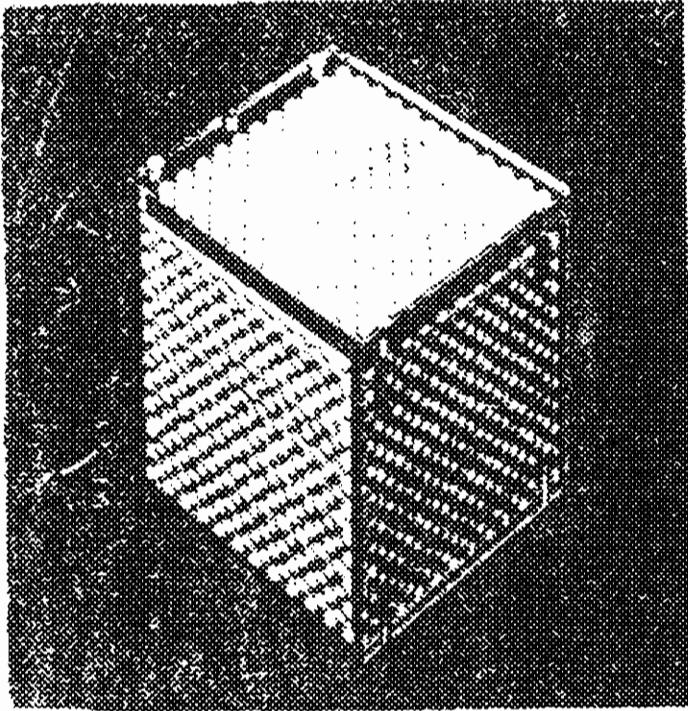


Fig.1: *Cristallo fotonico di struttura FCC, costituito di sferette di  $Al_2O_3$  con indice di rifrazione  $n=3.06$  su supporto dielettrico con  $n=1.01$  (da [3]).*

Cerchiamo ora di dare una giustificazione intuitiva della presenza di bande di energia per un fotone. L'origine delle bande per gli elettroni può essere spiegata dalla coalescenza di singoli livelli elettronici; vediamo come si può trovare qualcosa di analogo per i fotoni. Nello scattering di un'onda elettromagnetica su una sfera dielettrica, nel caso in cui la lunghezza d'onda sia un multiplo intero della dimensione  $d$  della sfera, si osservano le cosiddette risonanze di Mie, in cui la sezione d'urto per lo scattering aumenta rispetto a quella geometrica  $\sigma=\pi d^2$ . Ad esempio, per la prima risonanza,  $\lambda \sim d$ , ed un contrasto sfera-esterno  $\epsilon \sim 4$ , la sezione d'urto è  $\sigma=6\pi d^2$ , sei volte quella geometrica. Le bande fotoniche possono essere pensate come risultanti dalla coalescenza di risonanze di Mie delle singole sfere. Una condizione che risulta essere quindi necessaria per la lunghezza d'onda del fotone è che sia  $\lambda \sim d$ , e questo ha una grande importanza dal punto di vista sperimentale. La

realizzazione pratica di un cristallo fotonico infatti non è agevole per dimensioni degli atomi al di sotto dei micron, e di conseguenza le bande fotoniche che possono essere evidenziate sperimentalmente riguardano le radiazioni a microonde. Scriviamo un'ultima condizione preliminare:

$$l \sim a \quad (7)$$

Questa relazione dice in pratica che il cammino libero medio per scattering elastico del fotone, che dà una misura della "lunghezza di localizzazione" dello stato, deve essere dell'ordine del passo reticolare del cristallo. Si vede bene che questa condizione riguarda più la localizzazione della luce; tuttavia, per debole disordine, gli stati localizzati si dispongono negli intervalli di gap del vicino caso periodico, e quindi possiamo considerare la (7) anche come condizione per la presenza di gap fotonici nello spettro, e quindi di dispersione dell'energia non puramente lineare in  $k$ . Riassumiamo quindi le condizioni trovate:

$$\lambda \sim a \sim l \ll l_{\text{anel}} \quad (8)$$

Una volta soddisfatte queste condizioni, la soluzione dell'equazione (5) fornisce la struttura delle bande di energia, permettendo quindi anche di determinare gli intervalli di valori delle quantità caratteristiche del sistema (il contrasto  $\epsilon$  e il rapporto di riempimento  $f$ ) per cui è presente nello spettro un gap fotonico completo.

Passiamo quindi ad illustrare brevemente come l'equazione (5) può essere risolta[8-11]. Come abbiamo accennato in precedenza, in essa è presente un campo vettoriale. Le prime tecniche sviluppate per il calcolo delle bande fotoniche hanno trattato invece il campo elettrico come un campo scalare[8-10] e, data la analogia formale con l'equazione di Schroedinger con un potenziale periodico sono stati applicati i consueti metodi di calcolo usati in stato solido, a partire da quelli perturbativi validi nel caso di elettrone quasi libero[10]. Come avremo occasione di accennare in seguito, una semplificazione di questo tipo del problema può portare ad errori abbastanza gravi. Tuttavia, dal punto di vista del formalismo, il caso vettoriale[11] è una semplice estensione di quello scalare, e quindi descriveremo brevemente per semplicità una tecnica numerica per il calcolo delle bande nel caso scalare.

Riscriviamo l'equazione di Maxwell:

$$-\Delta E(x) + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(x) E(x) = 0$$

Poiché  $\epsilon(x)$  è una funzione periodica di  $x$ , può essere sviluppata in onde piane contenenti i vettori  $G$  del reticolo reciproco; la funzione  $E(x)$  è una funzione di Bloch e può essere scritta come prodotto di una parte periodica per un'onda piana  $e^{ikx}$ . Abbiamo dunque gli sviluppi:

$$\epsilon(x) = \sum_G \epsilon_G e^{iGx} ; E(x) = \sum_G \psi_G e^{i(k+G)x} \quad (9)$$

Se indichiamo:

$$T_{GG'} = |k + G|^2 \delta_{GG'} ; \epsilon_{GG'} = \frac{1}{\Omega} \int e^{-i(G-G')x} \epsilon(x) dx \quad (10)$$

( $\Omega$  è il volume della cella unitaria), possiamo riscrivere l'equazione di Maxwell nel modo seguente:

$$(-T + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon) = 0 \quad (11)$$

o ancora ( $T$  è definita positiva):

$$(-T^{-1/2} \epsilon T^{-1/2}) E' = \frac{\omega^2}{c^2} E' ; E' = T^{1/2} E \quad (12)$$

che è un'equazione agli autovalori risolubile con le tecniche numeriche usualmente adoperate per i calcoli di bande elettroniche. Osserviamo brevemente che l'estensione al caso vettoriale consiste nel modificare lo sviluppo del campo:

$$E(x) = \sum_G h_{G,1} \hat{e}_1 e^{i(k+G)x} + h_{G,2} \hat{e}_2 e^{i(k+G)x} \quad (13)$$

dove  $\hat{e}_1$ ,  $\hat{e}_2$  sono vettori ortogonali a  $\mathbf{k}+\mathbf{G}$ . L'equazione agli autovalori diventa:

$$\sum_{G'} \sum_{\lambda'=1,2} H_{G,G'}^{\lambda,\lambda'} h_{G',\lambda'} = \frac{\omega^2}{c^2} h_{G,\lambda} \quad (14)$$

con

$$H_{G,G'} = |\mathbf{k}+\mathbf{G}| |\mathbf{k}+\mathbf{G}'| \epsilon_{G,G'}^{-1} \begin{pmatrix} \hat{e}_2 \cdot \hat{e}_2' & -\hat{e}_2 \cdot \hat{e}_1' \\ -\hat{e}_1 \cdot \hat{e}_2' & \hat{e}_1 \cdot \hat{e}_1' \end{pmatrix} \quad (15)$$

Possiamo quindi mostrare i risultati per varie configurazioni reticolari: cubico semplice (SC), cubico a facce centrate (FCC), cubico a corpo centrato (BCC) e diamante. Le fig. 2 si riferiscono a risultati ottenuti in approssimazione di campo scalare, mentre le fig.3 al caso vettoriale. In tutti i casi il sistema è costituito da sferette di dielettrico in aria. Il contrasto è  $\epsilon_a/\epsilon_b \sim 15$  e il rapporto di riempimento  $f=0.10$ . Fissato un certo contrasto l'intervallo di valori di  $f$  per cui si hanno gap fotonici completi è più o meno ampio. In ogni caso non sono presenti gap fotonici completi per contrasti inferiori a 3. Osserviamo anche che nel caso del diamante degenerazioni ai punti X e W spostano verso l'alto le frequenze dei gap rispetto agli altri casi trattati. Nel limite  $\mathbf{k} \rightarrow 0$  le curve di dispersione sono approssimabili nel modo seguente:

$$\frac{\omega}{c} \sim \frac{k}{\sqrt{f\epsilon_a + (1-f)\epsilon_b}} \quad (16)$$

Dall'esame delle fig. 3a,3b si noterà sicuramente che nel momento in cui si tiene conto della natura vettoriale di  $\mathbf{E}$  alcune cose cambiano. Si può osservare infatti che la struttura FCC non possiede più un gap fotonico completo in quanto ci sono due intersezioni fra bande, una nel punto U ed una nel punto W. In questo ultimo caso si intersecano una banda di

fotoni polarizzati s ( $\mathbf{E}$  parallelo alla superficie, linea tratteggiata nella figura) e una di fotoni polarizzati p ( $\mathbf{E}$  sul piano incidente, linea continua). L'assenza del gap è per ogni valore del contrasto e del fattore di riempimento. Nel caso del diamante le degenerazioni in U e W sono rimosse e il gap fotonico completo è presente. Nelle fig.3c,3d si vede l'andamento del rapporto fra ampiezza del gap e frequenza di centro. In (c) si è fissato il contrasto  $\epsilon=3.6$ , e si fa variare il rapporto di riempimento. In (d) si fissa quest'ultimo ( $f=0.81$  nel caso di sfere d'aria in dielettrico e  $f=0.34$  nel caso di sfere di dielettrico in aria) e si fa variare  $\epsilon$ .

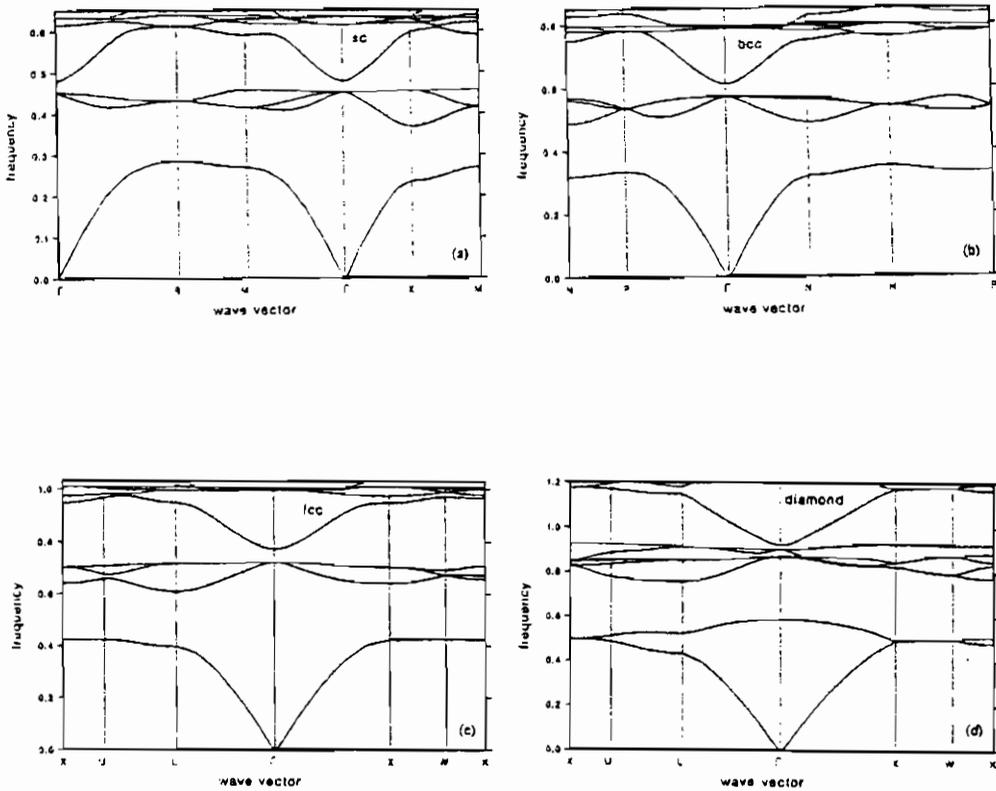


Fig.2: *Struttura di bande ottenute in approssimazione di campo scalare per varie geometrie. Il sistema è costituito di sfere di dielettrico ( $\epsilon=15$ ) in aria;  $f=0.1$ ; le frequenze sono in unità  $2\pi c/a$  (da [9]).*

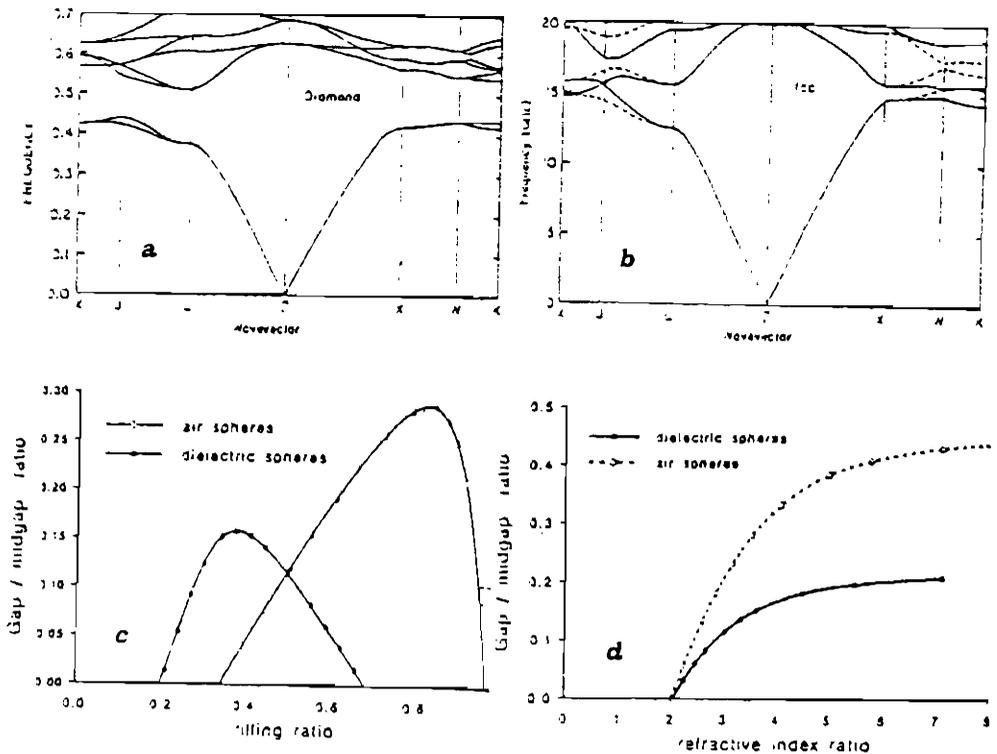


Fig.3: (a) Bande energetiche nel caso FCC nel caso vettoriale. Il sistema è costituito da sferette d'aria (86%) in dielettrico (14%,  $n=3.5$ ) le frequenze sono in unità  $c/a$ ; (b) struttura a diamante, sfere dielettriche ( $n=3.6$ ,  $f=0.34$ ) in aria; sempre riferito alla struttura a diamante: rapporto ampiezza su frequenza del centro gap in funzione (c) di  $f$  e (d) di  $n$  (da [11]).

### 3. Realizzazioni sperimentali.

La realizzazione di un cristallo fotonico[3,12,13] si traduce nella pratica nel disporre sferette (o altre forme geometriche) di un mezzo dielettrico in aria o in altro mezzo dielettrico, oppure alternativamente scavare da un blocco dei buchi di forma opportuna lasciandoli vuoti od eventualmente riempiendoli di altro dielettrico. In questo modo si può realizzare una cella elementare che sia del tipo voluto e poi ripeterla

periodicamente realizzando così il campione. I contrasti di costanti che si possono ottenere più comunemente oscillano fra 3 e 3.5. Ai fini della realizzazione di un sistema che abbia buone possibilità di possedere un gap fotonico completo, sarà necessario scegliere opportunamente il tipo di reticolo di Bravais. In genere il lavoro sperimentale, che si traduce spesso nello scavare migliaia di buchi per ogni campione da studiare, si orienta verso un reticolo di Bravais di tipo FCC in quanto per avere un gap fotonico completo è necessario che le ampiezze dei gap eventualmente presenti nei punti di simmetria della prima zona di Brillouin abbiano buone possibilità di sovrapporsi. Questo avviene più facilmente per zone di Brillouin le cui forme approssimano meglio una sfera. Ecco quindi perché la scelta di un reticolo di Bravais del tipo FCC può risultare più conveniente ad esempio di uno del tipo BCC. Tuttavia, una struttura dielettrica FCC, come abbiamo visto, non possiede gap fotonici completi a causa di degenerazioni nella struttura a bande. E' sufficiente però mettere due atomi nella cella unitaria del reticolo (ottenendo il diamante) o semplicemente modificare la geometria dei singoli "atomi" (come vedremo fra poco) perché compaiano gap fotonici.

