



## INDICE

- 1 - DIFFUSIONE DI LUCE DA SUPERFICI RUGOSE - Maddalena Patrini pag. 1
- 2 - PRINCIPI E APPLICAZIONI DELLE SPETTROSCOPIE A  
DIFFRAZIONE DI ELETTRONI - Laura Rossi pag. 25
- 3 - IONI DI TERRE RARE IN SEMICONDUCTORI - Eva Pavarini pag. 49
- 4 - PERDITA DI ENERGIA PER IONIZZAZIONE - Paolo Montagna pag. 85

**Maddalena Patrini**

**Dipartimento di Fisica "Alessandro Volta"  
Università di Pavia  
e  
Istituto Nazionale per la Fisica della Materia**

**DIFFUSIONE DI LUCE DA SUPERFICI RUGOSE**

**Seminario tenuto il 18 novembre 1994**

## 1. Introduzione

La diffusione di luce causata dalla rugosità superficiale di materiali ed elementi ottici è generalmente un effetto indesiderato in misure di spettroscopia ottica atte a definire le proprietà dielettriche e strutturali di materiali massivi ed eterostrutture e costituisce una importante sorgente di perdita di luce in sistemi ottici studiati per prestazioni elevate. Essendo un effetto quasi sempre ineludibile, presente sia in materiali così come cresciuti, sia in materiali trattati, è molto utile comprendere l'origine ed effettuare una classificazione dei tipi di meccanismi di diffusione possibili; inoltre, è fondamentale istituire formalismi matematici e criteri per individuare le quantità fisiche che determinano la diffusione e le relazioni tra la struttura topografica della superficie di un materiale e la risposta ottica in un ampio intervallo spettrale. In tal modo, è possibile considerare in positivo l'effetto della diffusione di luce, proponendone la misura come base per una diagnostica non distruttiva, alternativa a quelle convenzionali (profilometria, microscopia ottica a scansione, microscopia elettronica), atta a determinare *in - situ* e *ex - situ* lo stato superficiale di un materiale.

La relazione esistente tra la diffusione di onde elettromagnetiche (o acustiche) per riflessione da parte di un mezzo e la topografia della sua superficie è in realtà argomento di studio in molti campi di interesse tecnologico; citiamo tra essi la diffusione di onde radio da superfici terrestri e marine per la realizzazione di radar, gli effetti di luce parassita in esperimenti ottici, le proprietà di adesione dei materiali. Per quanto riguarda la diffusione di luce, più che dati sperimentali, in passato sono stati sviluppati modelli teorici che, mediante approssimazioni, considerano una particolare struttura superficiale e ne prevedono la risposta ottica. Il processo reale ed inverso, cioè l'interpretazione di una misura ottica di una superficie di profilo più o meno incognito al fine di dedurne il tipo e le dimensioni delle irregolarità, rimane spesso un problema insoluto, a meno di utilizzare pesanti approssimazioni e modelli statistici. Solo in tempi recenti, alcuni studi sistematici sperimentali mediante la tecnica di scattering di luce laser (LLS), in parallelo a misure topografiche, sono stati correlati ad un for-

malismo interpretativo che ha permesso di ottenere informazioni sia qualitative sia quantitative sulla "bontà" ottica di una superficie. Particolare importanza ha assunto il monitoraggio *in-situ* ed in tempo reale, ed il conseguente possibile controllo della qualità superficiale, in connessione con la crescente richiesta di ottimizzare a livello micrometrico e submicrometrico eterostrutture per applicazioni nell'industria elettronica e optoelettronica.

## 2. Considerazioni generali

La grande varietà delle strutture superficiali che possono diffondere luce e dei conseguenti effetti che possono manifestarsi in un esperimento ottico rende necessaria una prima classificazione. La diffusione di luce da irregolarità superficiali può originare principalmente da tre tipi di strutture:

- 1) granuli, scanalature e crateri con dimensioni grandi rispetto alla lunghezza d'onda della luce incidente ( $\lambda$ );
- 2) irregolarità isolate, con dimensione confrontabile con  $\lambda$ ;
- 3) irregolarità di dimensioni piccole rispetto a  $\lambda$  e strettamente spaziate in modo tale da non poter essere trattate indipendentemente (microrugosità).

Una superficie reale può essere combinazione di due o tre di queste categorie e di ulteriori componenti casuali. E' da notare l'importanza decisiva assunta dalla lunghezza d'onda incidente nel determinare la reale struttura della superficie diffondente: è intuitivo pensare che una superficie microrugosa studiata con una data  $\lambda$ , appaia piana se sondata con una  $\lambda'$  molto maggiore. Su questo punto torneremo in particolare nel seguito (Fig.5).

I metodi dell'ottica geometrica sono applicabili solo quando l'ampiezza e le dimensioni laterali delle rugosità sono molto più grandi di  $\lambda$ , cosicché le loro facce piane possano essere considerate come speculari. Lo spettro di diffusione totale può essere calcolato come somma dei singoli contributi speculari, ma il metodo è difficilmente applicabile in pratica: trascura infatti la differente orientazione di queste facce ed i conseguenti effetti di interferenza, polarizzazione dei raggi incidenti ed ombreggiatura tra irregolarità vicine.

Nel seguito tratteremo il caso specifico delle microrugosità,

nel limite di superficie quasi-piana, cioè considerando le irregolarità come perturbazione di una superficie altrimenti ideale. E' interessante comunque ricordare brevemente due risultati storicamente importanti.

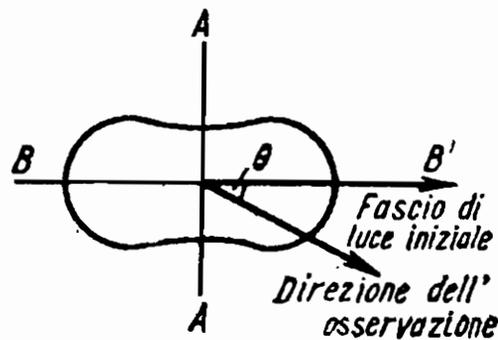
Il primo è la teoria formulata da Lord Rayleigh nella seconda metà del 1800 [1], che descrive gli aspetti fenomenologici della diffusione da particelle di tipo 3. Nel caso di un gas di indice di rifrazione  $n$  e con  $N$  particelle per unità di volume il coefficiente di estinzione di Rayleigh  $\rho$  ad una data  $\lambda$  è pari a:

$$\rho = \frac{32\pi^2}{3N\lambda^4}(n - 1)^2 \quad (1)$$

Il fattore  $\lambda^{-4}$  indica che l'intensità della luce diffusa diminuisce fortemente al crescere di  $\lambda$ : il più evidente esempio di questo fenomeno possono essere i colori del cielo nelle varie condizioni atmosferiche. Se il fascio incidente è non polarizzato, l'intensità della luce diffusa totale ad un dato angolo  $\theta$  è data da:

$$I_\theta = I_i(1 + \cos^2\theta) \quad (2)$$

dove  $I_i$  indica l'intensità di luce del fascio incidente. Si noti che l'intensità è simmetrica rispetto alla direzione della luce incidente e ad una retta ad esso perpendicolare (Fig.1).



*Fig.1 Indicatrice di diffusione da particelle di dimensioni piccole rispetto a  $\lambda$ .*

La curva che indica graficamente la distribuzione dell' intensità di luce diffusa in diverse direzioni è detta *indicatrice* di diffusione. L'indicatrice spaziale si ottiene per rotazione della curva attorno all'asse BB'. Si noti anche che la dispersione angolare non dipende da  $\lambda$ . La diffusione Rayleigh può essere osservata in solidi, liquidi e gas, usando luce di  $\lambda$  sufficientemente lontana dalle bande di assorbimento del materiale in esame. Le misure sperimentali della intensità diffusa risolte in angolo possono essere effettuate in un apparato molto semplice, ad esempio con sorgente e campione fissi ed un rivelatore posto in rotazione attorno alla posizione del campione, ed anche gli effetti di depolarizzazione possono essere controllati mediante appositi filtri posti lungo le direzioni incidente e riflessa.

Il secondo risultato che vogliamo ricordare è la teoria di Mie [2], che riguarda la diffusione di luce da parte di sistemi di particelle di dimensioni maggiori di  $\lambda$ . La luce diffusa da un punto di una particella generalmente interferisce con quella proveniente da un altro punto della superficie producendo la distorsione delle onde elementari incidenti, sviluppabile in serie di onde parziali con ampiezza decrescente al diminuire delle dimensioni della particella.

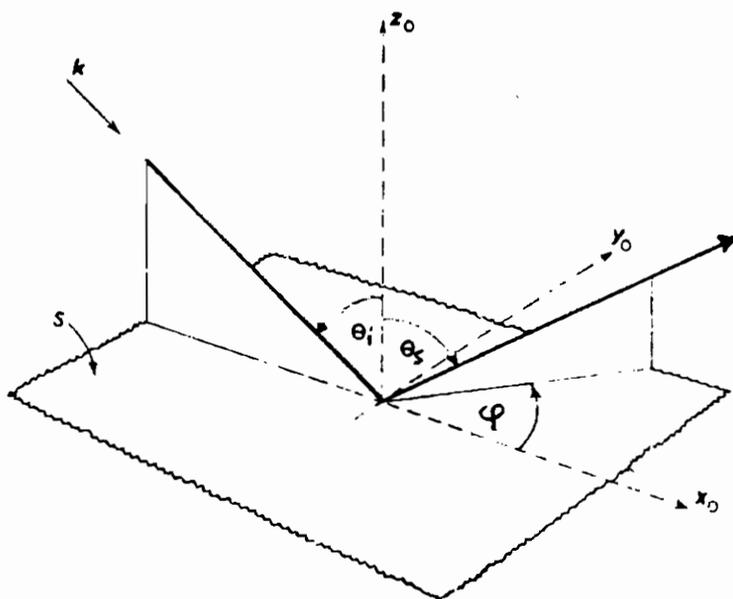
La teoria di Mie, di cui la diffusione Rayleigh è l'approssimazione al primo ordine, può rendere conto delle dimensioni, della forma e della costante dielettrica delle particelle diffondenti: ad esempio, una misura della dissimmetria, pari al rapporto delle intensità diffuse a due angoli diversi, può determinare la dimensione della particella, nota la forma. Come nel caso Rayleigh, l'intensità diffusa diminuisce al crescere di  $\lambda$ , ma la dipendenza è del tipo  $\lambda^{-1}$ . Il difetto principale di questa formulazione consiste nell'ipotizzare una superficie reale come formata da particelle di alta simmetria. Ricordiamo peraltro che questa teoria è utilizzata e sviluppata nello studio di depositi granulari su superfici metalliche [3]: ad esempio, misure di riflessione hanno dato evidenza di eccitazione di modo plasmonici superficiali attribuiti alla presenza di depositi regolari.

### 3. Microrugosità superficiali

Per un approccio teorico al caso delle microrugosità superficiali è necessario modellizzare la superficie tramite un profilo  $Z(x, y)$ , che sia deterministico (ad esempio una funzione periodica) o con irregolarità distribuite statisticamente, eventualmente anche variabile nel tempo.

Il sistema di riferimento per l'interazione onde-superficie è schematizzato in Fig.2. La direzione di propagazione delle onde e.m. è data dal vettore d'onda  $k$ , di modulo pari in vuoto a  $2\pi/\lambda$ . Il problema generale è la determinazione del campo diffuso per riflessione in una arbitraria direzione definita dagli angoli  $\theta_s$  e  $\phi_s$ .

La formulazione del problema è ristretta dalla assunzione di un'onda incidente piana e monocromatica e dalla ricerca di soluzioni solo nella zona di Fraunhofer, cioè lontano dalla superficie diffrangente.



*Fig.2 Sistema di riferimento per la diffusione di onde e.m. da parte di una superficie S.*

Un approccio teorico ha come punto di partenza l'equazione di Helmholtz che descrive il moto di un'onda in un mezzo omogeneo, di permittività dielettrica  $\epsilon$  e magnetica  $\mu$ , in assenza di sorgenti:

$$\nabla^2 \vec{E} + \mu\epsilon \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} = 0 \quad (3)$$

e dalla sua forma integrale nella equazione di Helmholtz-Kirchoff [4], che esprime la soluzione in ogni punto dello spazio a distanza  $r$  dall'origine, in termine dei valori della soluzione e delle sue derivate prime in tutti i punti P di una superficie chiusa arbitraria. Le espressioni scalare e vettoriale della equazione di Helmholtz-Kirchoff sono rispettivamente:

$$E(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_S E \frac{\delta}{\delta n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\delta E}{\delta n} dS \quad (4)$$

e:

$$\vec{E}(\vec{x}) = \int_S (\hat{n} \wedge \vec{B})G + (\hat{n} \wedge \vec{E}) \wedge \nabla G + (\hat{n} \cdot \vec{E})\nabla G da \quad (5)$$

dove  $S$  è la superficie scelta su cui integrare,  $n$  è la sua normale,  $s$  è la distanza di ogni punto P della superficie dal punto di osservazione, e  $G$  è una funzione di Green. Poste le opportune condizioni al contorno all'interfaccia tra due mezzi diversi, la diffusione risulta quindi determinata dalle proprietà dielettriche e magnetiche del materiale e dal profilo bidimensionale  $Z(x, y)$ .

La scelta della forma di onda piana soddisfa elegantemente il formalismo basato sulla equazione di Helmholtz-Kirchoff, in cui il campo superficiale è spesso assunto pari alla soluzione (anch'essa sovrapposizione lineare di onde piane) del corrispondente problema per la superficie perfettamente piana. Possibili correzioni a questa ipotesi sono da considerare nel caso in cui la luce incidente provenga da un fascio laser con forma di riga Gaussiana e quindi il campo incidente e riflesso siano dipendenti dalla posizione. Per assicurare che la distribuzione angolare della diffusione sia solo quantitativamente e non qualitativamente dissimile dal caso teorico di

onde piane, è importante verificare che la dimensione del fascio incidente sia molto maggiore di  $\lambda$  e delle irregolarità superficiali: ad esempio, ciò si verifica in un esperimento che utilizzi una  $\lambda$  nel visibile, con un fascio laser di qualche millimetro di diametro. L'ipotesi di monocromaticità è invece importante per evitare la sovrapposizione di spettri di diffusione dovuti a lunghezze d'onda differenti.

Nonostante ciò, la soluzione del problema è difficile, tranne che per una più specifica classe di superfici: quelle localmente perfettamente riflettenti e con un raggio di curvatura molto grande rispetto alla  $\lambda$  incidente, in cui è possibile applicare il metodo di Kirchoff [5].

Le teorie proposte in passato per la soluzione del campo diffuso possono essere divise in teorie cosiddette scalari e vettoriali. Le prime hanno come punto di partenza l' Eq.(4) ed includono anche la formulazione di DeSanto [6], descritta nella sezione 3.1, che in principio è valida per un profilo superficiale arbitrario. Le seconde [7,8] considerano la forma vettoriale della equazione di Helmholtz-Kirchoff (Eq.5) e si distinguono a seconda del metodo perturbativo, variazionale o numerico usato nella sua soluzione numerica.