Una volta realizzata la struttura si può iniziare a investigare sperimentalmente la struttura delle bande del sistema. Il metodo che sinora è stato il più adottato prevede una antenna la quale invia un'onda sferica che arriva pressoché piana sul campione; il sistema ricevente consente di misurare l'ampiezza della radiazione elettromagnetica trasmessa e lo shift di fase, che è proporzionale al vettore d'onda  $k$ . Ruotando il campione in modo da variare l'angolo di incidenza della radiazione si osserva, per ogni  $k$ , una rapida caduta a zero della trasmissione ad una frequenza che definisce, secondo la terminologia corrente, la "banda di valenza" più alta. Le frequenze per le quali la trasmissione ritorna diversa da zero definisce la "banda di conduzione" più bassa. Quindi un "buco" nella trasmittività del sistema per ogni  $k$  segnala la presenza di un gap fotonico completo. Con questi metodi sono state effettuate le misure riprodotte in fig.4 che corrispondono al caso di buchi d'aria (fino a  $\sim 8000$ ) scavati in un dielettrico a basse perdite, il cui indice di rifrazione nel campo delle microonde è  $n \sim 3.6$ . Il rapporto vuoto/pieno della struttura è fissato in 0.78, e il campione riproduce una struttura FCC la quale, come si ricorderà (vedi fig.3a), non possiede gap fotonici completi a causa di una degenerazione nel punto W. Proprio per eliminare questa degenerazione causata dalla simmetria della cella, nella realizzazione sperimentale della struttura

FCC ora descritta non sono stati effettuati buchi sferici, ma buchi pressoché cilindrici con direzione preferenziale lungo  $\langle 111 \rangle$ , e la presenza del gap fotonico è evidente dalla figura [13]. Vale la pena menzionare il fatto che precedenti misure effettuate sulla stessa struttura FCC avente però i buchi sferici avevano fatto pensare alla presenza di gap fotonici completi [12]. E' stato tuttavia poi chiarito che questa conclusione erronea era stata causata dalla ridotta misura del campione, insufficiente ad avere una risoluzione nello spazio reciproco tale da cogliere la degenerazione al punto W e quindi la chiusura del gap.

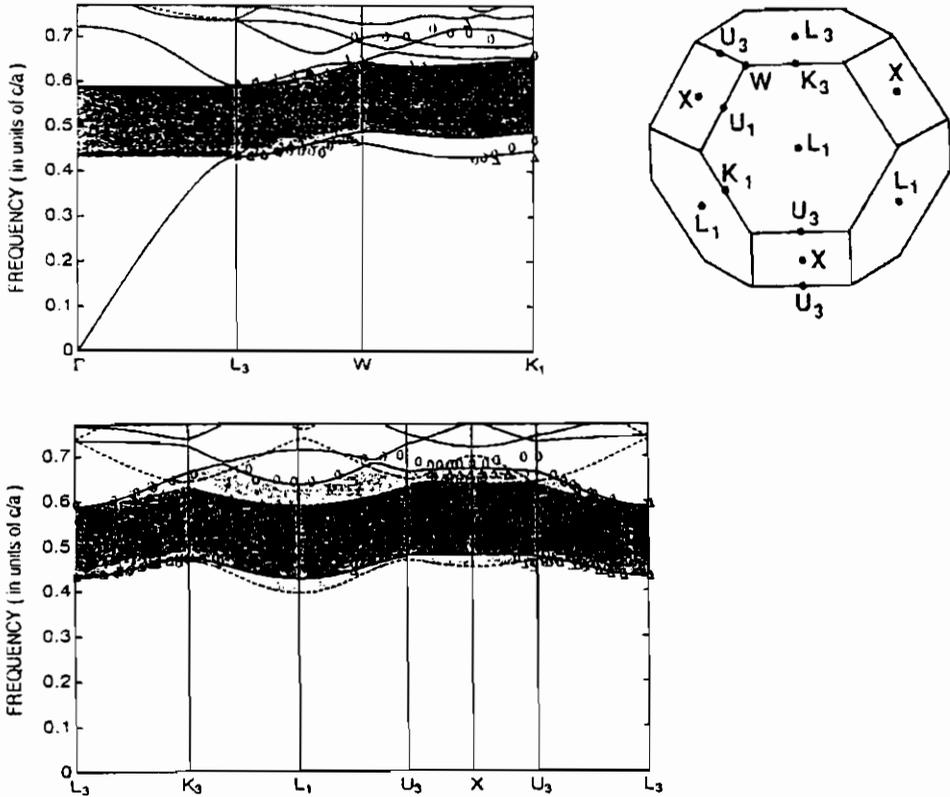


Fig.4: *Struttura determinata sperimentalmente delle bande separate da un gap fotonico completo, nel caso di geometria FCC con siti non sferici; il sistema è costituito di buchi in dielettrico;  $n \sim 3.6$  e 78% di aria; i punti ovali e linee continue si riferiscono a bande di fotoni polarizzati s (punti sperimentali e risultati teorici rispettivamente), mentre i triangoli e le linee tratteggiate a bande di fotoni polarizzati p. A parte viene riprodotta la zona di Brillouin. (da [13])*

## 4. La fisica nei gap fotonici

Accenniamo qui ad alcune delle conseguenze che la presenza di un gap fotonico completo ha in un sistema come quelli descritti in precedenza. Gran parte di esse derivano dal fatto che il mezzo non può propagare radiazione elettromagnetica avente frequenze comprese nei gap, e che in un gap fotonico completo la densità dei modi è nulla. Come conseguenza, è assente anche l'emissione spontanea di radiazione che avviene per valori nulli del campo elettromagnetico. La teoria dell'elettrodinamica quantistica attribuisce la causa del fenomeno dell'emissione spontanea di un atomo nel vuoto (cioè in assenza di quanti di radiazione esterni) alle fluttuazioni dei campi elettrico e magnetico che vi avvengono. Dunque, visto che in questi sistemi, per frequenze comprese in un gap fotonico, l'emissione spontanea è completamente inibita, si può dire che essi sono "più vuoti del vuoto". Queste caratteristiche possono essere utilmente sfruttate nella fisica dei semiconduttori, dove l'emissione spontanea si manifesta in coincidenza con una ricombinazione buca-elettrone[4]. Se l'energia del fotone da emettere è interna ad un gap fotonico completo, il meccanismo di ricombinazione è vietato. Possiamo ricordare brevemente che la ricombinazione per emissione spontanea è causa di correnti parassite nei laser a semiconduttore che debbono essere superate per iniziare il lasing. Essa è anche causa di un abbassamento nel guadagno in corrente nei transistor bipolari ad eterogiunzione in certe regioni della curva caratteristica voltaggio-corrente.

Questo meccanismo di inibizione dell'emissione spontanea si inserisce entro una serie di tentativi volti a controllare ed inibire questo fenomeno in un mezzo otticamente attivo. Fra gli altri, possiamo menzionare quello delle microcavità, ad esempio di tipo Fabry-Perot, aventi specchi altamente riflettenti realizzati mediante materiali dielettrici (come multistrati di semiconduttori alternati) entro le quali possono sussistere solo pochi modi del campo elettromagnetico. Questo determina una inibizione dell'emissione spontanea e migliora le prestazioni del mezzo otticamente attivo (ad esempio GaAs) posto all'interno della cavità [14,15]. Come altro esempio può essere ricordato quello realizzato per il controllo dell'emissione spontanea degli atomi di Rydberg, che hanno la caratteristica di emettere spontaneamente nella regione delle microonde per transizioni fra livelli a numero principale alto. L'inibizione in questo caso è realizzata affiancando due lamine metalliche che determinano dei cutoff per i modi elettromagnetici. Va

detto che i metodi per l'inibizione dell'emissione spontanea che utilizzano materiali metallici non sono consigliabili per frequenze più alte (cioè proprio dove l'emissione spontanea diventa importante) a causa delle perdite che riducono l'efficienza dell'inibizione. Questo difetto è invece assente in sistemi costituiti di dielettrici a basse perdite.

Un cristallo fotonico può essere drogato esattamente come si fa con un semiconduttore. E' possibile in altre parole rompere in un punto l'invarianza traslazionale del sistema creando nel gap un singolo livello, o singolo modo. Il drogaggio può essere realizzato aggiungendo del dielettrico in una delle celle, e in questo caso il difetto si comporta come un donore e il modo si situa vicino al minimo della banda di conduzione. Oppure si può rimuovere del dielettrico creando un livello accettore, vicino al massimo della banda di valenza. Ci limitiamo ad osservare qui che un singolo modo in un intervallo di frequenze in cui la propagazione di radiazione elettromagnetica è proibita permette al cristallo fotonico di selezionare una sola frequenza desiderata per l'emissione spontanea.

Accenniamo ora brevemente ad un importante effetto provocato dall'assenza di modi elettromagnetici in un gap fotonico completo vale a dire la soppressione dell'interazione dipolo-dipolo risonante che avviene fra due atomi dello stesso tipo uno dei quali è eccitato e l'altro è nello stato fondamentale[16]. Tale interazione è mediata dallo scambio di un fotone che in un gap, ricordiamo, diventa impossibile. Questo fenomeno ha parecchie conseguenze che possono essere osservate. Innanzitutto l'interazione dipolo-dipolo risonante è una delle cause di allargamento di riga nella radiazione emessa da un gas, allargamento che può essere evidentemente soppresso. Inoltre, nelle molecole biatomiche omonucleari la rimozione dell'interazione elimina lo splitting dei livelli elettronici in certe certe configurazioni eccitate del biatomo. Modifiche ai livelli vibrazionali (e conseguentemente agli spettri di assorbimento, di emissione e Raman) possono essere osservate in sospensioni colloidali di sferette dielettriche.

Concludiamo questa rassegna delle conseguenze della presenza di un gap fotonico menzionando una possibile applicazione nell'ambito dell'ottica quantistica e precisamente nella possibilità di realizzare degli stati a minima incertezza sul numero di fotoni[17]. Uno dei modi possibili per la realizzazione di questi stati fa uso di laser con i consueti metodi di pompa a scarica elettrica. Quello di cui si ha bisogno è innanzitutto di abbassare le fluttuazioni sul flusso di elettroni di pompa per intervallo di tempo al di sotto dello shot-noise, e questo si può

realizzare trasformando il passaggio degli elettroni da fenomeno poissoniano a fenomeno con un certo grado di correlazione. Il passo successivo è realizzare una cavità laser ad efficienza quantistica 1, cioè che ad un numero di elettroni per unità di tempo faccia corrispondere lo stesso numero di fotoni del modo della cavità laser; si deve cercare quindi il più possibile di eliminare transizioni spontanee su altre frequenze non desiderate. L'inibizione completa di transizione spontanea in un gap fotonico può essere una strada praticabile. Osserviamo che l'ottenimento di uno stato di minima incertezza sul numero di fotoni può avere grande importanza nel campo delle comunicazioni, in quanto una variazione di un solo fotone, una volta eliminate le cause di fluttuazione, può essere associato un significato ben preciso.

## 5. Localizzazione della luce.

Fino ad ora abbiamo considerato strutture realizzate con atomi di dielettrico che riproducono situazioni periodiche, e abbiamo visto come molti dei concetti comuni nella fisica dello stato solido, come bande di energia, gap, ma anche drogaggio di un mezzo, ecc. sono ancora applicabili. Ora spingiamo oltre il parallelismo dando al sistema un certo grado di disordine [18]. Un solido disordinato possiede nello spettro degli stati che non sono più estesi su tutto il reticolo e corrispondenti ad un elettrone che si propaga nel mezzo, ma che sono localizzati in una porzione finita di esso e corrispondono ad elettroni spazialmente confinati[19]. Se il disordine è inferiore ad una certa soglia, si osserva una coesistenza dei due tipi di stati che sono separati da energie dette "mobility-edge"[20]. Se il disordine del sistema è debole, quello che si osserva è che gli stati localizzati vanno ad occupare quegli intervalli di energia che nel vicino caso periodico corrispondevano a gap proibiti. Nella sezione 2 abbiamo elencato alcune condizioni perché la propagazione di radiazione elettromagnetica nei mezzi dielettrici prima presentati sia descritta da una struttura a bande: le ripetiamo qui brevemente:  $l_{anel} \gg l \sim a \sim \lambda$ . Introduciamo ora un'altra lunghezza, la lunghezza di correlazione del disordine  $l_c$ , che potremo per semplicità in generale confondere con la separazione media  $a$  delle sferette disposte in modo disordinato. Possiamo osservare che nel caso in cui la lunghezza d'onda della radiazione che si propaga nel mezzo soddisfa la relazione  $\lambda \gg l_c$  lo scattering sarà di Rayleigh, con sezione d'urto  $\sigma \sim \lambda^{-4}$ , e di

conseguenza con libero cammino medio  $l \sim \lambda^4$ , cioè divergente con  $\lambda$ . Gli stati fotonici possono essere quindi considerati estesi. Analogamente, se  $\lambda \ll l_c$  entriamo nell'ambito dell'ottica geometrica, e di nuovo il libero cammino medio della radiazione per scattering elastico diverge. La condizione per la localizzazione della luce si troverà in quel regime intermedio di frequenze  $\lambda \sim l_c$  [21,7]. In questo caso il libero cammino medio  $l$  sarà una quantità finita, che non potrà in ogni caso diventare inferiore alla lunghezza di correlazione del disordine. Dunque le condizioni per la localizzazione della luce possono essere riassunte in:

$$\lambda \sim l \sim l_c \quad (17)$$

Si può fra l'altro dimostrare che la condizione per la localizzazione di Anderson per lo stato di un elettrone avente lunghezza d'onda di de Broglie  $\lambda_d$  è proprio  $\lambda_d/2\pi l \sim 1$  [22,23], e la lunghezza di localizzazione di uno stato elettronico localizzato in un solido disordinato è dell'ordine di solito di qualche passo reticolare (medio), e cioè della lunghezza di correlazione del disordine.

Vediamo ora che cosa accade di particolare in questo regime intermedio fra scattering Rayleigh e ottica geometrica. Nel fenomeno della diffusione della luce in un mezzo si possono in generale considerare i centri scatteratori come indipendenti e considerare il meccanismo di propagazione come essenzialmente determinato dalle regioni del mezzo che via via la luce incontra. In questo caso il coefficiente di diffusione è dato dalla relazione  $D = (1/3)c_{eff}l$  dove  $c_{eff}$  è la velocità della luce nel mezzo considerato. Tuttavia la luce è anche un fenomeno ondulatorio in cui evidentemente effetti di interferenza possono diventare importanti: vediamo in quale senso questo si verifica. Esistono delle situazioni in cui il fenomeno di trasporto locale è influenzato dalle caratteristiche del sistema nella sua globalità. Un esempio ben noto è quello delle risonanze "macroscopiche" dovute a effetti di interferenza costruttiva nei casi di scattering di Bragg in un cristallo. Se ci si mette nelle condizioni in cui i fenomeni di interferenza hanno effetto (e non è evidentemente il caso dello scattering Rayleigh o del limite dell'ottica geometrica ma quello intermedio che stiamo trattando ora), va riconsiderato tutto il processo di trasporto della luce, e il coefficiente di diffusione  $D$  cessa di essere una quantità strettamente locale; non ha più la semplice forma data in precedenza, ma subisce delle correzioni che dipendono dagli effetti interferenza, va

rinormalizzato e dipende dalla scala globale del sistema[7,24-26]. La situazione può essere descritta nel modo seguente. Può essere definita una lunghezza di coerenza  $l_{coh}$  che fissa la scala entro la quale, a partire dai punti attraversati dalla radiazione, bisogna prendere in considerazione i fenomeni di interferenza *fra tutti i possibili percorsi dell'onda elettromagnetica*. In altri termini, entro la scala fissata da  $l_{coh}$  nel computo della probabilità di raggiungere un punto B partendo da un punto A, alla somma delle ampiezze quadrate (cioè delle probabilità) su tutti i cammini possibili, che può essere chiamata somma incoerente, deve essere sostituita dalla somma coerente cioè la somma quadrata delle ampiezze che quindi comprende anche i termini misti di interferenza. La relazione fra le due quantità è ovvia:

$$\left| \sum A_i \right|^2 = \sum |A_i|^2 + \sum_{i \neq j} A_i A_j^* \quad (19)$$

Al di fuori della scala fissata da  $l_{coh}$  i termini di interferenza possono essere trascurati in quanto distruttivi. In generale  $l_{coh}$  nel caso di un sistema disordinato sarà paragonabile alla lunghezza di correlazione del disordine e quindi la località del trasporto è ancora valida. Ma va tenuto presente che, seguendo la teoria di scaling della localizzazione sviluppata per il modello di Anderson[27], che descrive il fenomeno della localizzazione come fenomeno critico, in prossimità dell'energia  $E_{me}$  del mobility-edge (cioè del punto critico) la lunghezza di coerenza diverge, come accade in generale in vicinanza dei punti critici:

$$l_{coh} \sim \frac{1}{E - E_{me}} \quad (20)$$

Essendo quindi in certi casi  $l_{coh}$  molto grande, più grande anche della misura lineare del campione, tutto il campione influirà sul trasporto locale. La teoria di scaling della localizzazione prevede per il coefficiente di diffusione la forma:

$$D(L) \sim \frac{c_{eff} l}{3} \left( \frac{1}{l_{coh}} + \frac{1}{L} \right) \quad (21)$$

dove  $L$  è la dimensione lineare del sistema. Essendo in generale  $L \gg l$ , in vicinanza di un mobility edge il trasporto del fotone è pressoché inibito. In generale, gli effetti dell'interferenza sul trasporto portano ad una dipendenza dal tempo dello spostamento medio del fotone  $R$  del tipo

$R \sim t^{1/3}$ , diversamente dalla legge  $R \sim t^{1/2}$  prevista nel caso di random-walk.