### 3.1 Formalismo esatto

Il formalismo qui esposto è stato presentato da J.A. DeSanto per una arbitraria superficie rugosa monodimensionale: esso è puramente teorico ma vogliamo presentarlo in breve, essendo la diretta derivazione del teorema integrale di Helmholtz-Kirchoff ed il punto di avvio di ulteriori approcci specifici.

Come mostrato in Fig.3(a), si considera una superficie  $s(x)$  che separi due mezzi semi-infiniti  $V_1$  e  $V_2$  con differenti proprietà dielettriche; la componente  $y$  del campo incidente  $\Phi$ , del tipo onda piana, soddisfa nelle regioni di  $V_1$  e  $V_2$  l'equazione scalare di Helmholtz:

$$(\delta_x^2 + \delta_z^2 + k_1^2)\Phi_1(x, z) = 0 \quad (6(a))$$

$$(\delta_x^2 + \delta_z^2 + k_2^2)\Phi_2(x, z) = 0 \quad (6(b))$$

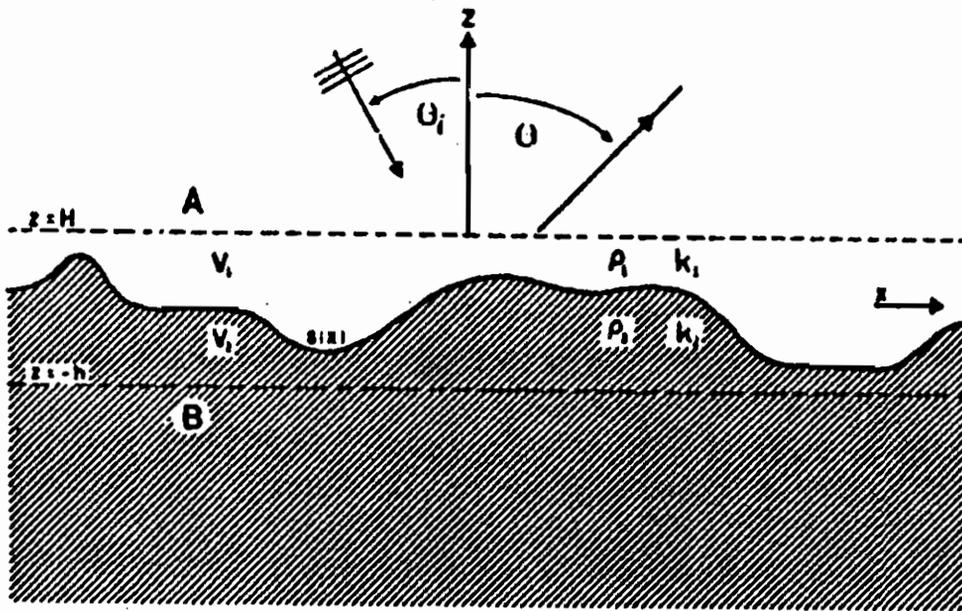


Fig.3(a) Geometria di diffusione da parte di una arbitraria superficie rugosa  $s(x)$  che separa due mezzi semi-infiniti  $V_1$  e  $V_2$  (da DeSanto, rif.[6]).

In entrambe le regioni si definiscono le funzioni d'onda di Bloch come somma di onde progressive o regressive ed evanescenti in  $x$ . Si considerano quindi le regioni spaziali A ( $z > H$ ) e B ( $z < -h$ ). Nella regione A l'Eq.6(a) ha soluzione esatta  $\Phi = \Phi_a$ , pari a:

$$\Phi_A(x, z) = D e^{ik_1(\alpha x - \beta z)} + \int_{-\infty}^{+\infty} A(\mu) e^{ik_1(\mu x - mz)} d\mu \quad (7)$$

con  $\alpha = \sin \theta$ ,  $\beta = \cos \theta$ ,  $\mu^2 + m^2 = 1$ , fisicamente corrispondente alla somma di campo incidente ed emergente dalla superficie. Nella regione B l'analoga soluzione della Eq.6(b) per il campo trasmesso è  $\Phi = \Phi_B$ , pari a:

$$\Phi_B(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(\rho) e^{ik_2(\rho x - qz)} d\rho \quad (8)$$

con  $p^2 + q^2 = 1$ .

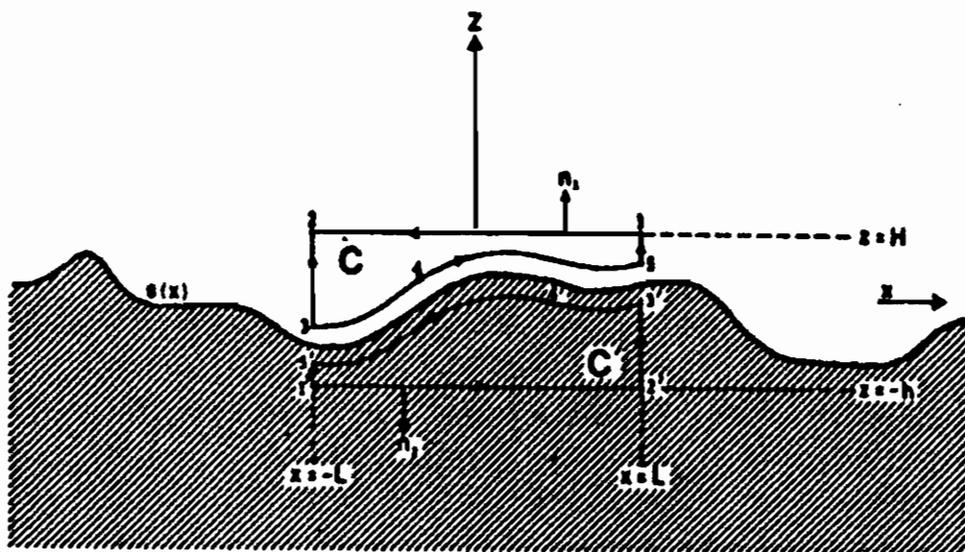


Fig.3(b) Contorni di integrazione per il teorema di Green (da DeSanto, rif.[6]).

A questo punto viene proposta l'applicazione del teorema di Green per individuare la rappresentazione delle ampiezze  $A(\mu)$  e  $B(\rho)$  e determinare quindi l'intensità di campo diffuso e trasmesso. Il teorema di Green è applicato in primo luogo al contorno esterno  $C$  (Fig.3(b)): data l'assenza di sorgenti si ha che la circuitazione del campo lungo il contorno è nulla. Al limite per  $L \rightarrow \infty$  i due contributi lungo i lati 12 e 345 danno la soluzione per  $A(\mu)$  pari a:

$$A(\mu) = \frac{k_1}{4\pi m} \int_{-\infty}^{+\infty} [m - \mu s'(x)] F_1(x) + N_1(x) e^{ik_1[(ms(x) - \mu x)]} dx \quad (9)$$

con:

$$F_1(x) = \phi_1[x, s(x)] \quad ik_1 N_1(x) dx = \frac{\delta}{\delta n_1} \phi_1[x, s(x)] d\tau. \quad (10)$$

In modo analogo, per calcolare il campo trasmesso si applica il teorema di Green al contorno  $C'$ , anch'esso privo di sorgenti. La soluzione per  $B(\rho)$  così ottenuta è:

$$B(\rho) = \frac{k_2}{4\pi q} \int_{-\infty}^{+\infty} [q + ps'(x)]F_2(x) + N_2(x)e^{ik_2[(qs(x)-px)]}dx \quad (11)$$

con  $F_1(x) = \epsilon_2/\epsilon_1 F_2(x)$  e  $N_1(x) = k_2/k_1 N_2(x)$ .