Effetti di coerenza sono stati messi in evidenza sperimentalmente nel caso del cosiddetto back-scattering coerente[28,29]. Esso può essere considerato come il caso di luce "debolmente localizzata" e corrisponde ad un esempio in cui gli effetti di interferenza fra i cammini possibili è osservabile. Se lontano dai mobility edge infatti in generale tali termini di interferenza non hanno peso, questo non è vero se il punto iniziale e quello finale del cammino coincidono. In questo caso per ogni percorso chiuso (loop) fra A e B esiste lo stesso percorso in senso inverso che interferisce costruttivamente con esso; in questo modo i termini misti della somma (21) danno un contributo pari a quello delle probabilità. Dunque una differenza sensibile fra la somma coerente e quella incoerente esiste ed è osservabile; l'esperimento può in definitiva decidere quale delle due somme va considerata. Quello che si osserva sperimentalmente inviando della radiazione laser su un mezzo costituito da sferette dielettriche (polistirene) in sospensione e osservando la radiazione riflessa ad angolo zero è un forte picco (fig.5) spiegabile solo in termini di interferenza costruttiva fra i cammini[30-32].

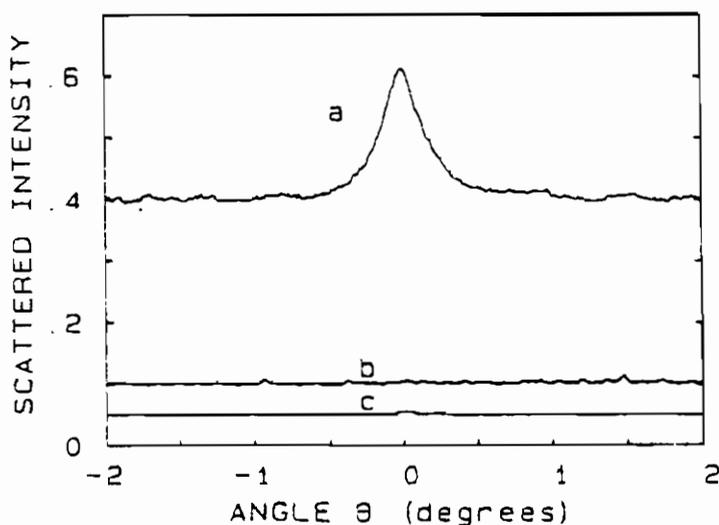


Fig.5: Intensità di radiazione scatterata da un campione di soluzione acquosa di sferette di polistirene (diametro  $0.46\mu\text{m}$ ,  $f=0.1$ ) racchiusa in una cella di quarzo: le curve b e c corrispondono alla cella riempita di acqua e ad acqua senza la cella (da [32])

Nel fenomeno della localizzazione della luce dunque il fotone rimane per così dire intrappolato in una regione ristretta del reticolo, potendo attraversare pochi passi reticolari prima di essere back-scatterato[33]. Un atomo che sia posto in un sistema può quindi vedersi continuamente tornare indietro un fotone emesso formando con esso una sorta di stato legato. Questo determina una peculiare situazione di forte interazione radiazione-materia che può dare luogo ad effetti osservabili e quindi la possibilità di verificare sperimentalmente la localizzazione della luce. In particolare, se si pone un atomo idrogenoide nella struttura dielettrica disordinata si può verificare un effetto di Lamb shift anomalo che non è provocato da emissione e riassorbimento di fotoni virtuali, ma di fotoni reali. Questo provoca lo splitting del livello elettronico  $2p_{1/2}$ , e si può verificare il caso che uno dei due livelli rimanga nel range degli stati localizzati, mentre l'altro si ponga nel continuo degli stati estesi, così da dare luogo ad una fluorescenza osservabile.

Un altro fenomeno di splitting che può essere osservato nel caso di forte interazione radiazione-materia è il cosiddetto splitting Mollow che avviene nel caso di atomi soggetti da intensa radiazione laser. Nel caso di sistemi dielettrici disordinati l'atomo interagisce con il fotone che lo riveste e che ha velocità di gruppo tendente a zero.

Nel momento in cui al posto di gap fotonici siano presenti stati di luce localizzati, il trasporto di radiazione per quelle energie ridiventa possibile. Si può infatti realizzare un tipo di propagazione per hopping, simile a quello degli elettroni fra stati localizzati in parti diverse del reticolo nel modello di Anderson di solido disordinato. Come conseguenza, un recupero di quelle interazioni mediate da scambi di fotoni che nei gap fotonici erano completamente sopresse può essere osservato, poiché prima di essere back-scatterati e riassorbiti i fotoni possono percorrere alcune costanti reticolari del sistema ed essere assorbiti da un altro atomo. Se quindi vengono iniettati nel sistema che sia stato reso disordinato un certo numero di atomi essi potranno di nuovo risentire di una interazione dipolo-dipolo risonante con tutte le modifiche negli spettri menzionate in precedenza.

Nonostante non manchino i suggerimenti per l'osservazione sperimentale della localizzazione della luce, e nonostante l'ottimismo con cui essa viene di volta in volta presentata come imminente, tale osservazione non è ancora avvenuta. Possiamo qui presentare una evidenza [34,35] di una parziale inibizione dell'emissione spontanea da parte di una molecola in un mezzo dielettrico disordinato, avvertendo però che essa non è coerente con lo schema del "photon trapping"

esposto in precedenza ma la sua interpretazione coinvolge comunque effetti di interferenza coerente. Il sistema considerato è una sospensione colloidale di sferette di polistirene distribuite casualmente e aventi separazione media inferiore alla lunghezza d'onda della radiazione irradiata. In questo sistema viene immessa una soluzione di colorante (Kiton Red). Il suo singoletto possiede un picco di assorbimento  $S_0 \rightarrow S_1$  a  $\lambda=570\text{nm}$  e uno di fluorescenza a  $\lambda=590\text{nm}$ . Il tempo di decadimento nel vuoto della molecola è  $\tau \sim 1.2\text{ns}$ . Nella fig.6 viene riprodotta la curva dei tempi di decadimento (normalizzati al tempo di vuoto) in funzione della separazione media della sferette il cui diametro è fissato in  $100\text{nm}$ ; si vede che in prossimità di separazioni fra sferette dell'ordine di  $100\text{nm}$  il tempo  $\tau$  tende a diventare molto alto.

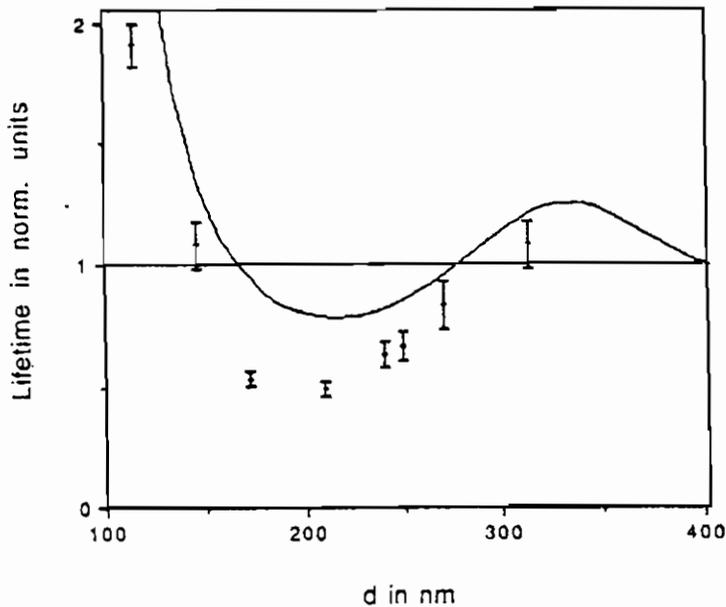


Fig.6: *Tempo di vita di una soluzione di colorante Kiton-Red racchiusa in una soluzione colloidale disordinata di sfere di diametro  $d=0.1\mu\text{m}$  in funzione della distanza media. La linea si riferisce al tempo di decadimento nel vuoto (da [35]).*

## 6. Conclusioni.

In questo lavoro abbiamo brevemente delineato in quali sistemi e in quali condizioni i fotoni possono possedere delle relazioni di

dispersione simili a quelle per gli elettroni in un cristallo. Abbiamo descritto le possibili conseguenze fisiche della presenza di gap fotonici accennando alla sua utilità nel campo dell'elettronica e dell'ottica quantistica. Abbiamo quindi descritto il fenomeno della localizzazione della luce con tutte le possibili implicazioni sia a livello teorico che nella possibilità di conferma sperimentale.

Concludiamo osservando che la descrizione degli stati energetici degli elettroni in termini di bande trova il suo limite nel sottostimare l'interazione elettrone-fonone e gli effetti di correlazione dovuti all'interazione elettrone-elettrone. Questi limiti evidentemente non sussistono nell'applicazione al caso fotonico. Per lo stesso motivo il fenomeno della localizzazione della luce fornisce delle ottime condizioni per una verifica sperimentale delle teorie di scaling della localizzazione, migliori senz'altro di quelle possibili nei casi per cui la teoria era stata pensata.

## Bibliografia

- [1] S. John, *Comments Cond. Mat. Phys.* **14**, 193-230 (1988).
- [2] S. John, *Phys. Today* **44**, 32 (1991).
- [3] E. Yablonovitch, *J. Opt. Soc. Am.* **B10**, 283 (1993).
- [4] E. Yablonovitch, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2059 (1987).
- [5] P.W. Anderson, *Phil. Mag.* **B52**, 505 (1985).
- [6] S. John, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 2169 (1984).
- [7] S. John, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2486 (1987).
- [8] S. Satpathy, Z. Zhang e M.R. Salehpour, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1239 (1990)
- [9] S. Datta, C.T. Chan, K.M. Ho e C.M. Soukoulis, *Phys. Rev.* **B46**, 10650 (1992).
- [10] K.M. Leung e Y.F. Liu, *Phys. Rev.* **B41**, 10189 (1990).
- [11] K.M. Ho, C.T. Chan e C.M. Soukoulis, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3152 (1990).
- [12] E. Yablonovitch e T.J. Gmitter, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1950 (1989).
- [13] E. Yablonovitch, T.J. Gmitter e K.M. Leung, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2295 (1991).
- [14] Y. Yamamoto and R.E. Slusher, *Physics Today* **46**, 66 (1993).
- [15] H. Yohoyama, *Science* **256**, 66 (1993).
- [16] G. Kurizki e A.Z. Genack, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2269 (1988).
- [17] Y. Yamamoto e S. Machida *Phys. Rev.* **A35**, 5114 (1987).
- [18] C.M. Soukoulis, E.N. Economou, G. Grest e M.H. Cohen, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 575 (1989).
- [19] P.W. Anderson, *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958).
- [20] N.F. Mott e E. A. Davis, *Electronic processes in non crystalline materials*, Clarendon Press, Oxford 1971.
- [21] K. Arya, Z.B. Su e L. Birman, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2725 (1986).
- [22] A.F. Ioffe e A.R. Regel, *Prog. Semicond.* **4**, 237 (1960).
- [23] S. John e R. Rangarajan, *Phys. Rev.* **B38**, 10101 (1988).
- [24] S. John, *Phys. Rev. B* **31**, 304 (1985).
- [25] E.N. Economou e C.M. Soukoulis, *Phys. Rev.* **B40**, 7977 (1989).
- [26] N. Garcia e A.Z. Genack, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1850 (1991).
- [27] E. Abrahams, P.W. Anderson, D.C. Licciardello e T.V. Ramakrishnan, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 673 (1979).
- [28] G. Bergmann, *Phys. Rev.* **B28**, 2914 (1983).

- [29] D.E. Khmel'nitskii, *Physica* **126B**, 235 (1984)
- [30] Y. Kuga e A. Ishimaru, *J. Opt. Soc. Am.* **A1**, 831 (1984).
- [31] M.P. Van Albada e A. Lagendijk, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2692 (1985).
- [32] P.E. Wolf e G. Maret, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2696 (1985).
- [33] S. John e J. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2418 (1990).
- [34] J. Martorell e N.M. Lawandy, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1877 (1990).
- [35] J. Martorell e N.M. Lawandy, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 887 (1991).



**Luisa Laboranti**

**Dipartimento di Fisica "A. Volta"  
Università di Pavia**

**CORRELAZIONE DIPOLARE  
IN CATENE POLIMERICHE DI TIPO VINILICO**

**Seminario tenuto il 26 novembre 1993**

## Introduzione

Un polimero lineare di tipo vinilico è rappresentato dalla formula strutturale  $(\text{CH}_2\text{-CHR})_n\text{CH}_2$ , dove  $n$  indica il numero di unità strutturali che si ripetono in sequenza ed  $\text{R}$  è un generico termine radicale che caratterizza il particolare polimero e che può essere costituito da un un atomo o da gruppi di più atomi. L'atomo di carbonio recante il radicale viene comunemente detto carbonio asimmetrico e la sua collocazione nello spazio determina la configurazione della catena.

Per i polimeri vinilici tre sono le possibili configurazioni tattiche della catena [1]: *isotattica*, *sindiotattica* e *atattica*. Le prime due sono conformazioni stereoregolari, nelle quali, se si immagina di stirare su di un piano la sequenza dei legami C-C, i termini radicali giacciono, rispetto all'asse della catena, tutti dalla stessa parte nelle catene isotattiche, oppure alternati da una parte e dall'altra nelle catene sindiotattiche. Nelle catene atattiche la configurazione di ciascun atomo asimmetrico è invece del tutto casuale.

Il momento di dipolo totale della catena  $\mathbf{M}$ , definito come la somma vettoriale di tutti i momenti di dipolo  $\mu$  di ciascuna unità monomerica della catena,

$$\mathbf{M} = \mu_1 + \mu_2 + \cdots + \mu_n \quad (1),$$

e la distanza *end-to-end*  $\mathbf{R}$  ottenuta sommando vettorialmente i vettori  $\mathbf{b}$ , che rappresentano la lunghezza dei legami C-C

$$\mathbf{R} = \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 + \cdots + \mathbf{b}_{2n} \quad (2)$$

sono grandezze di interesse fondamentale nello studio dei polimeri. Queste grandezze dipendono chiaramente dalla configurazione della catena polimerica e per questo se ne considerano generalmente i valori quadratici medi  $\langle M^2 \rangle$  e  $\langle R^2 \rangle$ . Da esse dipendono le proprietà meccaniche, dielettriche e le dimensioni molecolari del polimero. Sperimentalmente si è osservato che i valori numerici

di  $\langle M^2 \rangle / n\mu^2$  e  $(\langle R^2 \rangle / N)^{1/2}$  cadono entro determinati intervalli e precisamente:

$$0.3 < \frac{\langle M^2 \rangle}{n\mu^2} < 0.8 \quad (3)$$

$$5\text{\AA} < \left( \frac{\langle R^2 \rangle}{N} \right)^{1/2} < 12\text{\AA} \quad (4)$$

dove  $\mu_0$  è il momento di dipolo di ciascuna delle  $n$  unità ripetitive ed  $N = 2n$  è il numero di legami C-C. Inoltre sperimentalmente si osserva che

$$\langle M^2 \rangle_{\text{iso}} < \langle M^2 \rangle_{\text{indio}} \quad (5)$$

con ovvia notazione dei termini.

Lo sforzo teorico è dunque volto a sviluppare modelli per il calcolo di  $\langle M^2 \rangle$  e  $\langle R^2 \rangle$  che permettano di ottenere risultati confrontabili con quelli sperimentali espressi dalle equazioni (3), (4) e (5).

### Il fattore di correlazione di Kirkwood

Il momento di dipolo quadratico medio  $\langle M^2 \rangle$  di un liquido dipolare puro si può mettere in relazione con le proprietà dielettriche del sistema, rappresentate dalla costante dielettrica statica  $\epsilon$  e da quella ad alte frequenze  $\epsilon_\infty$ , mediante la seguente equazione [2]:

$$\langle M^2 \rangle = \frac{kTV}{4\pi} \frac{(\epsilon - \epsilon_\infty)(2\epsilon + \epsilon_\infty)}{\epsilon}, \quad (6)$$

dove  $T$  è la temperatura assoluta del sistema e  $V$  il suo volume.

D'altra parte, essendo  $\mathbf{M}$  il momento di dipolo totale definito come somma vettoriale di tutti i dipoli contenuti nel mezzo, e cioè

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^N \mu_i, \quad (7)$$

si può esprimere  $\langle M^2 \rangle$  come

$$\langle M^2 \rangle = \langle \mathbf{M} \cdot \mathbf{M} \rangle = \mu^2 \sum_{\substack{i=1 \\ j < i}}^N \langle \cos \theta_{ij} \rangle \quad (8)$$

dove  $\theta_{ij}$  è l'angolo compreso tra il momento di dipolo  $i$ -esimo e quello  $j$ -esimo, nell'ipotesi in cui i momenti di dipolo siano tutti tra loro uguali e pari a  $\mu$ .

In un sistema di dipoli equivalenti,  $\langle \cos \theta_{ij} \rangle$  non dipenderà dall'indice  $j$  cosicchè la (8) diventa:

$$\langle M^2 \rangle = N \mu^2 \sum_{i=1}^N \langle \cos \theta_{ij} \rangle. \quad (9)$$

Poiché  $\langle \cos \theta_{ij} \rangle$  dipende solo dall'orientazione delle due molecole, esso può essere espresso come:

$$\langle \cos \theta_{ij} \rangle = \frac{\int d\Omega_i d\Omega_j \cos \theta_{ij} \exp(-U_{ij}/kT)}{\int d\Omega_i d\Omega_j \exp(-U_{ij}/kT)} \quad (10)$$

dove  $\Omega_i$  e  $\Omega_j$  denotano le coordinate angolari relative ai dipoli  $i$ -esimo e  $j$ -esimo e  $U_{ij}$  è l'energia di interazione tra le molecole.

In generale si pone:

$$g = \sum_{i=1}^N \langle \cos \theta_{ij} \rangle \quad (11)$$

e  $g$  prende il nome di fattore di correlazione di Kirkwood [3]. Esso tiene conto delle deviazioni del momento di dipolo quadratico medio  $\langle M^2 \rangle/N$  rispetto al momento quadratico permanente di ciascuna molecola  $\mu^2$ , dovute all'esistenza di una correlazione molecolare a corto raggio. È evidente che, se per effetto di questa correlazione i dipoli tendono ad orientarsi parallelamente tra loro  $\langle \cos \theta_{ij} \rangle \rightarrow 1$ , quindi  $g \gg 1$ , se invece prevale un ordinamento a corto raggio antiparallelo  $\langle \cos \theta_{ij} \rangle \simeq \mp 1$  e  $g \ll 1$ . Se poi non si ha alcuna particolare correlazione  $g = 1$ .

Sostituendo nella (6) l'espressione (9) per  $\langle M^2 \rangle$ , in considerazione anche della (11), ed esprimendo il momento di dipolo  $\mu$  delle molecole nel mezzo in funzione del loro momento di dipolo *in vacuo*  $\mu_0$ , mediante la relazione

$$\mu = \mu_0 \frac{(\epsilon_\infty + 2)}{3}, \quad (12)$$

si ottiene in definitiva l'equazione di Kirkwood-Fröhlich [4]

$$g\mu_0^2 = \frac{9kTV}{4\pi N} \frac{(\epsilon - \epsilon_\infty)(2\epsilon + \epsilon_\infty)}{\epsilon(\epsilon_\infty + 2)^2}. \quad (13)$$

Questa equazione si presenta come una estensione dell'equazione di Onsager [5]. A differenza di quest'ultima che esprime il quadrato del momento di dipolo molecolare in funzione delle proprietà dielettriche e termodinamiche del mezzo, l'equazione di Kirkwood-Fröhlich prende in considerazione anche le specifiche interazioni molecolari per mezzo del fattore di correlazione di Kirkwood.

Nel caso di polimeri in soluzione diluita, quindi nell'ipotesi di catene non interagenti, si considera il momento totale di una catena definito dalla (1) ed il momento totale quadratico medio si può esprimere come

$$\langle M^2 \rangle = n\mu^2 \sum_{i=1}^n \langle \cos \theta_{ij} \rangle. \quad (14)$$

dove, in tal caso,  $\theta_{ij}$  rappresenta l'angolo tra il momento di dipolo  $i$ -esimo e quello  $j$ -esimo associati rispettivamente all'unità ripetitiva  $i$ -esima e  $j$ -esima della catena ed  $n$  il numero di unità monomeriche recanti ciascuna un momento di dipolo  $\mu$ . Anche in questo caso  $\sum_{i=1}^n \langle \cos \theta_{ij} \rangle$  gioca il ruolo del fattore di correlazione tra i momenti di dipolo all'interno della catena e per questo verrà indicato nel seguito ancora con la lettera  $g$ . Sia per i liquidi polari puri che per i polimeri in soluzione diluita la determinazione di  $g$  richiede una precisa conoscenza della struttura molecolare e delle specifiche interazioni intermolecolari. Tuttavia, anche con l'ausilio

della meccanica statistica e con l'introduzione di modelli semplificati, i calcoli risultano spesso estremamente complicati, per cui  $g$  viene in genere determinato tramite la (13) quando si conosce  $\mu$  per altra via. Esistono, per altro, nel caso dei polimeri, dei metodi generali per il calcolo teorico di  $g$  [5-11] che però conducono ad espressioni contenenti parametri indeterminati che dipendono dalla scelta del potenziale di interazione molecolare. Tra questi, il modello di Mori [8-11] sebbene sia stato sviluppato sulla base di drastiche semplificazioni conduce tuttavia a risultati che bene si accordano con l'evidenza sperimentale espressa dalle equazioni (3) e (4).

### Il modello di Mori

La teoria di Mori è volta a determinare il fattore di correlazione e la lunghezza *end-to-end* di polimeri vinilici in soluzione infinitamente diluita. Il calcolo del fattore di correlazione tra i momenti di dipolo di una catena polimerica è strettamente legato alla valutazione del termine  $\cos \theta_{ij}$  che può essere riscritto nella forma

$$\cos \theta_{ij} = \frac{\mu_i \cdot \mu_j}{\mu_0^2} \quad (15)$$

in cui compare a numeratore del secondo membro il prodotto scalare tra i momenti di dipolo  $i$ -esimo e  $j$ -esimo, di intensità  $\mu_0$ , i quali possono essere interamente attribuiti ai gruppi laterali di ciascuna unità monomerica in quanto la polarità di questi ultimi è in genere prevalente rispetto alla esigua polarità dei legami C-H. Per eseguire il prodotto è opportuno introdurre un sistema di riferimento locale solidale con ciascun atomo di carbonio [12] che costituisce lo scheletto della catena. Su ciascun atomo di carbonio convergono quattro legami che formano angoli tetraedrici e si assume che questi angoli si mantengano inalterati durante le rotazioni interne della catena. Pertanto, l'angolo  $\gamma$  tra due successivi vettori di legame,  $\mathbf{b}_j$  e  $\mathbf{b}_{j+1}$  è costante e pari al supplementare dell'angolo di legame. Il vettore  $\mathbf{b}_{j-1}$  è libero di ruotare rispetto

all'asse contenente il vettore  $\mathbf{b}_{j-2}$ . Sia  $\phi_j$  l'angolo di rotazione di  $\mathbf{b}_{j-1}$  assumendo che  $\phi_j = 0$  quando  $\mathbf{b}_{j-3}$  e  $\mathbf{b}_{j-1}$  giacciono complanari e da parti opposte rispetto l'asse del vettore di legame  $\mathbf{b}_{j-2}$ . Sia  $\mathbf{u}_j$ ,  $\mathbf{v}_j$  e  $\mathbf{w}_j$  la terna di versori del sistema di riferimento cartesiano locale, solidale con l'atomo di carbonio  $j$ -esimo  $C_j$  scelta in modo tale che  $\mathbf{w}_j$  abbia la stessa direzione di  $\mathbf{b}_{j-1}$ . La direzione di  $\mathbf{u}_j$  che giace sul piano perpendicolare a  $\mathbf{w}_j$  è determinata dalla retta che congiunge  $C_j$  con il punto  $Q_j$  di intersezione tra il prolungamento del vettore di legame  $\mathbf{b}_{j-2}$  con il suddetto piano di giacitura di  $\mathbf{u}_j$ .  $\mathbf{v}_j = \mathbf{w}_j \times \mathbf{u}_j$  completa la terna ortogonale orientata come illustrato in Fig. 1

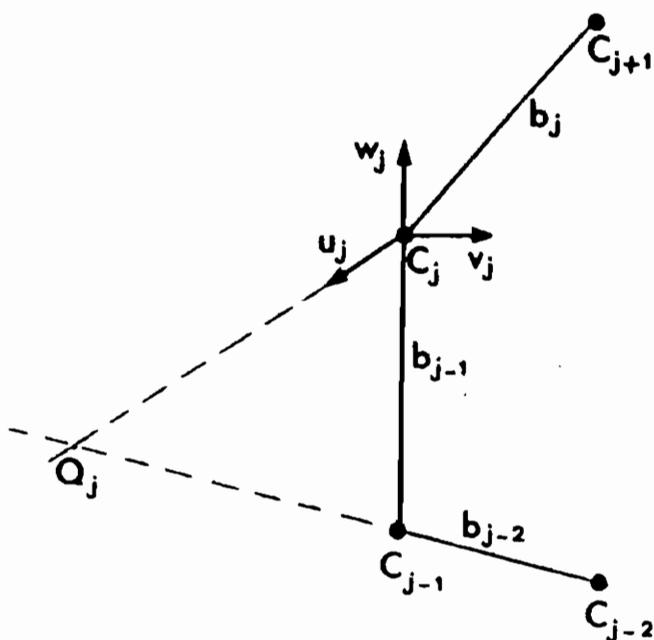


Fig. 1 Terna di versori di riferimento cartesiani locali solidali con ciascun atomo di carbonio della catena.

Dette  $x_j$ ,  $y_j$  e  $z_j$  le componenti di un vettore nel sistema

di riferimento  $j$ -esimo esse diventano  $x_{j-1}$ ,  $y_{j-1}$  e  $z_{j-1}$  nel sistema di riferimento  $j - 1$ -esimo. Queste ultime si ottengono dalle prime tramite una trasformazione ortogonale rappresentata dalla matrice di trasformazione

$$D(\phi_j) = \begin{pmatrix} -\alpha \cos \phi_j & \sin \phi_j & \beta \cos \phi_j \\ -\alpha \sin \phi_j & -\cos \phi_j & \beta \sin \phi_j \\ \beta & 0 & \alpha \end{pmatrix}$$

dove si è posto  $\alpha = \cos \gamma$  e  $\beta = \sin \gamma$ . In tal modo si ha:

$$\begin{pmatrix} x_{j-1} \\ y_{j-1} \\ z_{j-1} \end{pmatrix} = D(\phi_j) \begin{pmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{pmatrix} \quad (16)$$

ed in particolar modo dette  $x_j$ ,  $y_j$  e  $z_j$  e  $x_i$ ,  $y_i$  e  $z_i$  rispettivamente le componenti dei momenti di dipolo delle unità monomeriche  $j$ -esima ed  $i$ -esima nei propri sistemi di riferimento, si ha:

$$\cos \theta_{ij} = \frac{1}{\mu_0^2} (x_i, y_i, z_i) D(\phi_{i+1}) D(\phi_{i+2}) \cdots D(\phi_j) \begin{pmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Per quanto riguarda la forma esplicita delle coordinate dei momenti di dipolo è necessaria una distinzione relativa alle due tatticità possibili. Infatti, non solo le catene isotattiche differiscono da quelle sindiotattiche per la diversa alternanza delle unità monomeriche ma anche per la diversa conformazione spaziale. Il polimero vinilico isotattico, infatti, è caratterizzato generalmente da conformazioni ad elica ternaria, poiché, per la forte repulsione tra i voluminosi gruppi laterali non può esistere nella conformazione a zig-zag planare che, invece, è tipica delle catene sindiotattiche.

Le ipotesi fondamentali del modello di Mori che consentono di affrontare il calcolo della media statistica dell'espressione (17) sono però indipendenti dalle particolari conformazioni spaziali delle catene viniliche. Oltre alle già menzionate approssimazioni di catene indipendenti, angoli di legame e lunghezze di legame fissi, si

assume che la rotazione delle singole unità monomeriche sia indipendente dalla rotazione delle altre, ma che all'interno di ciascun segmento esista una correlazione tra la rotazione dei due vettori di legame costituenti il segmento stesso. Le variabili torsionali  $\phi_j$  vengono così raggruppate a coppie secondo lo schema seguente

$$\{\phi_3, \phi_4\} \{\phi_5, \phi_6\} \cdots \{\phi_{2j-1}, \phi_{2j}\} \cdots \{\phi_{2n-1}, \phi_{2n}\}$$

e la correlazione all'interno di ciascuna coppia si può esprimere mediante una legge del tipo

$$\phi_{2j-1} = F(\phi_{2j}). \quad (18)$$

Sulla base delle precedenti assunzioni il valor medio di  $\cos \theta_{ij}$  si semplifica in un prodotto di medie di matrici che per le catene isotattiche, ad esempio, si scrive come:

$$\langle \cos \theta_{ij} \rangle = (001) \mathbf{Y}^T \mathbf{X}^{|j-i|} \mathbf{Y} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

dove si è posto

$$\begin{aligned} \langle D_3 D_4 \rangle &= \langle D_5 D_6 \rangle = \cdots = \langle D_{2n-1} D_{2n} \rangle = \\ &= \langle D(\phi_{2j-1}) Df(\phi_{2j}) \rangle = \mathbf{X} \end{aligned}$$

e la matrice  $\mathbf{Y}$  definita come

$$\mathbf{Y} = \langle D(\phi_3 - \frac{2\pi}{3}) \rangle = \cdots = \langle D(\phi_{2n-1} - \frac{2\pi}{3}) \rangle$$

e la sua trasposta  $\mathbf{Y}^T$  consentono di esprimere in forma semplice le coordinate dei momenti di dipolo  $i$ -esimo e  $j$ -esimo rispettando la conformazione ad elica ternaria caratteristica delle catene isotattiche.

Sostituendo la (19) nell'equazione (14) per il fattore di correlazione tra i dipoli della catena si ottiene l'espressione seguente:

$$\begin{aligned} g &= \frac{\langle M^2 \rangle}{n\mu^2} \\ &= \left\{ 1 + 2(001) \mathbf{Y}^T \mathbf{X} \frac{1}{n} \left( \sum_{i < j}^n \mathbf{X}^{j-i-1} \right) \mathbf{Y} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}. \quad (20) \end{aligned}$$

Poiché  $n$  è comunemente dell'ordine di  $10^2-10^5$  si può usare l'approssimazione  $n \rightarrow \infty$  e la somma che compare tra parentesi tonde della (20) diventa una serie di matrici che va sotto il nome di serie di Neumann estesa [13]

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i < j}^n \mathbf{X}^{j-i-1} \quad (21)$$

la cui convergenza è legata alla convergenza della serie di Neumann [13]

$$S_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \mathbf{X}^{i-1} \quad (22)$$

che si verifica ogni volta che gli autovalori della matrice  $\mathbf{X}$  sono in valore assoluto minori di uno.

La convergenza della serie di Neumann implica allora anche la convergenza della serie di Neumann estesa ed il limite di questa serie vale:

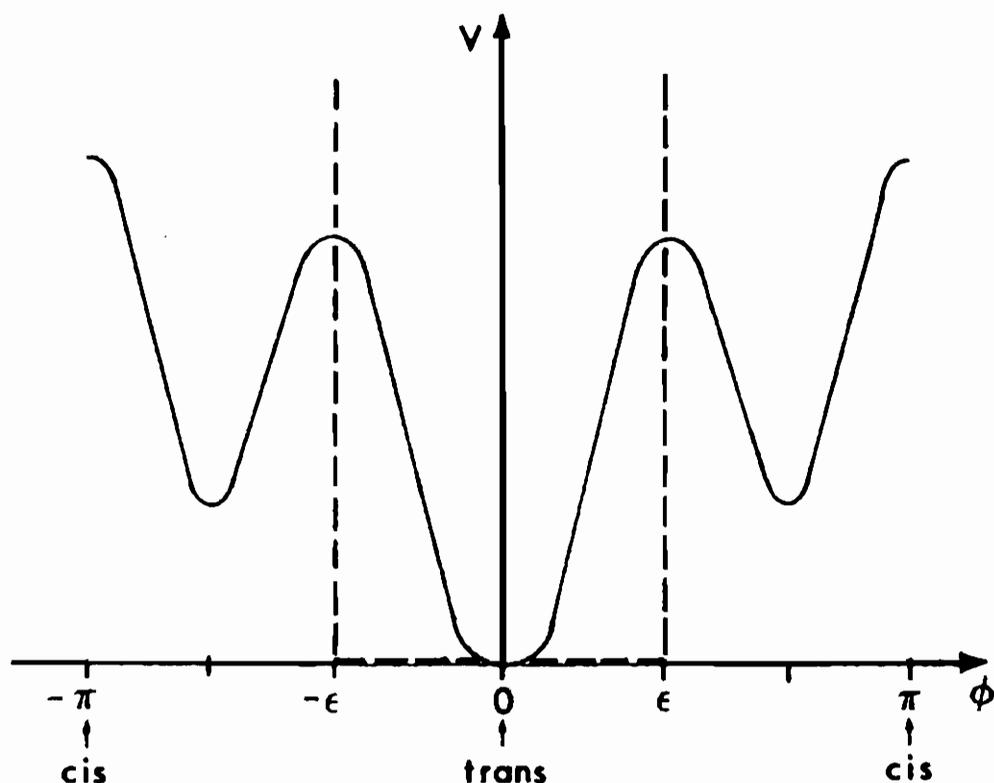
$$S = (\mathbf{1} - \mathbf{X})^{-1}. \quad (23)$$

Una volta verificata la convergenza della serie di Neumann, si può, in definitiva, scrivere  $g$  per catene isotattiche nella forma seguente:

$$g = \left\{ 1 + 2(001)\mathbf{Y}^T \mathbf{X} (\mathbf{1} - \mathbf{X})^{-1} \mathbf{Y} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (24)$$

ed una espressione analoga per polimeri sindiotattici, pur di ridefinire opportunamente le matrici  $\mathbf{Y}$  ed  $\mathbf{X}$  in considerazione della conformazione a zig-zag planare propria di queste catene.