Il controllo dell'accuratezza delle soluzioni trovate è fornito dalle relazioni di conservazione della densità di energia. DeSanto conclude il proprio articolo affermando che il risultato può essere esteso a più dimensioni e ad un arbitrario campo incidente: dal punto di vista operativo esso richiede troppe approssimazioni per essere applicato a casi reali.

### 3.2 Formalismo perturbativo

La soluzione della equazione vettoriale di Helmholtz-Kirchoff, mediante un metodo variazionale al primo ordine [7,8], nel limite di superficie quasi-piana, fornisce l'intensità di luce diffusa nell'angolo solido  $d\omega_s$  nella direzione  $(\theta_s, \phi_s)$ :

$$dI = 4I_i k^4 \cos\theta_i \cos^2\theta_s QW(p, q) d\omega_s \quad (12)$$

dove  $I_i$  è l'intensità incidente,  $k^4$  è il fattore di Rayleigh,  $\theta_s$  e  $\phi_s$  sono gli angoli polare e azimutale del raggio diffuso misurati rispettivamente rispetto alla normale e al piano di incidenza della superficie considerata.  $Q$  è in generale una funzione complicata degli indici di rifrazione, degli angoli di incidenza e riflessione, degli stati iniziali e finali di polarizzazione, ma nel limite di piccoli angoli di diffusione, *i.e.* per  $\theta_i \cong \theta_s$  e  $\phi_s \cong 0$ , è semplicemente pari al coefficiente di riflessione di Fresnel  $R(\theta_i)$ .

$W(p, q)$  è la cosiddetta densità di potenza spettrale (PSD) e contiene tutte le informazioni disponibili sulla topografia superficiale, essendo legata al profilo bidimensionale di rugosità dalla relazione:

$$W(p, q) = \frac{1}{A} \left| \frac{1}{2\pi} \int dx \int dy e^{i(px+qy)} Z(x, y) \right|^2 \quad (13)$$

dove  $A$  è l'area della superficie considerata.  $W$  è quindi l'ampiezza quadratica media della trasformata di Fourier del profilo superficiale in funzione delle frequenze spaziali  $p$  e  $q$ , pari a:

$$p = k(\sin\theta_s \cos\phi_s - \sin\theta_i) \quad q = (\sin\theta_s \sin\phi_s). \quad (14)$$

La media effettuata sulla area sondata  $A$  si traduce praticamente in una richiesta per la configurazione angolare di misura:  $\lambda/D < \Delta/2 < \lambda/d$  dove  $D$  è il diametro dell'area sondata,  $\Delta$  è il diametro angolare della apertura del rivelatore e  $d$  è la distanza spaziale media tra irregolarità superficiali. In genere,  $D$  può essere dell'ordine di alcuni millimetri,  $d$  di alcuni micron e  $\Delta$  di decimi di grado.

Il punto essenziale di questo formalismo praticamente utilizzabile è che il limite di superficie piana, indipendentemente dalle teorie scalari o vettoriali considerate, coinvolge la topografia superficiale attraverso  $W(p, q)$  o sue espressioni matematiche equivalenti. Nel più semplice esempio di superficie anisotropa, un profilo a singola componente periodica con  $Z(x, y) \equiv Z(x) = a \cos(2\pi x/d)$ ,  $W(p, q) \equiv W_1(p)$  consiste di una coppia di immagini quasi puntiformi di diffrazione corrispondenti ai vettori di scattering  $p = \pm 2\pi/d$ ,  $q=0$  e di intensità proporzionale ad  $a^2$ . Nel caso limite opposto di superficie isotropa la PSD bidimensionale  $W(p, q) \equiv W_2$  è funzione solo della variabile  $r$ , dove  $r^2 = p^2 + q^2$ .

Nonostante la PSD contenga tutte le informazioni accessibili sulla diffusione da una superficie nel limite di microrugosità, è desiderabile misurare la qualità della superficie in termini di parametri superficiali più espliciti [9].

Per calcolare i parametri finali di interesse in una analisi sperimentale della microrugosità corrispondente ad un dato profilo superficiale  $Z(x, y)$  è utile innanzitutto definire ulteriori quantità statistiche al secondo e terzo ordine a partire dalla PSD, come illustrato schematicamente in Fig.4. Al secondo ordine delle proprietà statistiche, vengono definite le PSD mono e bi-dimensionali  $W_1$  e  $W_2$ , e la funzione di autocovarianza spettrale  $C(\tau)$ .

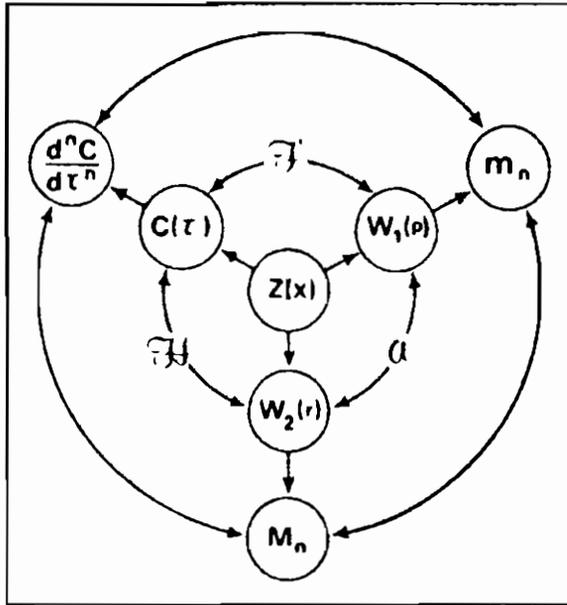


Fig.4 Schema delle relazioni matematiche esistenti tra il profilo superficiale  $Z(x,y)$  e le funzioni statistiche connesse, al secondo e terzo ordine.

Queste tre quantità sono legate tra loro da trasformate di Abel ( $\mathcal{A}$ ), Hankel ( $\mathcal{H}$ ) e Fourier ( $\mathcal{F}$ ), rispettivamente. Al terzo ordine, rappresentato nel circolo più esterno, possono essere estratti: i momenti centrali della  $W_1(p)$  ( $m_n$ ), i momenti radiali della  $W_2(r)$  ( $M_n$ ) e le derivate n-esime della funzione di autocovarianza spettrale.

Tra i parametri fisici finali che caratterizzano la superficie quelli che si propongono come naturali candidati per definire il profilo medio sono: l'altezza  $s$ , la pendenza  $m$  e la curvatura  $c$  quadratiche medie. Essi sono calcolabili nel caso unidimensionale rispettivamente come radice quadrata di  $m_0$ ,  $m_2$  e  $m_4$ . La lunghezza d'onda media trasversa  $d$ , definita come la distanza media tra una irregolarità e la seguente, è invece esprimibile come:

$$d = 2\pi(m_0/m_2)^{1/2} = 2\pi s/m \quad (15)$$

mentre un parametro di forma adimensionale  $f$  è dato da:

$$f = m_0 m_4 / m_2 = (sc/m_2)^2. \quad (16)$$

E' conveniente anche definire una versione adimensionale della varianza in altezza delle irregolarità, chiamata diffusione integrale totale (TIS) e legata al momento di ordine zero  $m_0$  della PSD essendo pari a  $4k^2 m_0 = (2ks)^2$ .

Mentre la PSD è una quantità derivabile indipendentemente dal modello teorico adottato, i parametri finali superficiali non sono intrinseci, ma dipendono, con sensibilità variabile, dai limiti spettrali dettati dalla misura sperimentale.