Per stabilire la convergenza delle serie di Neumann, vale a dire valutare gli autovalori della matrice  $\mathbf{X}$ , è necessario, a questo punto, specificare ulteriormente il modello proposto da Mori e cioè definire una espressione per il potenziale torsionale, responsabile delle rotazioni interne dei segmenti, e specificare la forma della funzione  $F$  che esprime la dipendenza tra gli angoli di torsione  $\phi_{2j-1}$  e  $\phi_{2j}$ .



*Fig. 2* Generico potenziale di rotazioni interne tra legami successivi di una catena ed approssimazione a buca quadrata.

La scelta del potenziale torsionale è determinante nel calcolo dei valori medi che costituiscono gli elementi di matrice di  $\mathbf{X}$  e  $\mathbf{Y}$ . Un tipico potenziale torsionale per rotazioni di segmenti molecolari è quello presentato in *Fig. 2* con un minimo profondo per la configurazione *trans* e due minimi meno profondi per le configurazioni simmetriche *cis*. Un potenziale a buca quadrata di larghezza  $\epsilon$ , così definito:

$$V(\phi) = \begin{cases} 0 & \text{per } 0 \leq |\phi| \leq \epsilon \\ \infty & \text{per } |\phi| > \epsilon, \end{cases} \quad (25)$$

può, in prima approssimazione, sostituire il potenziale reale cosicché il calcolo della media statistica di una grandezza fisica  $A$  si semplifica notevolmente ed il risultato è indipendente dalla temperatura, cioè si ha:

$$\langle A \rangle = \frac{\int_0^{2\pi} A \exp[-V(\phi)/kT] d\phi}{\int_0^{2\pi} \exp[-V(\phi)/kT] d\phi} = \frac{1}{2\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} A d\phi. \quad (26)$$

Per quanto riguarda la correlazione tra angoli di torsione successivi si assume una funzione lineare del tipo:

$$\begin{aligned} \phi_{2j-1} &= \lambda \phi_{2j} && \text{sindiotattico} \\ \phi_{2j-1} &= \lambda \phi_{2j} + \frac{2\pi}{3} && \text{isotattico} \end{aligned}$$

dove il termine  $2\pi/3$  tiene conto della tipica conformazione a elica ternaria dei polimeri vinilici isotattici ed il parametro  $\lambda$  è interpretabile come una sorta di costante elastica tra l'eccitazione  $\phi_{2j}$  e la risposta  $\phi_{2j-1}$ .

L'adozione di queste semplici ipotesi consente di determinare, con notevoli semplificazioni nei calcoli, gli elementi di matrice richiesti ed imponendo la condizione di convergenza della serie di Neumann si ottengono delle limitazioni sui possibili valori dei parametri  $\lambda$  ed  $\epsilon$ . In particolare si deve avere  $|\lambda| \leq 1$  ed  $0 < \epsilon \leq \pi$ .

Alcune considerazioni fisiche consentono inoltre di escludere per  $\lambda$  i valori negativi, corrispondenti a funzioni decrescenti degli angoli di torsione, ed il valore  $\lambda = 0$  che corrisponde ad una situazione in cui ciascun segmento risulta praticamente rigido e libero di ruotare solo attorno ad una estremità.

Procedendo in modo analogo si possono sviluppare i calcoli relativi alla determinazione del valore quadratico medio della distanza *end-to-end* che si può scrivere come:

$$\langle R^2 \rangle = \left\{ 1 + \frac{1}{n} \sum_{i < j}^{2n} \langle \cos \omega_{ij} \rangle \right\} 2nb_0^2 \quad (27)$$

dove  $\omega_{ij}$  rappresenta l'angolo tra i due vettori lunghezza di legame  $\mathbf{b}_i$  e  $\mathbf{b}_j$  mentre  $b_0$  è la lunghezza del legame C-C nell'ipotesi in cui quest'ultima sia costante per tutto il polimero.

Anche in questo caso, utilizzando la convergenza della serie di Neumann che è implicitamente contenuta nella sommatoria dell'equazione (27), si ottiene:

$$\langle R^2 \rangle = (001) \frac{(1 + \mathbf{Z})(1 + \mathbf{Z}')}{1 - \mathbf{X}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} 2nb_0^2 \quad (28)$$

dove  $\mathbf{Z}$  e  $\mathbf{Z}'$  sono opportuni valori medi di matrici per raccordare le coordinate dei vettori di legame nei sistemi di riferimento locali  $2nb_0^2$  è il valore quadratico medio della distanza *end-to-end* per catene liberamente snodate. In genere si introduce la lunghezza di legame effettiva definita da:

$$b = \left( \frac{\langle R^2 \rangle}{2n} \right)^{1/2} \quad (29)$$

Questa lunghezza è indipendente dal numero di unità ripetitive e sperimentalmente deve soddisfare alle condizioni espresse dalla (4).

Evidentemente un criterio di valutazione della bontà del modello teorico impiegato non può prescindere dal fatto che, a parità dei valori scelti per i parametri  $\lambda$  e  $\epsilon$ , le condizioni (3) e (4) per  $\langle \mu^2 \rangle$  e  $\langle R^2 \rangle$  devono venire soddisfatte contemporaneamente.

## Conclusioni

Il modello di Mori riproduce soddisfacentemente i valori sperimentali di  $g$  e  $b$  per le catene in configurazione sindiotattica a zig-zag planare assumendo  $\lambda = 1$  e  $1 < \epsilon < 1.4$  rad. In effetti in questo caso si ottiene:

$$0.63 < g < 0.85$$

$$7.1 \text{ \AA} < b < 10.3 \text{ \AA}$$

in accordo con quanto stabilito in precedenza, (3) e (4).

Invece, nel caso di polimeri isotattici la cui catena si snoda in un percorso ad elica ternaria, i risultati ottenuti non sono altrettanto soddisfacenti. Infatti, quand'anche, per una certa coppia di valori di  $\lambda$  ed  $\epsilon$ , si ottenessero valori accettabili per il fattore di correlazione secondo le richieste espresse dalla (3), verrebbe però violata la condizione (4) richiesta per la distanza effettiva e viceversa.

Anche per il caso di catene isotattiche, si può, tuttavia, recuperare la validità del modello di Mori prendendo in considerazione l'effetto di volume escluso [13]. Questo effetto si introduce nelle teorie statistiche sui polimeri per correggere i risultati per la lunghezza di legame quadratico medio ottenuti mediando su tutte le possibili configurazioni della catena, incluse anche quelle configurazioni che intersecano se stesse in uno o più punti della catena e che pertanto non sono reali poiché non consentite dalle forze di repulsione a lungo raggio tra gli atomi.

Per tener conto degli effetti del volume escluso si ridefinisce usualmente [13] la distanza *end-to-end* quadratica media mediante la relazione

$$\langle R^2 \rangle = \rho^2 \langle R^2 \rangle_0 \quad (30)$$

dove  $\langle R^2 \rangle_0$  corrisponde alla valutazione di  $\langle R^2 \rangle$  nel caso in cui si trascurino gli effetti di volume escluso.

Introducendo, dunque, nel modello di Mori il parametro correttivo di volume escluso, i valori di  $g$  e  $b$  rientrano nei prefissati intervalli, anche per catene isotattiche, con una scelta opportuna di  $\rho^2$ .

Alcuni significativi risultati numerici previsti dalla teoria di Mori sono riportati in *Tab. 1*. Essi riguardano polimeri vinilici isotattici in cui sia ammessa una forte interazione di volume escluso, e per una larghezza di buca di  $\epsilon = 1.3$  rad. Nella determinazione di  $\langle R^2 \rangle$ , si assume, inoltre,  $b_0 = 1.54 \text{ \AA}$  che corrisponde a una lunghezza di legame C-C tipica dei polimeri vinilici.

Come si può vedere, i dati di *Tab. 1* indicano che i valori sperimentali secondo la (3) e la (4) possono essere simultaneamente interpretati scegliendo  $\lambda = 0 \sim 1$ :  $\rho^2 = 2 \sim 6$  ed  $\epsilon = 1.3$  rad.

$\rho^2$	$b$ (Å)		$g$	
	$\lambda = 0$	$\lambda = 1$	$\lambda = 0$	$\lambda = 1$
1	4.01	3.62	0.807	0.993
2	5.67	5.11	0.769	0.984
4	8.02	7.24	0.512	0.966
6	9.83	8.80	0.256	0.948

*Tab. 1 Valori di  $b$  e  $g$  calcolati per diversi valori dei parametri  $\rho^2$  e  $\lambda$  e per  $\epsilon = 1.3$  rad.*

Nel caso di polimeri vinilici sindiotattici, invece, si può ragionevolmente supporre che l'effetto di volume escluso sia meno rilevante per la tipica disposizione alternata dei gruppi radicali e la configurazione a zig-zag planare della catena, per cui, pur assumendo  $\rho^2 = 1$ , si ottiene un discreto accordo tra previsioni teoriche e risultati sperimentali.

## Riferimenti bibliografici

- [1] N. Natta, P. Corradini e I. W. Bassi, *Suppl. Nuovo Cimento*, **15**, 68, (1960).
- [2] C. J. F. Böttcher, *Theory of Dielectric Polarization*, Elsevier, New York, (1952).
- [3] J. G. Kirkwood, *J. Chem. Phys.*, **7**, 911, (1939).
- [4] H. Fröhlich, *Theory of dielectrics*, Oxford University Press, London, (1958).
- [5] T. M. Birstein e O. B. Ptysin, *Zhur. Fiz. Khim.*, **28**, 213, (1954).
- [6] M. V. Wolkenstein, *Configurational Statistics of Polimeric Chains*, Interscience, New York, (1963).
- [7] Y. Suzuki, *J. Chem. Phys.*, **34**, 79, (1961).
- [8] T. Mori, *J. Phys. Soc. Japan*, **15**, 1482, (1960).
- [9] T. Mori, *J. Phys. Soc. Japan*, **15**, 1638, (1960).
- [10] T. Mori, *J. Phys. Soc. Japan*, **16**, 944, (1961).
- [11] T. Mori, *J. Phys. Soc. Japan*, **16**, 1361, (1961).
- [12] P. J. Flory, *Principles of Polimer Chemistry*, Cornell University Press, New York, (1953).
- [13] R. Courant and D. Hilbert, *Methoden der Mathematischen Physik*, Springer-Verlag, Berlin, (1931).
- [14] P. J. Flory, *Statistical Mechanics of Chain Molecules*, Jhon Wiley and sons, New York, (1969).

**Silvia Bocelli**

**Dipartimento di Fisica "A. Volta"  
Università di Pavia**

**IL LASER AD ELETTRONI LIBERI  
E LE SUE APPLICAZIONI  
NELLA FISICA DELLO STATO SOLIDO**

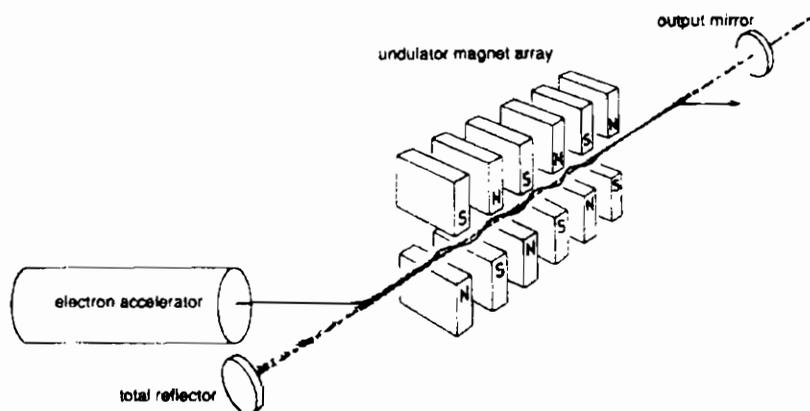
**Seminario tenuto il 29 Novembre 1995**

## 1. INTRODUZIONE

Il laser ad elettroni liberi (FEL, dall'inglese "Free Electron Laser") ha risvegliato negli ultimi anni un crescente interesse, come sorgente di radiazione di alta qualità alternativa ai laser convenzionali. Si tratta, in effetti, di un laser di nuova concezione, la cui prima messa in opera risale al 1977 a Stanford [1]. In linea di principio, si è aperta in quel momento la strada alla realizzazione del laser universale, aggiustabile in frequenza dal microonde ai raggi X. Peraltro, per quanto non esistano vincoli di carattere teorico, siamo ben lontani dalla realizzazione di un tale dispositivo a causa di limitazioni tecnologiche.

## 2. PRINCIPI DI FUNZIONAMENTO

Il funzionamento del FEL si basa sull'emissione di radiazione di sincrotrone da parte di elettroni relativistici accelerati in un campo magnetico periodico (Fig.1). Componente essenziale di un FEL è, pertanto, un acceleratore di elettroni, capace di fornire un fascio di particelle di buona qualità (piccola dispersione in energia



**Fig.1** Schema generale di un laser ad elettroni liberi.

ed angolo) e di velocità variabile [2]. In funzione dell'intervallo spettrale di interesse, risultano adatti diversi tipi di acceleratori (linac, acceleratori elettrostatici, microtroni, sincrotroni...).

Gli elettroni acquistano una traiettoria curvilinea in un ondulatore, che produce un campo magnetico statico, normale all'asse del fascio e periodico lungo l'asse stesso. Il tipo di traiettoria consegue dalla forma specifica del campo, che può essere prodotto tramite magneti permanenti o elettromagneti.

L'ondulatore è posto sotto vuoto in una cavità ottica opportuna, le cui caratteristiche devono essere adatte all'intervallo spettrale di lavoro.

La coerenza dell'emissione è legata alla sovrapposizione all'interno della cavità ottica del fascio elettronico e dell'onda elettromagnetica [3]. L'elettrone subisce contemporaneamente l'effetto del campo magnetico dell'ondulatore, che fornisce una componente trasversa alla sua velocità, e della componente magnetica dell'onda: ne deriva una forza assiale, detta forza ponderomotrice, che raggruppa gli elettroni in pacchetti separati di mezza lunghezza d'onda. Conseguentemente, l'emissione di radiazione da parte dei vari pacchetti avviene in fase.

Vari lavori sono stati pubblicati, che approfondiscono la teoria dell'emissione nei FEL [4]. Io mi limiterò ad una analisi breve e piuttosto qualitativa [5], con lo scopo essenzialmente di puntualizzare le peculiarità del FEL rispetto ai laser convenzionali. Le considerazioni seguenti sono valide per energie degli elettroni sufficientemente elevate (almeno 10 MeV, il che si traduce in emissione a frequenze dall'infrarosso in su) e correnti basse ( $\sim 1$  Ampere). In questo regime, detto Compton o a basso guadagno, si possono trascurare le interazioni tra elettroni e descrivere il tutto in termini di diffusione Compton, spontanea e stimolata (come parallelo dell'emissione spontanea e stimolata nei laser convenzionali).

## 2.1. L'emissione spontanea

In un primo momento, supponiamo che l'elettrone in ingresso nell'ondulatore non senta l'effetto della radiazione emessa dagli altri elettroni, ma solo quello del campo magnetico dell'ondulatore stesso. Nel sistema di riferimento dell'elettrone il campo

dell'ondulatore si trasforma relativisticamente in un'onda elettromagnetica di lunghezza d'onda  $\lambda^* = \lambda_u/\gamma$  ( $\lambda_u$ =periodo dell'ondulatore,  $\gamma$ =fattore di Lorentz). Nel sistema di laboratorio tale onda ha lunghezza d'onda  $\lambda = 2\lambda_u$ . L'interazione elettrone-ondulatore si può quindi descrivere come una diffusione Compton. La radiazione diffusa ad angoli piccoli da elettroni fortemente relativistici ha approssimativamente lunghezza d'onda

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2}(1 + K^2 + \gamma^2\theta^2). \quad (1)$$

Il fattore  $K$  interviene come correzione legata al moto trasverso degli elettroni ed è detto parametro dell'ondulatore:

$$K = \frac{eB_0\lambda_u}{2\pi\sqrt{2}mc^2}, \quad (2)$$

con  $B_0$ =intensità del campo sull'asse. È evidente che variando la velocità degli elettroni e le caratteristiche dell'ondulatore è possibile variare con continuità la frequenza della radiazione emessa. Solitamente si sfrutta la prima possibilità, ricorrendo a variazioni di  $B_0$  solo per eventuali aggiustamenti più fini.

La forma funzionale dell'emissione è del tipo:

$$f(\omega) \propto \left[ \frac{\sin(\nu/2)}{\nu/2} \right]^2, \quad (3)$$

con  $\nu = 2\pi N \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}$  e  $\omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_0}$  ( $N$  = numero di periodi dell'ondulatore).