Nel caso di un profilo superficiale unidimensionale e periodico  $Z(x) = a \sin(2\pi x/d)$  e nel limite di superficie quasi piana ( $(ka)^2 \ll 1$ ), la posizione delle linee di diffrazione è determinata dalla usuale regola  $\sin\theta_s = \sin\theta_i + \lambda/d$ , mentre l'intensità di ogni linea di diffrazione è circa  $(kac\cos\theta_i)^2$ . Questo semplice risultato illustra due punti importanti: l'intensità della luce diffusa è determinata essenzialmente da  $a$ , mentre la sua dispersione spaziale è determinata dall'inverso di  $d$ .

In Figura 5 è mostrato l'andamento delle regioni di  $(ka)^2$  costante in funzione di  $a$  e  $\lambda$ . Il limite di superficie quasi-piana è da considerarsi valido nella regione tratteggiata, per  $(ks)^2 < 10^{-2}$ . L'ampiezza verticale delle microrugosità non deve quindi superare rispettivamente 100 Å alle lunghezze d'onda di un laser HeNe e 0.17  $\mu m$  a quelle di un laser a CO<sub>2</sub>. Inoltre, in Figura 6 è mostrato l'intervallo di distanze  $d$  che contribuisce alla diffusione tra 0.5° e 90°, dato un fascio di luce incidente normalmente alla superficie. Nel caso di una sorgente HeNe l'intervallo spazia da 0.6 a 72.5  $\mu m$ , mentre per una sorgente a CO<sub>2</sub> varia da 10.6  $\mu m$  a 1.2 mm.

E' quindi importante ribadire che i parametri finali si riferiscono in maniera esatta solamente alla limitata banda di lunghezze d'onda che contribuiscono alle proprietà funzionali misurate. Nel caso di una misura di diffusione,  $\lambda$  piccole tanto da diffondere ad angoli superiori a 90° o grandi tanto da diffondere all'interno del cono di riflessione speculare, sono irrilevate. In ogni caso, le lunghezze d'onda non osservabili rimangono escluse dai parametri finali che predicono le proprietà reali della superficie in esame. Inoltre, dato che la lunghezza  $d$  che corrisponde

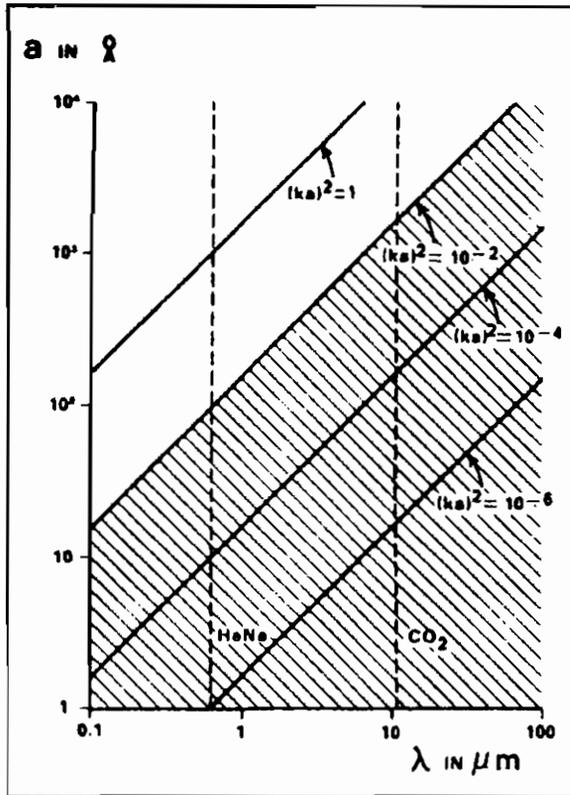
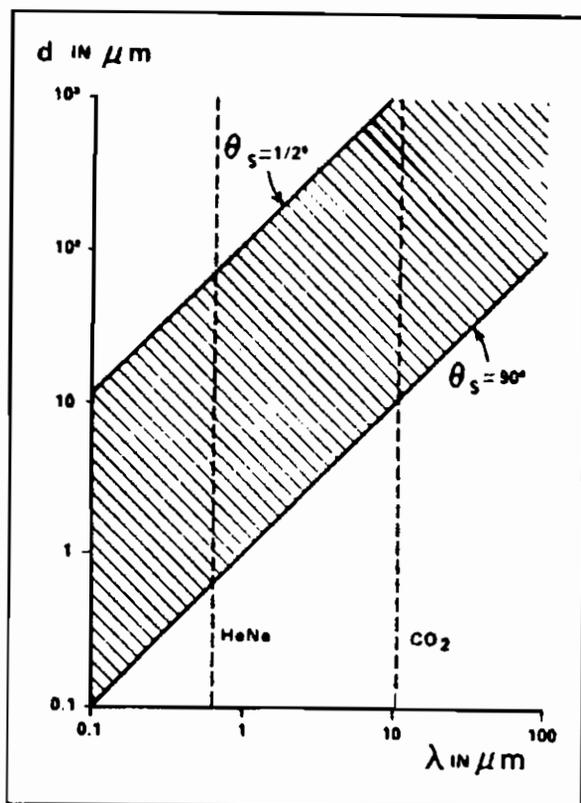


Fig.5 Linee a  $(ka)^2$  costante in funzione di  $a$  e  $\lambda$ . L'area tratteggiata indica la regione di validità della approssimazione di superficie quasi-piana.

ad un dato angolo di diffusione dipende dalla  $\lambda$  incidente, i parametri finali che descrivono la superficie ad una  $\lambda$  di sonda differiscono da quelli determinati mediante una  $\lambda'$  diversa.

Parametri "finali" quindi significa non intrinseci, ma dipendenti dalla sorgente e dall'esperimento effettuato. Esistono diversi modi per minimizzare la limitazione dovuta alla larghezza di banda spettrale, tra cui l'estendere la misura di PSD ad un intervallo spettrale più ampio tramite estrapolazioni, vedere nella PSD misurata la composizione di una PSD vera e di un presunto contributo aggiuntivo e ritrasformare per la PSD vera, oppure combinare diverse misure ottenute in diverse condizioni sperimentali.



*Fig.6 Grafico della spaziatura media tra irregolarità  $d$  vs  $\lambda$ . L'area tratteggiata indica l'intervallo di  $d$  che danno luogo a diffusione di un fascio iniziale ad incidenza normale in direzioni comprese tra gli angoli indicati.*

#### 4. Il Laser Light Scattering

La PSD di una superficie può essere determinata sperimentalmente in due modi: misurando la diffusione di luce oppure il profilo superficiale mediante interferometria, microscopia o profilometria a stilo. Il primo metodo ha l'indubbio vantaggio di effettuare automaticamente una mappa estesa, mentre la misura profilometrica è essenzialmente unidimensionale e richiede generalmente tracce multiple per determinare effetti di anisotropia.

## 4.1 Esempi di applicazione

In letteratura si trovano, fino agli anni '90, pochi lavori sperimentali, se non da parte degli stessi autori che hanno esposto il formalismo pratico sopraindicato. In un lavoro del 1977 Churh *etal.* [10] presentano il primo studio sistematico di microrugosità superficiali di campioni di rame trattati meccanicamente per renderne la superficie otticamente "perfetta". L'apparato sperimentale è essenzialmente costituito da un laser come sorgente, da un sistema ad orientamento variabile per il campione, da un fotomoltiplicatore come rivelatore e da un opportuno sistema di raccolta dei dati. Esso ha permesso di distinguere ed analizzare quantitativamente le componenti periodiche, sia monodimensionali sia bidimensionali, sia quelle casuali della microrugosità. Se le componenti periodiche di rugosità possono essere attribuite alle tracce lasciate sulla superficie del campione dalla lucidatura meccanica, anche le irregolarità indotte su materiali esposti a trattamenti termici e chimici possono essere analogamente studiate.