L'allargamento della riga di emissione è legato innanzitutto alla differenza tra i tempi di volo di elettrone e fotone nell'ondulatore (allargamento omogeneo):

$$\left( \frac{\Delta\omega}{\omega} \right)_0 = \frac{1}{2N}. \quad (4)$$

A questo si affianca l'allargamento inhomogeneo, legato alle caratteristiche non ideali del fascio elettronico ed esprimibile come:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \left( \frac{\Delta\omega}{\omega} \right)_0 \sqrt{1 + \mu_x^2 + \mu_y^2 + \mu_e^2}. \quad (5)$$

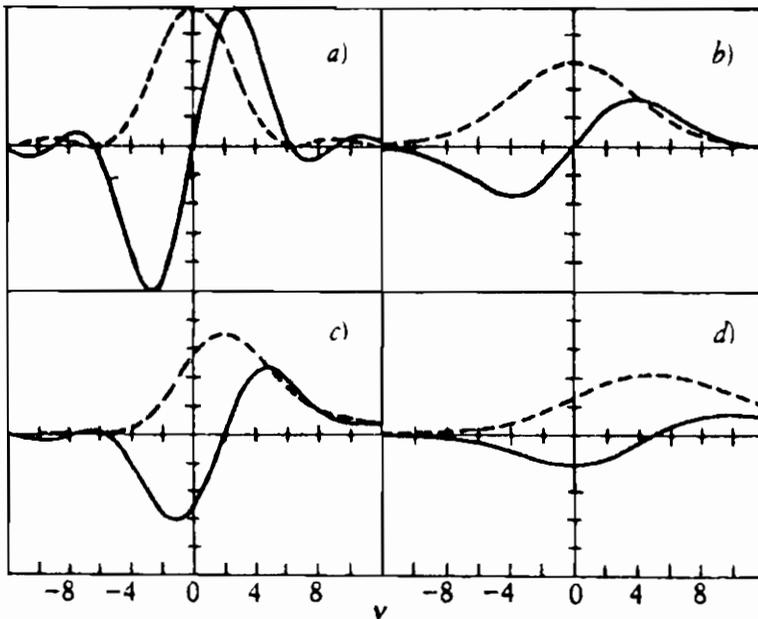
I parametri  $\mu_x$  e  $\mu_y$  traducono gli effetti della divergenza angolare del fascio e della sezione trasversa non trascurabile. Quest'ultima, in particolare, implica che gli elettroni sondano regioni fuori asse a diverso campo magnetico. Il parametro  $\mu_\epsilon$  esprime invece la dispersione energetica del fascio.

## 2.2. Il guadagno

Il modo più semplice per descrivere il meccanismo di guadagno è scrivere un bilancio tra emissione stimolata ed assorbimento stimolato:

$$g(\omega) \propto f(\omega - \epsilon\omega_0) - f(\omega + \epsilon\omega_0) \propto \left[ \frac{\sin\nu_-/2}{\nu_-/2} \right]^2 - \left[ \frac{\sin\nu_+/2}{\nu_+/2} \right]^2, \quad (6)$$

dove  $\nu_\pm = 2\pi N \frac{\omega_0(1 \pm \epsilon) - \omega}{\omega_0}$ .  $\epsilon = \frac{\hbar\omega_0}{mc^2\gamma}$  è il rapporto tra l'energia del fotone e l'energia dell'elettrone ( $\epsilon \ll 1$ ) e tiene conto del rinculo dell'elettrone.



**Fig.2** Spettri di emissione spontanea (curva tratteggiata) e guadagno (curva continua) calcolati nei casi: a)  $\mu_x = \mu_y = \mu_\epsilon = 0$ ; b)  $\mu_x = \mu_y = 0, \mu_\epsilon = 1$ ; c)  $\mu_x = 1, \mu_y = \mu_\epsilon = 0$ ; d)  $\mu_x = \mu_y = \mu_\epsilon = 1$ .

Nel caso di allargamento solo omogeneo e per un laser a singolo modo, al primo ordine in  $\epsilon$  si ha:

$$g(\omega) = -\frac{4\pi^2}{\gamma} \frac{\lambda_0 L}{\Sigma_E} \frac{I}{I_0} \mathcal{F} \frac{K^2}{1+K^2} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)_0^{-2} \frac{d}{d\nu} \left(\frac{\sin(\nu/2)}{\nu/2}\right)^2, \quad (7)$$

dove  $L$  è la lunghezza dell'ondulatore,  $I$  è la corrente di picco del fascio elettronico e  $I_0 = 1.7 \times 10^4$  A è la corrente di Alfvén. Il cosiddetto "filling factor"

$$\mathcal{F} = \begin{cases} 1, & \text{se } \Sigma_E > \Sigma_L \\ \Sigma_E/\Sigma_L, & \text{se } \Sigma_E < \Sigma_L \end{cases} \quad (8)$$

( $\Sigma_{E/L}$ =sezione trasversa del fascio elettronico/laser) sta ad indicare che solo gli elettroni che "vedono" l'onda elettromagnetica contribuiscono al guadagno. In Fig.2 sono riportati alcuni esempi di curve di emissione spontanea e guadagno calcolate per il caso ideale di allargamento solo omogeneo e per casi più realistici.

Per concludere, possiamo riassumere le peculiarità dei FEL in questo modo:

-*Mezzo attivo ideale.* Riguardo al meccanismo di emissione di radiazione, il FEL si distingue nettamente dai laser tradizionali, che sfruttano transizioni tra livelli energetici quantizzati di un mezzo. Nel FEL il "mezzo attivo" è il fascio di elettroni, che viene continuamente rifornito dall'acceleratore ed è quindi una fonte di radiazione non deteriorabile. Non si pongono, inoltre, problemi di attenuazione della radiazione nel mezzo.

-*Accordabilità.* La mancanza di vincoli legati a specifiche transizioni elettroniche porta, come già sottolineato, alla possibilità di aggiustare la frequenza dell'emissione entro ampi intervalli, limitati essenzialmente dalle caratteristiche dell'acceleratore di elettroni e della cavità ottica.

-*Flessibilità della struttura temporale.* Dipendentemente dalla struttura temporale del fascio elettronico, è possibile per un FEL emettere radiazione in regime continuo o impulsato.

-*Flessibilità della polarizzazione.* Le configurazioni di campo magnetico utilizzate solitamente sono ad ondulatore lineare ed elicoidale [6]. Nel primo caso, gli elettroni assumono una traiettoria

sinusoidale ed emettono radiazione linearmente polarizzata. Nel secondo caso, la traiettoria elettronica è elicoidale e la polarizzazione circolare.

-*Potenza.* Le potenze di radiazione raggiunte nei FEL di recente costruzione sono elevate. Tipicamente, i FEL infrarossi utilizzati nella ricerca possono emettere potenze di picco massime di alcuni MW, corrispondenti a potenze medie di alcuni W.

-*Completa comprensione teorica.* I meccanismi di emissione nei vari regimi di funzionamento possono essere studiati con semplicità nell'ambito di modelli classici. Un alto livello di comprensione e previsione teorica è peraltro imposto dalla complessità e costosità delle apparecchiature.

### 3. APPLICAZIONI

Le possibilità di utilizzo dei laser ad elettroni liberi sono molteplici ed investono vari settori della ricerca scientifica e tecnologica (in fisica dello stato solido e dei plasmi, in chimica e biologia, ma anche in medicina, nelle telecomunicazioni e nell'industria) [3, 7, 8 e segg.].

In questo lavoro, è mia intenzione dare un'idea delle possibili applicazioni nella fisica dello stato solido, sottolineando di volta in volta le caratteristiche uniche del FEL e la sua insostituibilità nella realizzazione di molti esperimenti. In particolare, negli esperimenti che descriverò risultano cruciali la potenza del FEL e la sua ampia accordabilità in frequenza e, in taluni casi, anche la specifica struttura temporale del fascio. Più precisamente, l'accordabilità nel lontano e medio infrarosso (FIR e MIR), regimi in cui la competizione con altre sorgenti laser è pressoché nulla, rende il FEL uno strumento unico in alcuni tipi di ricerche. In tali regimi cadono, ad esempio, le energie tipiche di fononi e i gap di alcuni semiconduttori e superconduttori. Vorrei anticipare, infine, come tali ricerche rivestano un interesse di tipo fondamentale (comprensione dei fenomeni fisici e confronto con modelli teorici), ma spesso siano anche indispensabili in vista di applicazioni tecnologiche.

### 3.1. Spettroscopia a due fotoni

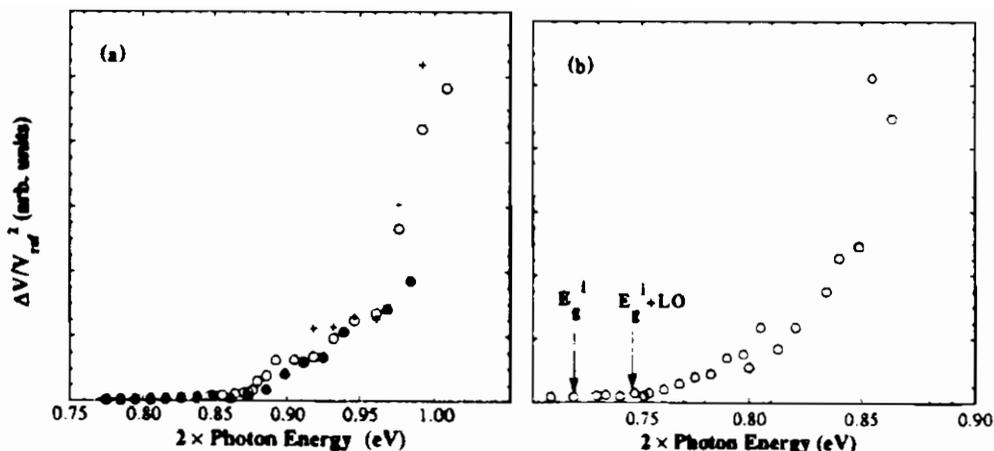
La spettroscopia a due fotoni è un interessante strumento di indagine nella fisica dello stato solido. Le diverse regole di selezione e un più netto comportamento delle funzioni ottiche ai punti critici la rendono infatti complementare alla spettroscopia lineare. I bassi coefficienti di estinzione in spettroscopia a più fotoni rendono inoltre questa tecnica più adatta a sondare le proprietà ottiche a maggiori profondità. D'altra parte, le basse probabilità di transizione impongono la ricerca di condizioni sperimentali in cui i processi ad un fotone non siano permessi e l'utilizzo di sorgenti di radiazione intense (laser).

I laser disponibili prima dell'avvento dei FEL, non coprendo vaste regioni nel lontano e medio infrarosso, non consentivano di condurre vari tipi di indagini. Esempio eclatante è lo studio dell'assorbimento a due fotoni al gap diretto e indiretto del germanio [9]. Solo nel 1993, mediante un esperimento di fotoconducibilità condotto al FEL di Vanderbilt a Nashville (Tennessee), sono state confermate previsioni teoriche risalenti al 1972. Grazie all'accordabilità nel MIR, sono state misurate le variazioni in conducibilità elettrica a seguito dell'irraggiamento del campione a frequenza intorno ai gap (Fig.3).

La costruzione di FEL che emettono radiazione nel FIR ha inoltre permesso lo studio dell'assorbimento non lineare in semiconduttori a gap stretto [10]. Infine, è bene notare che notevoli avanzamenti possono essere apportati anche in ottica lineare. Basta ricordare, come esempio, la possibilità di valutare con alta sensibilità i gap nei superconduttori ad alta temperatura e studiarne la dipendenza da parametri interessanti [11]. Sfruttando la polarizzazione lineare della radiazione incidente, si potrebbe anche valutare l'anisotropia in campioni monocristallini.

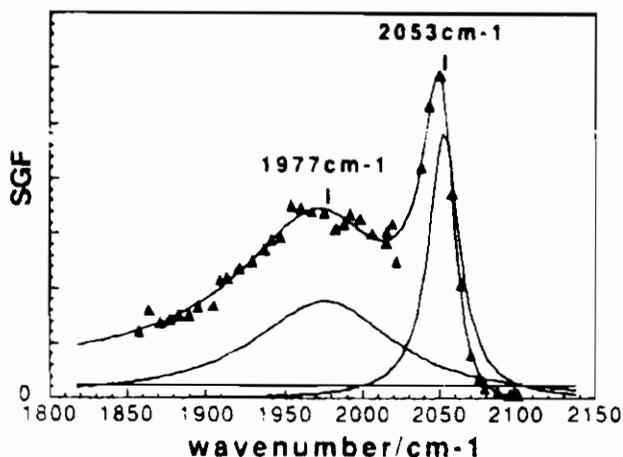
### 3.2. Spettroscopia SFG

Altro interessante esempio di ottica non lineare è la spettroscopia a generazione di frequenza somma (SFG="Sum Frequency Generation") [12]. Si tratta di una tecnica piuttosto recente, adatta allo studio di molecole adsorbite su superfici e, più



**Fig.3** a) Segnale di fotoconduttività indotta da assorbimento a due fotoni (normalizzata ad un valore di riferimento) in funzione del doppio dell'energia dei fotoni. La misura è stata realizzata a  $T=125$  K. La soglia indicante il gap diretto è a 0.87 eV.

b) Dati simili per il gap indiretto, per il quale il segnale è di tre ordini di grandezza meno intenso. Le frecce indicano il gap indiretto a 0.72 eV e la soglia, consistente con un processo assistito da un fonone longitudinale ottico di 30.4 meV.



**Fig.4** Spettro SFG ottenuto al FEL CLIO (Orsay, Francia) per CO adsorbito su platino. Le due risonanze sono relative al legame C-O semplice ( $2053\text{ cm}^{-1}$ ) e al legame doppio ( $1977\text{ cm}^{-1}$ ).

in generale, di superfici ed interfacce. Essa si basa sulla rottura della simmetria di inversione  $c$ , pertanto, è solitamente insensibile alla parte massiva dei campioni. È da sottolineare, tuttavia, che se questa cristallizza in strutture senza simmetria di inversione, quali la zincoblenda, contribuisce anch'essa al segnale.

Il campione viene contemporaneamente investito da radiazione FEL nell'infrarosso a frequenza variabile e da radiazione visibile a frequenza fissa prodotta da un laser convenzionale. In riflessione si osserva un segnale a frequenza pari alla somma delle due. La componente visibile fa in modo che la risposta cada in regioni spettrali per cui esistono rivelatori sensibili anche ai piccoli segnali prodotti da strati monoatomici. La componente infrarossa variabile permette invece di sondare le proprietà vibrazionali della superficie. La teoria predice, infatti, che il segnale sia massimo in corrispondenza di risonanze (fononi, polaritoni...) contemporaneamente attive sia in Raman che all'IR (il che è possibile solo in assenza di simmetria di inversione).

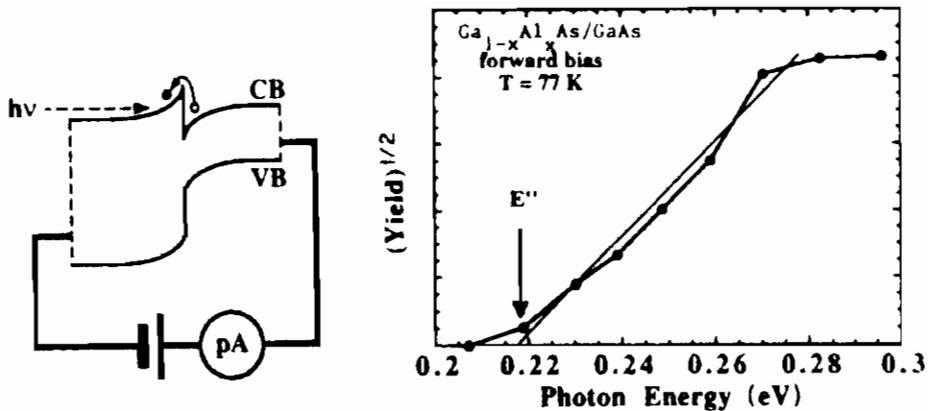
La spettroscopia SFG permette quindi il riconoscimento degli adsorbati tramite i loro spettri vibrazionali e, sfruttando la polarizzazione della radiazione, lo studio della loro orientazione. Un esempio di spettro ottenibile si trova in Fig.4.

Particolarmente utile per le applicazioni in microelettronica è lo studio in maniera semplice e sensibile della qualità delle superfici.