Dopo essere stata usata come metodo per visualizzare la morfologia superficiale, la tecnica di LLS ha recentemente raggiunto risultati più quantitativi ed è stata applicata allo studio dei processi di crescita dei materiali più interessanti per la moderna tecnologia elettronica ed optoelettronica, cioè il silicio ed i composti semiconduttori dei gruppi III-V.

Pidduck *etal.* [11] hanno utilizzato questa tecnica per controllare il processo di crescita del silicio mediante Deposizione Chimica da fase Vapore (CVD), fornendo un utile confronto tra misure di LLS *in situ* a geometria fissa e quelle *ex situ* risolte in angolo (ARLS). Nelle seconde, esplorando l'intervallo di angoli  $\theta_s = \theta_i - \theta$  con  $-\pi/4 < \theta < \pi/4$  a  $\phi$  costante, l'intervallo di ampiezze spaziali di rugosità periodiche sondato è  $0.25-5 \mu m$ , mentre nelle prime la geometria fissa del sistema implica alta sensibilità a distanze  $d$  di circa  $0.6 \mu m$ . La sensibilità in profondità dichiarata dipende dal tipo di rugosità presente: è di monostrati atomici per componenti di rugosità periodiche, di qualche nanometro per rugosità dispersa. Il risultati di ARLS sono dichiarati in buon accordo con quelli misurati mediante microscopia ottica a scansione e microscopia elettronica in trasmissione (TEM).

Altri risultati recentemente ottenuti sono stati: lo studio della soglia di formazione di precipitati di gallio nella omoepitassia di GaAs, con la identificazione della soglia di saturazione del ricoprimento superficiale [12]; lo studio della miscibilità di reagenti in crescita epitassiale da fasci molecolari (MBE), mediante l'osservazione di formazione di particelle in funzione della temperatura di preazione [13].

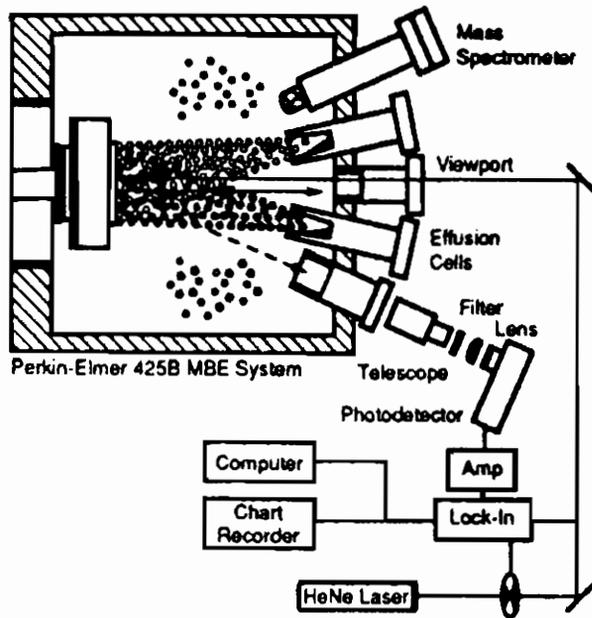
Nel prossimo paragrafo vogliamo dare risalto ad uno dei più recenti ed interessanti risultati, ottenuto da Celi *et al.* [14,15], in cui si è riusciti a determinare lo spessore critico di strati epitassiali di  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  cresciuto su GaAs sfruttando la connessione tra rugosità superficiale e dislocazioni da disadattamento reticolare.

## 4.2 Un esempio di diagnostica in - situ

In Fig.7 è mostrato un apparato MBE modificato dall'inserimento di uno spettrometro di massa e di un'ottica per rilevamento di luce diffusa con una apertura angolare di  $23^\circ$ . Come sorgente di luce non polarizzata viene utilizzato un laser HeNe con  $\lambda=543$  nm e potenza 0.5 mW, modulato a 1kHz, ad incidenza normale sul campione. In uscita, il segnale dal fotomoltiplicatore viene inviato ad un amplificatore a lock-in e quindi registrato. Finestre periscopiche provvedono ad evitare la deposizione di reagenti sulle finestre ottiche.

La sequenza adottata nella crescita, insieme alla corrispondente intensità del segnale LLS, è mostrata schematicamente in Fig.8. La linea solida si riferisce ad una sequenza normale, quella tratteggiata ad una sequenza con condensazione di arsenico iniziale: quest'ultima ha l'effetto evidente di produrre un aumento dell'intensità diffusa, ma non sembra cambiare la soglia delle strutture significative.

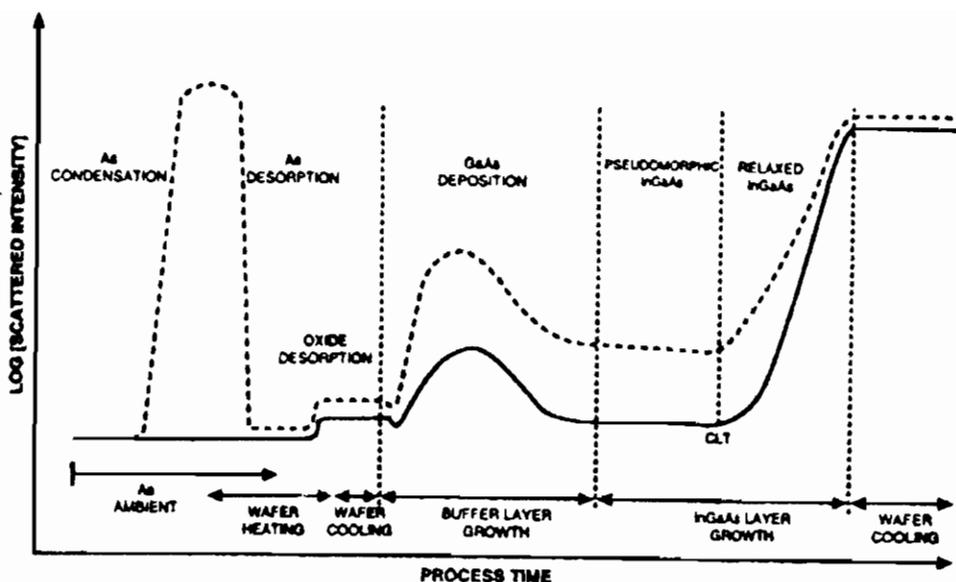
Il desorbimento dell'ossido nativo dal substrato produce solitamente una leggera crescita del segnale di LLS, coincidente con il picco di  $m/e$  pari a 156 (proprio di molecole  $\text{Ga}_2\text{O}$ ) nello spettro di massa, dovuto alle irregolarità lasciate dall'evaporazione di molecole di ossido.



*Fig.7 Schema di un apparato MBE modificato per consentire misure in - situ di spettrometria di massa e diffusione di luce laser.*

A causa del processo inverso, cioè lo smussamento di queste irregolarità, il segnale di LLS decresce all'inizio della crescita del buffer di GaAs fino a 20 nm di crescita, raggiunge un massimo corrispondente allo spessore di 100 nm, per poi decrescere. In concomitanza, mediante complementari misure di Microscopia a Forza Atomica (AFM) si osserva un aumento della anisotropia, attribuita ad ondulazioni allineate in direzione  $(01\bar{1})$  con un periodo di  $\simeq 0.5\mu m$ .