### **3.3. Misura dell'altezza di barriera alle eterogiunzioni**

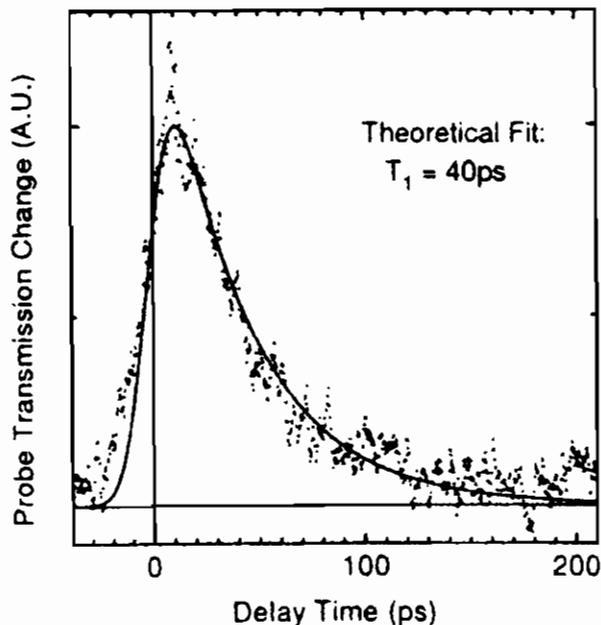
La misura delle barriere all'interfaccia tra diversi semiconduttori è di cruciale importanza nella tecnologia dei dispositivi a stato solido. Ma una valutazione precisa di tali discontinuità di banda è indispensabile anche per una comprensione completa dei fenomeni di interfaccia e per discriminare distinti modelli teorici.

Poiché le barriere si situano solitamente nella regione IR, solo i FEL consentono misure dirette e ad elevata precisione [13]. Tipicamente gli esperimenti misurano la fotoconducibilità interna al variare della frequenza dell'irraggiamento e leggono direttamente l'altezza delle barriere dalle soglie (Fig.5).



**Fig.5** a) Schema di esperimento di fotoconducibilità interna. La banda di conduzione viene popolata mediante un'opportuna polarizzazione della giunzione. La promozione di elettroni attraverso la barriera ad opera dell'irraggiamento è rivelata come una corrente esterna.

b) Spettro ottenuto per una giunzione  $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}/\text{GaAs}$  al FEL di Vanderbilt (Tennessee). La freccia indica la soglia.



**Fig.6** Esperimento di eccitazione-sonda. È riportata la variazione della trasmissione dell'impulso di sonda in funzione del ritardo rispetto all'impulso di pompa. La linea continua rappresenta il miglior fit, corrispondente ad un tempo di rilassamento di 40 ps.

### 3.4. Misura dei tempi di rilassamento di stati fotoeccitati

La struttura impulsata di alcuni FEL può essere sfruttata per studiare il rilassamento di stati fotoeccitati. Tra l'altro, un'ottima conoscenza di tale processo è richiesta per la costruzione di elementi ottici e dispositivi di commutazione veloce.

Per le buche quantiche è noto da tempo che per separazione dei livelli maggiore dell'energia dei fononi ottici, gli elettroni perdono energia velocemente ( $T \sim 1$  ps) per emissione di fononi ottici stessi [14]. Solo recentemente, grazie all'accordabilità dei FEL nel FIR, si è studiato il rilassamento per transizioni ad energia minore, con lo scopo di individuarne i meccanismi fisici (interazione elettrone-elettrone, emissione di fononi acustici...).

Vari tipi di esperimento possono essere condotti: descriverò qui un esperimento di eccitazione-sonda [14]. Dopo aver accordato l'emissione sulla frequenza della transizione interessante, mediante un mezzo semitrasparente si può separare ogni impulso in due impulsi, che seguiranno diversi cammini ottici prima di incidere sul campione. Il primo eccita la transizione e, data la forte intensità, inverte la popolazione. Il secondo, opportunamente ritardato, sonda gli effetti del primo in funzione del ritardo stesso. In Fig.6 è riportato un esempio di spettro in trasmissione ottenuto nel 1994 da FELIX (Free Electron Laser for Infrared eXperiments - Olanda) su una buca quantica multipla di GaAs/AlGaAs (la transizione studiata è a 18 meV). È evidente che tale esperimento richiede una ben precisa correlazione tra i tempi: la durata degli impulsi deve essere minore dei tempi di rilassamento e la distanza tra gli impulsi deve essere tale da consentire il ristabilimento dell'equilibrio del sistema. Queste condizioni sono verificate dalla struttura dei microimpulsi di FELIX:  $\tau$  (durata dell'impulso) = 15 ps < T (tempo di rilassamento del sistema) = 40 ps <  $\Delta\tau$  (intervallo tra gli impulsi) = 1 ns.

### 3.5. Altre applicazioni

Prima di concludere, è bene ricordare che i laser ad elettroni liberi possono emettere radiazione anche in regioni spettrali di-

verse dall'infrarosso. Sono già in funzione FEL nel microonde e nell'ultravioletto ed esistono molti progetti per la realizzazione di FEL nei raggi X. Questi ultimi, in particolare, hanno risvegliato recentemente un grande interesse, in quanto la radiazione emessa da tali FEL supererebbe notevolmente in qualità quella delle sorgenti attualmente funzionanti alle stesse frequenze. I FEL a raggi X opererebbero in un regime diverso da quello trattato in questo lavoro, il cosiddetto "regime ad alto guadagno", di cui si può trovare un'ampia presentazione teorica in [15].

A parte le opportunità di utilizzo nella ricerca scientifica (per esempio in microscopia e spettroscopia) [16], sono interessanti le possibili applicazioni industriali nella tecnologia dei circuiti integrati [17]. Molti passaggi nella lavorazione di tali circuiti (deposizione di film sottili mediante CVD - "Chemical Vapor Deposition", rimozione di strati mediante rottura di legami chimici, drogaggio mediante diffusione termica...) sono di natura termica e possono indurre difetti e distorsioni. Utilizzando i FEL si potrebbero fornire energie elevate e variabili secondo le necessità mediante processi quantistici, senza lavorare ad alte temperature.

La litografia ottica, inoltre, richiede radiazione laser di sempre minore lunghezza d'onda, per poter raggiungere gradi superiori di risoluzione e conseguentemente di integrazione. L'aggiustabilità in frequenza potrebbe facilitare la ricerca di nuovi materiali per fotoresist e maschere.

#### 4. CONCLUSIONI

Dopo una breve presentazione dei principi di funzionamento dei FEL, ho portato vari esempi di applicazioni soprattutto nell'IR. Oltre alle ragioni già esposte, bisogna aggiungere che solo in questo intervallo spettrale i FEL possono essere al momento considerati collaudati, affidabili e relativamente semplici. La necessità di accelerare gli elettroni ad energie più elevate per ottenere emissioni di più alta frequenza incrementa infatti la complessità, le dimensioni ed i costi. Un utilizzo sempre più vasto dei FEL richiede, quindi, ulteriori sforzi tecnologici. Da un lato, bisogna migliorare le prestazioni di componenti, quali l'acceleratore di elettroni, che spesso non sono stati progettati specificamente per i

FEL, ma sono stati riconvertiti da altri usi. Dall'altro lato, è necessario rendere gli apparati più compatti ed economici, soprattutto in vista di un'introduzione nell'industria.

## 5. BIBLIOGRAFIA

- [1] D.A.G. Deacon, L.R. Elias, J.M.J. Madey, G.J. Ramian, H.A. Schwettman e T.I. Smith, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 892 (1977).
- [2] U. Bizzarri, F. Ciocci, G. Dattoli, A. De Angelis, E. Fiorentino, G.P. Gallerano, T. Letardi, A. Marino, G. Messina, A. Renieri, E. Sabia e A. Vignati, *Riv. Nuovo Cimento* **10**, n. 5 (1987).
- [3] P.W. van Amersfoort e M.J. van der Wiel, *Europhys. News* **24**, 211 (1993).
- [4] Per es. A. Bambini e A. Renieri, in *Coherence in Spectroscopy and Modern Physics*, edito da F.T. Arecchi, R. Bonifacio e M.O. Scully (Plenum Press, New York, 1978).
- [5] G. Dattoli, A. Renieri, A. Marino e G. Schettini, *Il nuovo Saggiatore* **4**, 46 (1988).
- [6] R.P. Walker, *Nucl. Instr. and Meth. A* **237**, 366 (1985).
- [7] E.D. Johnson, *Nucl. Instr. and Meth. A* **358**, 544 (1995).
- [8] W.B. Colson, *Nucl. Instr. and Meth. A* **358**, 532 (1995).
- [9] E. Tuncel, J.L. Staehli, C. Coluzza, G. Margaritondo, J.T. McKinley, R.G. Albridge, A.V. Barnes, A. Ueda, X. Yang e N.H. Tolk, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 4146 (1993).
- [10] D.A. Jaroszynski, J.-M. Ortega, R. Prazeres, F. Glotin, B.N. Murdin, C. Merveille, A.K. Kar, M.F. Kimmitt e C.R. Pidgeon, *Nucl. Instr. and Meth. A* **331**, 640 (1993).
- [11] A.H. Lumpkin, *Nucl. Instr. and Meth. A* **285**, 374 (1989).
- [12] A. Peremans, A. Tadjeddine, P. Guyot-Sionnest, R. Prazeres, F. Glotin, D. Jaroszynski, J.M. Berset e J.-M. Ortega, *Nucl. Instr. and Meth. A* **341**, 146 (1994).
- [13] C. Coluzza, E. Tuncel, J.-L. Staehli, P.A. Baudat, G. Margaritondo, J.T. McKinley, A. Ueda, A.V. Barnes, R.G. Albridge, N.H. Tolk, D. Martin, F. Morier-Genoud, C. Dupuy, A. Rudra e M. Ilegems, *Phys. Rev. B* **46**, 12834 (1992).
- [14] B.N. Murdin, G.M.H. Knippels, A.F.G. van der Meer, C.R. Pidgeon, C.J.G.M. Langerak, M. Helm, W. Heiss, K. Un-

- terrainer, E. Gornik, K.K. Geerinck, N.J. Hovenier e W.T. Wenckebach, *Semicond. Sci. Technol.* **9**, 1554 (1994).
- [15] R. Bonifacio, F. Casagrande, G. Cerchioni, L. De Salvo Souza, P. Pierini e N. Piovella, *Riv. Nuovo Cimento* **13**, n. 9 (1990).
- [16] J. Arthur, G. Materlik, R. Tatchyn e H. Winick, *Rev. Sci. Instrum.* **66** (2), 1987 (1995).
- [17] C. Yamanaka, *Nucl. Instr. and Meth. A* **318**, 1 (1992).



Volume I - n. 1 4/3/1986	CINQUANTA ANNI DI INTERAZIONI DEBOLI: DALLA TEORIA DI FERMI ALLA SCOPERTA DEI BOSONI PESANTI - Marcello Conversi	pag. 1
Volume I - n. 2 1/7/1986	EFFECTS OF DIOXINS ON NATURE AND SOCIETY - Opening talk, Sergio P. Ratti DIOXIN IN MISSOURI - Armon F. Yanders DEMONSTRATION OF INNOVATIVE REMEDIAL ACTION TECHNOLOGIES AT UNITED STATES MILITARY DIOXIN CONTAMINATED SITES - Terry L. Stoddard TIMES BEACH DIOXIN RESEARCH FACTLY - Robert J. Schreiber E.P.A. RISK ASSESSMENT OF CHLORINATED DIBENZO-P-DIOXIN AND DIBENZOFURANS (CCDs/CDFs) - Donald G. Barnes, Patricia Roberts RECENT INTERNATIONAL COOPERATION IN EXCHANGE OF INFORMATION ON DIOXIN - Donald G. Barnes CHLORACNE AND THE AGENT ORAGE PROBLEM IN THE U.S.A. - B. Fischmann	pag. 3 pag. 11 pag. 23 pag. 41 pag. 51 pag. 63 pag. 69
Volume II - n. 1 15/9/1987	CONVEGNO SU "LA CONOSCENZA ATTUALE DELLA INTERAZIONE GRAVITA- ZIONALE" - MOTIVAZIONI DEL CONVEGNO - Sergio P. Ratti LA CONOSCENZA ATTUALE DELLA INTERAZIONE GRAVITAZIONALE: UN PROBLEMA APERTO - Sergio P. Ratti, Roberto Silvotti SVILUPPI RECENTI SULLA CONOSCENZA DELLA COSTANTE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE - Anna Grassi, Giuliano Strini LIMITI SPERIMENTALI SULLA MISURA DELL'ACCELERAZIONE DI GRAVITA' - Roberto Cassinis CONSEGUENZE SPERIMENTALI DELLA IPOTESI DI ESISTENZA DI UNA QUINTA INTERAZIONE - Fabrizio Massa VERIFICA DEL PRINCIPIO DI EQUITVALENZA E FORZE TRA PARTICELLE ELEMENTARI - Bruno Bertotti	pag. 3 pag. 5 pag. 19 pag. 31 pag. 43 pag. 81
Volume II - n. 2 10/12/1987	TRANSIZIONE LIQUIDO SOLIDO - Mario Tosi EQUAZIONI DI MAXWELL NEL VUOTO ED ELETTRODINAMICA QUANTISTICA - Emilio Zavattini	pag. 3 pag. 27
Volume III - n. 1 6/6/1988	METODI DI DILATAZIONE ANALITICA E RISONANZE IN SISTEMI QUANTISTICI NON RELATIVISTICI - Fausto Borgonovi CAMPO ELETTRICO ED EMISSIONI DA CARICHE IN UN MEZZO - Michele Spada SPETTROSCOPIA VIBRAZIONALE DI SUPERRETTICOLI SEMICONDUKTORI - Luciano Colombo SOLITONI IN FISICA NUCLEARE - Marco Radici ASPETTI NON LOCALI DEL COMPORTAMENTO QUANTISTICO - Oreste Nicrosini	pag. 1 pag. 13 pag. 29 pag. 51 pag. 83
Volume III - n. 2 4/7/1988	CARATTERIZZAZIONE OTTICA IN SITU DI FILMS SOTTILI - Alessandra Piaggi TRANSIZIONI DI WETTING - Tommaso Bellini FORZE A TRE CORPI NEI GAS RARI - Silvia Celi	pag. 1 pag. 23 pag. 49
Volume III - n. 3 15/12/1988	FLAVOUR PHYSICS - Luciano Maiani THE STANDARD ELECTROWEAK MODEL: PRESENT EXPERIMENTAL STATUS - Pierre Darrulat WHY BE EVEN-HANDED? - Martin M. Block LA FISICA DEI COLLIDER - Paolo Bagnaia, Fernanda Pastore	pag. 1 pag. 27 pag. 47 pag. 1
Volume IV - n. 1 6/4/1989	SOLAR WIND AND PHYSICS OF THE HELIOSPHERE - Bruno Coppi	pag. 2
Volume IV - n. 2 15/6/1989	THE IGNITOR PROJECT - Bruno Coppi, Francesco Pegoraro	pag. 32
Volume IV - n. 3 15/9/1989	SPETTROSCOPIA ELLISSOMETRICA NEI SOLIDI - Alessandra Piaggi UNA INTRODUZIONE AL SUPERCONDUCTING SUPERCOLLIDER - R. Diaferia FENOMENI DI TRASPORTO IN SISTEMI HAMILTONIANI - Fausto Borgonovi	pag. 3 pag. 23 pag. 49
Volume V - n. 1 15/3/1990	MULTI-BODIED PHASE SPACE - A NEW APPROACH - Martin M. Block SCATTERING BRILLOUIN RISONANTE - Cristina Bosio METODO DI RINORMALIZZAZIONE PER LO STUDIO DELLA STRUTTURA ELET- TRONICA DI SUPPERRETTICOLI - Saverio Moroni MECCANISMI DI CONDUCIBILITA' IONICA MEDIATI DA DIFETTI ESTRINSECI - IL CASO DEL QUARZO - Alberto Paleari STATISTICHE QUANTISTICHE ED INDISTINGUIBILITA' - Gianluca Introzzi	pag. 1 pag. 20 pag. 40 pag. 57 pag. 69
Volume V - n. 2 15/6/1990	FISICA DELLE ALTE ENERGIE ALLE KOAN FACTORIES - Renato Diaferia NEUTRONI FREDDI E NEUTRONI ULTRAFREDDI - Gianluca Raselli TRANSIZIONI ORDINE-DISORDINE NELLE DISPERSIONI COLLOIDALI - Paolo Di Trapani	pag. 1 pag. 15 pag. 51
Volume VI - n. 1 p. I - 11/10/1991	LE UNITA' DI MISURA DELLA RADIOPROTEZIONE - Sergio P. Ratti L'INCIDENTE NUCLEARE DI CHERNOBYL - Giuseppe Belli NORMATIVA E PRINCIPI DI RADIOPROTEZIONE - Argeo Benco APPENDICE 1 - Pubblicazioni I.C.R.P. - Argeo Benco APPENDICE 2a) - Il regime giuridico dell'impiego pacifico dell'energia nucleare APPENDICE 2b) - Elenco di provvedimenti di interesse per le attività di impiego pacifico dell'energia nucleare e delle radiazioni ionizzanti APPENDICE 2c) - Raccolta di Circolari Ministeriali relative all'utilizzazione delle sostanze radioattive e delle macchine radiogene APPENDICE 2d) - Raccolta di Circolari Ministeriali relative al trasporto delle sostanze radioattive RADIOATTIVITA' AMBIENTALE E RADIOECOLOGICA - Arrigo Cigna	pag. 1 pag. 7 pag. 17 pag. 56 pag. 59 pag. 64 pag. 78 pag. 85 pag. 87