Si noti che una profonda modifica superficiale, qual è il desorbimento di ossido, produce un lieve aumento nel segnale di LLS, mentre la crescita del buffer di GaAs ha un effetto molto maggiore. Questa è una tipica conseguenza della limitazione di banda spettrale: la geometria del sistema (come spiegato in precedenza) è infatti molto sensibile a lunghezze di correlazione dell'ordine di  $0.7\mu m$ , coincidenti con la periodicità delle ondulazioni del GaAs.



*Fig.8 Schema del processo di crescita di InGaAs/GaAs con il corrispondente segnale LLS. La linea solida indica in processo usuale, quella tratteggiata l'effetto di condensazione di As iniziale.*

Come risultato dell'inizio della crescita della lega InGaAs si osserva una leggera diminuzione prima di una rapida crescita nell'intensità del segnale (Fig.9). Lo spigolo di salita si sposta verso spessori minori al crescere della composizione  $x$  di indio nella lega, quasi scomparendo per  $x > 0.25$ . Esso coincide con l'inizio della formazione di dislocazioni da disadattamento reticolare nel momento in cui lo spessore del composto InGaAs eccede lo spessore critico  $d_c$ : in effetti  $d_c$  decresce al crescere di  $x$  dato il più alto disadattamento reticolare con il substrato di GaAs. I valori determinati per lo spessore critico sono superiori a quelli previsti dal modello di Matthews-Blakeslee [16], in accordo con altri risultati sperimentali da TEM e fotoluminescenza: la correlazione con le misure TEM ha mostrato che il limite di sensibilità della misura di LLS alle dislocazioni è di  $10^4 \text{ cm}^{-1}$ .

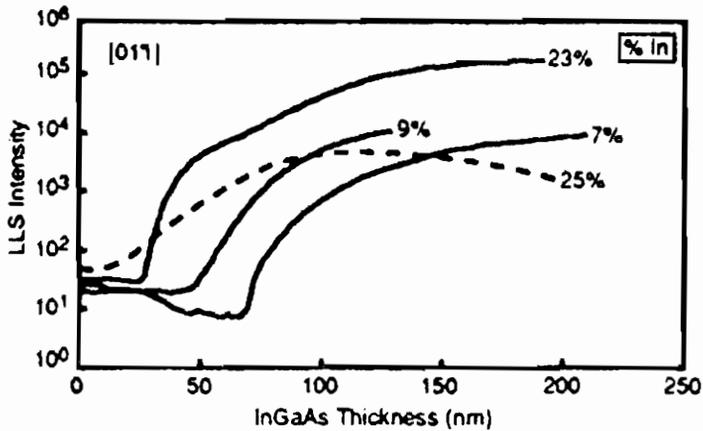


Fig.9 Spettri di LLS per quattro campioni di  $In_xGa_{1-x}As/GaAs$  con differente concentrazione  $x$  di indio.

Un'altra interessante misura è stata effettuata mediante lo stesso apparato sfruttando la rotazione azimutale  $\phi$  del campione attorno alla normale al substrato (in direzione 100), come mostrato in Fig.10. Gli spettri di LLS in funzione di  $\phi$  sono mostrati in Fig.11 per due campioni con concentrazione di indio pari rispettivamente a  $x=0.07$  e  $0.25$ . Il primo spettro è altamente anisotropo con quattro strutture, di cui due più intense corrispondenti a  $\phi=90^\circ$  e  $270^\circ$ , e altre due corrispondenti a  $\phi=0^\circ$  e  $180^\circ$ . Esse sono attribuite a diffusione di luce da parte di dislocazioni, le prime di tipo  $\alpha$  formate in direzione  $(01-1)$ , le seconde di tipo  $\beta$  in direzione  $(01\bar{1})$ . Questo è il tipico spettro misurato su campioni con  $x < 0.25$ , mentre per concentrazioni superiori lo spettro è più isotropo e con massimi non corrispondenti alle direzioni cristalline sopra evidenziate. Questa essenziale differenza viene attribuita dagli autori, in correlazione a misure di AFM e TEM, ad un tipo di crescita strato per strato bidimensionale per le basse concentrazioni, e ad una crescita ad isole tridimensionale per concentrazioni alte. Un possibile contributo di fondo additivo per tutti i campioni potrebbe derivare dal fatto che data la profondità di penetrazione della luce laser usata (200 nm) non è da escludere un contributo al segnale proveniente da dislocazioni all'interfaccia tra InGaAs e GaAs di buffer.

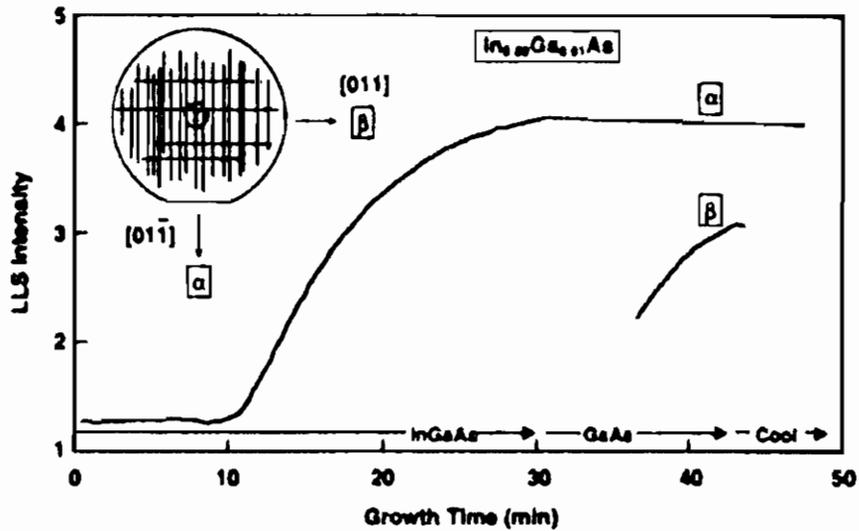


Fig.10 Spettri di LLS dovuti a dislocazioni di tipo  $\alpha$  e  $\beta$  (orientate come indicato) formatesi durante la crescita di  $In_xGa_{1-x}As$  su  $GaAs$  e di un overstrato di  $GaAs$ .

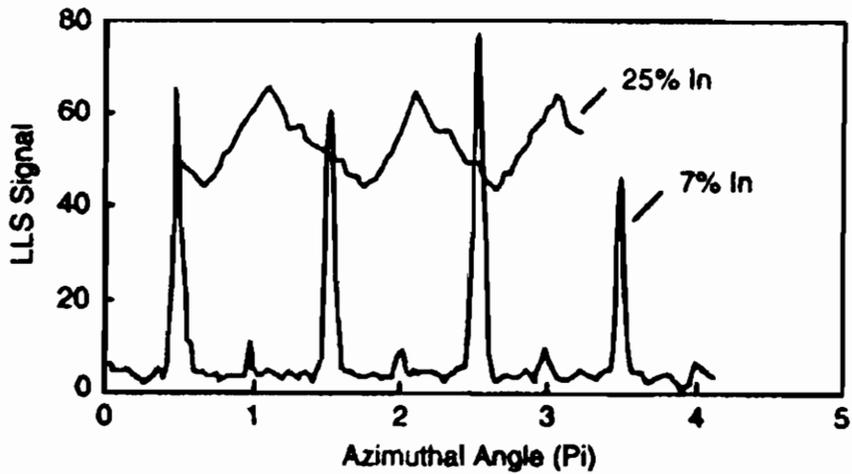


Fig.11 Spettri di LLS per due campioni di  $In_xGa_{1-x}As/GaAs$  con differente concentrazione  $x$  di indio, in funzione dell'angolo di rotazione azimutale  $\phi$ .