	EFFETTI BIOLOGICI DELLE RADIAZIONI IONIZZANTI - Marco Caprotti	pag. 107
Volume VI - n. 1	MODELLO PREVISIONALE DELLA CONCENTRAZIONE DI $^{90}\text{Sr}$ , $^{134}\text{Cs}$ E $^{137}\text{Cs}$	
p. II - 11/10/1991	NELLA CATENA ALIMENTARE - Arrigo Cigna	pag. 117
	L'AMBIENTE E LA RADIOPROTEZIONE IN RELAZIONE AD INCIDENTI NUCLEARI - Arrigo Cigna	pag. 131
	INCIDENTE NUCLEARE "CHERNOBYL" E SUE RIPERCUSSIONI SULLA CATENA ALIMENTARE - R. Cazzaniga, G. Dominici, A. Malvicini, E. Sangalli	pag. 157
	PRIMA VALUTAZIONE DELL'IMPATTO RADIOLOGICO AMBIENTALE NELLA ZONA DI ISPRÀ IN RELAZIONE ALL'INCIDENTE NUCLEARE DI CHERNOBYL - Argeo Benco	pag. 177
	APPROCCIO FRATTALE ALLA DESCRIZIONE DELLA RADIOATTIVITA' IN ARIA IN ITALIA DOPO CHERNOBYL - Gianfausto Salvadori	pag. 201
Volume VII - n. 1	ELECTRON ENERGY LOSS SPECTROSCOPY - Marco Amiotti	pag. 1
15/3/1992	LIVELLI ELETTRONICI PROFONDI IN SEMICONDUTTORI E LORO CARATTERIZZAZIONE - Adele Sassella	pag. 35
	LA RICERCA DEL BOSONE DI HIGGS AI FUTURI ACCELERATORI - G. Montagna	pag. 57
	SIMMETRIA CHIRALE E TEOREMA DI GOLDBERGER-TREIMAN - Carlo Gobbi	pag. 81
Volume VII - n. 2	CRESCITA, CARATTERIZZAZIONE ED APPLICAZIONI DEI LANGMUIR-BLODGETT FILMS - Marco Amiotti	pag. 1
15/10/1992	LA CATODOLUMINESCENZA - Vittorio Bellani	pag. 35
	CORRELAZIONI ELETTRONICHE IN OSSIDI DI METALLI DI TRANSIZIONE - Luigi Sangaletti	pag. 63
Volume VIII - n. 1	TEORIA DELLE STRINGHE IN DIMENSIONE NON CRITICA - Alberto Vancheri	pag. 1
15/1/1993	ROTTURA ESPlicita E SPONTANEA DI SIMMETRIE CONTINUE GLOBALI NEL MODELLO STANDARD - Antonio Defendi	pag. 25
	APPLICAZIONI DELLA $\mu^+\text{SR}$ NELLA STRUTTURA DELLA MATERIA - P. Carretta	pag. 39
	EFFETTI FOTORIFRATTIVI IN CRISTALLI IONICI - Enrico Giulotto	pag. 75
Volume VIII - n. 2	L'UNITA' DELLA SCIENZA. IL CASO DELLA FISICA, OGGI - G. Salvini	pag. 1
15/4/1993	APPLICAZIONI DELLA $\mu^+\text{SR}$ NELLA STRUTTURA DELLA MATERIA - P. Carretta	pag. 37
	MODELLO A TETRAEDRI PER LA FUNZIONE DIELETTRICA DI SOLIDI AMORFI - A. Sassella	pag. 73
	INTRODUZIONE ALLE RETI NEURALI - C. Macchiavello	pag. 93
Volume VIII - n. 3	RPC: STATUS AND PERSPECTIVES - R. Santonico	pag. 1
15/6/93	PERFORMANCE OF E771 RPC MUON DETECTOR - E. Gorini (E771 Coll.)	pag. 13
	THE MUON TRIGGER HODOSCOPE OF THE BEAUTY HADRO-PRODUCTION EXPERIMENT WA92; PERFORMANCES AND PRELIMINARY RESULTS ON BEUTY MUONIC DECAYS - G. Martellotti, D. Orestano (Beatrice Coll.)	pag. 29
	THE RPC TRIGGER SYSTEM FOR THE L3 FORWARD BACKWARD MUON DETECTOR - S. Patricelli	pag. 37
	RESULTS FROM THE RD5 EXPERIMENT AT CERN - A. Di Ciaccio (RD5 Coll.)	pag. 45
	LEVEL 1 MUON TRIGGER IN THE ATLAS EXPERIMENT AT THE LARGE HADRON COLLIDER - A. Nisati (ATLAS Coll.)	pag. 61
	RPC BASED MUON TRIGGER FOR THE CMS DETECTOR AT LHC - G. Wrochna (CMS Coll.)	pag. 73
	AN RPC MUON SYSTEM FOR SDC AT SSCL - G. Introzzi (Pavia SDC Group)	pag. 83
	A MUON TRIGGER FOR LHB - R. Santacesaria	pag. 103
	MINI: A HORIZONTAL MUON TELESCOPE IMPLEMENTED WITH RESISTIVE PLATE CHAMBERS - G. Iaselli	pag. 115
	T&T: A NEW DESIGN FOR A FRONT-END TIME DIGITIZER ELECTRONICS	
	M. Ambrosio, G.C. Barbarino, A. Lauro, G. Osteria, G. Agnetta, O. Catalano, L. Scarsi, A. Lanza, G. Liguori, P. Torre	pag. 123
	ATMOSPHERIC AND ACCELERATOR NEUTRINO PHYSICS WITH RPCS IN THE SOUDAN 2 CAVERN - D.J.A. Cockerill	pag. 133
	STUDY OF THE CHARACTERISTICS OF RESISTIVE PLATE CHAMBERS IN THE RD5 EXPERIMENT - L. Pontecorvo (RD5 Coll.)	pag. 145
	OPERATION OF RESISTIVE PLATE CHAMBERS WITH PURE $\text{CF}_3\text{BR}$ - R. Cardarelli	pag. 159
	WLDC: A DRIFT CHAMBER WITH A PAD RPC FOR MUON DETECTION AT LHC	
	H. Faissner, Th. Moers, R. Priem, B. Razen, D. Rein, H. Reithler, D. Samm, R. Schleichert, H. Schwarhoff, H. Tuchscherer, H. Wagner	pag. 167
	GLASS ELECTRODE SPARK COUNTER - G. Bencivenni, G. Felici, E. Iacussa, C. Gustavino, M. D'Incecco	pag. 181
	RPC READOUT FOR PARTICLE ASTROPHYSICS - M. Bonori, U. Contino, F. Massa	pag. 193
	RESULTS OF TESTS OF PROTOTYPE RESISTIVE PLATE CHAMBERS - I. Crotty, J. Lamas Valverde, G. Laurenti, M.C.S. Williams, A. Zichichi	pag. 199
	GLASS ELECTRODES RPC: PERFORMANCE AND WORKING MODEL - M. Bonori, U. Contino, F. Massa	pag. 207
	FAST PARALLEL RPC READOUT SYSTEM - A. Lanza, G. Liguori, P. Torre, M. Ambrosio, G.C. Barbarino, M. Iacovacci, A. Lauro, G. Osteria, G. Agnetti, O. Catalano, L. Scarsi	pag. 219
	DATA ACQUISITION SYSTEMS DEVELOPED AT CAEN - F. Catarzi, C. Landi, G. Franchi, M. Lippi	pag. 225

Volume IX - n. 1 15/4/1994	RETICOLI DISORDINATI: IL MODELLO DI ANDERSON - R. Farchioni BREVE INTRODUZIONE ALLA TEORIA QUANTISTICA DELLA STIMA - M. Paris SUSY - M. Cacciari MASSE DEL QUARK TOP E DEL BOSONE DI HIGGS NEL MODELLO STANDARD - F. Piccinini	pag. 1 pag. 23 pag. 36 pag. 79
Volume IX - n. 2 15/11/94	DIELETTROFORESI: LIEVITAZIONE A CONTROLLO REAZIONATO - L. Laboranti PROPRIETÀ FISICHE DI CLUSTER METALLICI - V. Bellani APPLICAZIONI DI RETI NEURALI ALLA FISICA DELLE ALTE ENERGIE - P. Vitulo CRITTOGRAFIA QUANTISTICA - C. Macchiavello IL "PARADOSSO" DEI GEMELLI - M. Cacciari TRANSIZIONI DI FASE NEL PRIMO UNIVERSO - S. Rolli SULLA STABILITÀ DINAMICA DELLA BICICLETTA - M. Paris	pag. 1 pag. 18 pag. 47 pag. 64 pag. 77 pag. 102
Volume X - n. 1 15/3/95	FISICA DELLE INTERAZIONI FONDAMENTALI CON NEUTRONI FREDDI A. Guglielmi EFFETTO DELLA DISPERSIONE SPAZIALE SULL'ASSORBIMENTO ECCITONICO DEI CRISTALLI - G. Panzarini IL CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME IN MOVIMENTO IN UN MEZZO ISOTROPO - U. Bellotti	pag. 1 pag. 79 pag. 105
Volume X - n. 2 15/6/95	SPETTROSCOPIA VIBRAZIONALE A RISOLUZIONE TEMPORALE - P. Calvi IL CONTROLLO DEI SISTEMI CAOTICI - M. Maris ASPETTI SPERIMENTALI DELLA FISICA DEI MESONI B A LEP - L. Viola AN INTRODUCTION TO THE PERTURBATIVE QCD POMERON AND TO JET PHYSICS AT LARGE RAPIDITIES - V. Del Duca DIFFUSIONE DI LUCE DA SUPERFICI RUGOSE - M. Patrini	pag. 1 pag. 25 pag. 59 pag. 91 pag. 1
Volume X - n. 3 15/12/95	PRINCIPI E APPLICAZIONI DELLE SPETTROSCOPIE A DIFFRAZIONE DI ELETTRONI - L. Rossi IONI DI TERRE RARE IN SEMICONDUTTORI - E. Pavarini PERDITA DI ENERGIA PER IONIZZAZIONE - P. Montagna TOPICS IN RESISTIVE PLATE CHAMBERS - R. Santonico	pag. 25 pag. 49 pag. 85 pag. 1
Volume XI - n. 1 15/6/96	THE AVALANCHE TO STREAMER TRANSITION IN RPCS - R. Cardarelli, R. Santonico, V. Makeev A MODEL OF AVALANCHE TO STREAMER TRANSITION IN PPC/RPC DETECTORS - P. Fonte NEW DEVELOPMENTS OF RPC: SECONDARY ELECTRON EMISSION AND MICROSTRIP READOUT - E. Cerron Zeballos, I. Crotty, P. Fonte, D. Hatzifotiadou, J. Lamas Valverde, V. Peskov, M.C.S. Williams, A. Zichichi THE RPC SYSTEM FOR THE CMS EXPERIMENT AT LHC - G. Wrochna RPC TRIGGER DESIGN FOR THE FUTURE EXPERIMENT CMS - G. De Robertis, M. Gorski, M. Konecki, J. Krolikowski, I.M. Kudla, M. Lewandowski, F. Loddo, K. Pozniak, A. Ranieri, G. Wrochna THE LEVEL-1 MUON TRIGGER ALGORITHM OF THE ATLAS EXPERIMENT - A. Nisati RESISTIVE PLATE COUNTERS FOR THE BELLE DETECTOR AT KEKB - N. Morgan PRELIMINARY DESIGN OF THE BABAR DETECTOR FOR MUONS AND NEUTRAL HADRONS AT PEP II - N. Cavallo THE RPC FORWARD-BACKWARD TRIGGER SYSTEM OF THE L3 EXPERIMENT - P. Paolucci PERFORMANCES OF THE RPC TRIGGER SYSTEM IN THE L3 EXPERIMENT - R. De Asmundis USE OF RPC IN THE COVER PLASTEX EXPERIMENT - C. Agnetta, M. Ambrosio, C. Aramo, G.C. Barbarino, B. Biondo, O. Catalano, L. Colesanti, A. Erlykin, A. Lauro, A. Mangano A TEST OF THE ATLAS FIRST LEVEL MUON TRIGGER LOGIC - S. Veneziano CAEN ELECTRONICS FOR RESISTIVE PLATE CHAMBERS - A. Bigongiari, G. Franchi, G. Grieco, C. Landi, M. Lippi, F. Vivaldi TESTS OF RPC PROTOTYPES IN RD5 DURING 1994 RUNS - H. Czyrkowski, W. Dominik, J. Krolikowski, M. Lewandowski, Z. Mazur, M. Gorski, M. Szeptycka A TEST ON RESISTIVE PLATE CHAMBERS WITH NON OZONE DEPLETING FREON - M. Abbrescia, A. Colaleo, G. Iaselli, M. Maggi, B. Marangelli, S. Natali, S. Nuzzo, A. Ranieri, F. Romano, G. Gianini, G. Liguori, S.P. Ratti, P. Vitulo, M. Gorski STUDY OF ELECTRODE SURFACE TREATMENT EFFECTS ON BAKELITE RPCS PERFORMANCES - M. Abbrescia, A. Colaleo, G. Iaselli, M. Maggi, B. Marangelli, S. Natali, S. Nuzzo, A. Ranieri, F. Romano, V. Arena, G. Boca, G. Bonomi, G. Gianini, G. Liguori, M. Marchesotti, M. Merlo, C. Riccardi, L. Viola, P. Vitulo RESISTIVE PLATE CHAMBER PERFORMANCES AT GREAT ALTITUDES - M. Abbrescia, E. Bisceglie, G. Iaselli, S. Natali, F. Romano EFFECTS INDUCED BY DIFFERENT KINDS OF FREON ON THE RPC CHARGE ACCUMULATION - V. Arena, G. Boca, G. Bonomi, G. Gianini, G. Liguori, C. Riccardi, L. Viola, P. Vitulo TEST OF LOW GAS GAIN RPCs WITH OZONE AND NON OZONE DEPLETING GAS MIXTURES - A. Di Ciaccio POSITION MEASUREMENT IN RPCs BY TOF - G.H. Grayer	pag. 11 pag. 25 pag. 45 pag. 63 pag. 79 pag. 91 pag. 101 pag. 115 pag. 129 pag. 139 pag. 157 pag. 177 pag. 187 pag. 197 pag. 217 pag. 229 pag. 245 pag. 255 pag. 263 pag. 273

POSSIBLE USE OF RPCs IN THE MINOS EXPERIMENT - G.H. Grayer	pag. 279
RESISTIVITY MEASUREMENTS ON RPC MATERIALS - G.H. Grayer	pag. 285
WHAT HAVE WE LEARNED FROM A COMPARISON BETWEEN THE WIDE GAP AND NARROW GAP RESISTIVE PLATE CHAMBER - E. Cerron Zeballos, I. Crotty, D. Hatzifotiadou, J. Lamas Valverde, S. Neupane, V. Peskov, S. Singh, M.C.S. Williams, A. Zichichi	pag. 295
LATEST RESULTS ON THE PERFORMANCE OF THE WIDE GAP RPC - E. Cerron Zeballos, I. Crotty, D. Hatzifotiadou, J. Lamas Valverde, S. Neupane, V. Peskov, S. Singh, M.C.S. Williams, A. Zichichi	pag. 317
DEVELOPMENT OF RESISTIVE PLATE COUNTERS FOR THE PIERRE AUGER COSMIC RAY OBSERVATORY - P.O. Mazur	pag. 331
THIN GAP CHAMBER: PERFORMANCE AS A TIME AND POSITION MEASURING DEVICE - Y. Ari, E. Barberio, T. Emura, J. Goldberg, K. Homma, M. Ikeno, M. Imori, K. Ishii, H. Ishiwaki, T. Kawamoto, T. Kobayashi, D. Lefloch, L. Levinson, N. Lupu, G. Mikenberg, M. Miyake, K. Nagai, T. Nagano, I. Nakamura, M. Nomachi, M. Nozaki, S. Odaka, T.K. Ohsaka, O. Sasaki, H. Shirasu, H. Takeda, T. Takeshida, S. Tanaka, C. Yokoyama	pag. 349
RECENT STUDIES OF PARALLEL PLATE CHAMBERS FOR LHC EXPERIMENTS - A. Arefiev, G.L. Bencze, A. Bizzeti, E. Choumilov, C. Civinini, G. Dajkó, R. D'Alessandro, M.I. Josa, A. Malinin, M. Meschini, J. Molnár, V. Pojidaev, J.M. Salicio, F. Siklér, G. Vesztergombi	pag. 359
ABS PLASTIC RPCs - E. Ables, R. Bionta, H. Olson, L. Ott, E. Parker, D. Wright, C. Wuest	pag. 373
PERFORMANCES AND SIMULATION OF GLASS SPARK CHAMBERS - M. De Deo, M. D'Incecco, C. Gustavino, G. Bencivenni, G. Felici	pag. 387
R&D OF GLASS RPCs FOR THE BELLE DETECTOR - Y. Teramoto, A. Yamaguchi and Y. Hoshi	pag. 401
SOME RESULTS OF RESISTIVE PLATE COUNTER AND THE PROPOSAL TO TAU-CHARM FACTORY OF BEIJING - J.G. Bian, Y.B. Chen, H.G. Han, K.L. He, Y.Y. Jiang, X.L. Wang, Y.G. Xie, Y. Xu, C.S. Yang, G.A. Yang, Y. Yang, Z.T. Yu, J.Q. Zhang, Q.J. Zhang	pag. 419
THE FOCUS EXPERIMENT RPC MUON IDENTIFICATION ARRAY - P.D. Sheldon	pag. 437