In Fig.10 sono anche mostrati gli spettri di LLS raccolti nelle direzioni fisse delle dislocazioni  $\alpha$  e  $\beta$ , in funzione del tempo di crescita. Si noti che il segnale in direzione  $\alpha$  rimane costante per i primi 10 minuti di crescita di InGaAs per poi crescere in maniera consistente, indicando che il processo di rilassamento tramite dislocazioni è dinamico nella scala di tempi considerata; si noti inoltre che il segnale in direzione  $\beta$  aumenta, come il precedente, anche durante la crescita di uno strato superficiale di GaAs, ma la densità di dislocazioni di tipo  $\beta$  rimane sempre inferiore a quella delle dislocazioni di tipo  $\alpha$ .

## Conclusioni

La diffusione di luce da parte di microrugosità superficiali può costituire la base sia per la caratterizzazione della qualità ottica di materiali, sia per il monitoraggio ed il controllo dei meccanismi di crescita, del rilassamento reticolare e della dinamica di formazione delle dislocazioni. Sono infatti disponibili tecniche sperimentali, quali la diffusione di luce laser, e formalismi matematici che, al primo ordine in un metodo perturbativo, traducono le quantità misurate sperimentalmente in parametri reali di struttura superficiale. Futuri sviluppi delle tecniche ottiche per la misura di luce diffusa possono avere grande rilievo per applicazioni *in situ*, in connessione alle varie tecniche di crescita, ed *ex situ* in alternativa alle più classiche tecniche microscopiche e nello studio di effetti da trattamenti termici e chimici, da invecchiamento e da danneggiamento.

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

1. Lord Rayleigh, *Phil. Mag.* **41**, 107-20 and 274-9 (1871).
2. G. Mie, *Ann. Physik* **25**, 377 (1908).
3. G. Rasigni et al., *Phys. Rev. B* **12**, 1121 (1975).
4. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, (1991).
5. P. Beckmann, *Progress in Optics*, vol. VI, p. 53 (1967)
6. J. A. DeSanto, *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 2202 (1985).
7. J.M. Elson, *Phys. Rev. B* **30**, 5460 (1984).
8. A. Maradudin et al., *Phys. Rev. B* **11**, 1392 (1975).
9. E.L. Church et al., *Opt. Eng.* **18**, 125 (1979).
10. E.L. Church et al., *Opt. Eng.* **16**, 360 (1977).
11. A.J. Pidduck et al., *J. Electrochem. Soc.* **136**, 3083 (1989).
12. Y. Horikoshi et al., *J. Cryst. Growth* **105**, 326 (1990).
13. B. Ni et al., *MRS Proc. Vol.* **324**, p.133 (1993).
14. F.G. Celii et al., *J. Vac. Sci. Technol. B* **11**, 1014 (1993).
15. F.G. Celii et al., *J. Vac. Sci. Techol. A* **11**, 1706 (1993).
16. J.W. Matthews and A.E. Blakeslee, *J. Cryst. Growth* **27**, 118 (1974).

**Laura Rossi**

**Dipartimento di Fisica "Alessandro Volta"  
Università di Pavia  
e  
Istituto Nazionale per la Fisica della Materia**

**PRINCIPI E APPLICAZIONI  
DELLE SPETTROSCOPIE A DIFFRAZIONE DI ELETTRONI**

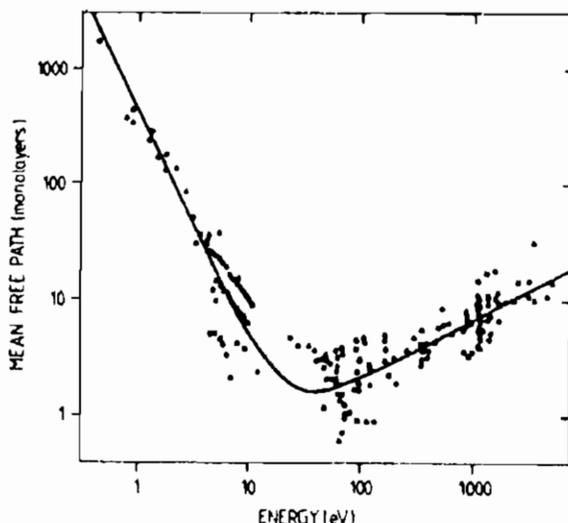
**Seminario tenuto il 18 novembre 1994**

## Introduzione

La fisica delle superfici rappresenta, dall'avvento delle tecniche di ultra alto vuoto (UHV), un'importante filone della fisica dello stato solido. In condizioni di UHV ( $p \leq 10^{-7}$  Torr) è infatti possibile preparare campioni con superfici pulite, studiarne le proprietà strutturali, cioè la composizione chimica e l'arrangiamento superficiale degli atomi, ed esaminarne le proprietà meccaniche, elettroniche e chimiche.

Le proprietà di una superficie (cioè dei primi strati atomici di un solido) sono infatti molto differenti da quelle di un materiale massivo. Lo studio della fisica della superficie ha un grosso interesse fondamentale poiché molti fenomeni e molte tecniche sperimentali (per esempio l'effetto Hall quantistico, la fisica delle nanoparticelle e la spettroscopia di fotoemissione per investigare la struttura a bande di un solido) non possono essere trattati esaustivamente senza una profonda conoscenza degli effetti di superficie e di interfaccia. Lo studio delle proprietà delle superfici e delle interfacce ha anche un rilevante interesse tecnologico per le applicazioni nel campo della microelettronica, della catalisi e dei processi di corrosione. Tra le tecniche più comunemente usate per l'analisi strutturale delle superfici vi sono le tecniche a diffrazione di elettroni: la low energy electron diffraction (LEED) e la reflection high energy electron diffraction (RHEED). Gli elettroni hanno, infatti, un basso potere di penetrazione nei solidi a causa

della loro alta sezione d'urto di scattering (al contrario, per esempio, dei raggi X). In Fig. 1 è illustrata la dipendenza del libero cammino medio di un elettrone in un solido in funzione della sua energia. Per elettroni di bassa energia (20-500 eV) la lunghezza di penetrazione è dell'ordine di qualche Å.



**Fig. 1** Libero cammino medio degli elettroni in un solido in funzione della loro energia; sono riportati dati per una grande varietà di materiali. La dipendenza quasi-universale per un grande numero di materiali è dovuta al fatto che il principale meccanismo di interazione tra gli elettroni e il solido è l'eccitazione di onde di plasmoni la cui energia è determinata dalla densità di elettroni nel solido[1].

La tecnica LEED viene utilizzata come tecnica standard di analisi strutturale delle superfici o dei monostrati atomici ottenuti con apparati per crescita epitassiale tipo molecular beam epitaxy (MBE) o metal organic chemical vapor deposition (MOCVD) e come tecnica di analisi di superfici pulite o con strati ordinati di atomi adsorbiti. Dall'analisi delle figure di diffrazione degli elettroni scatterati elasticamente è possibile risalire all'arrangiamento superficiale degli atomi, cioè alla dimensione e alla forma della cella unitaria superficiale. Tale analisi può essere attuata utilizzando i criteri interpretativi della teoria cinematica della diffrazione, in modo analogo alla diffrattometria a raggi X.

L'interpretazione teorica della dipendenza della intensità  $I$  dei

picchi di diffrazione di Bragg dalla energia degli elettroni incidenti è, invece, molto più complessa e necessita il ricorso alla teoria dinamica della diffrazione. La teoria dinamica tiene conto del fatto che gli elettroni interagiscono fortemente con gli atomi del reticolo ed hanno quindi una alta probabilità di subire scattering multipli o scattering anelastici. Le curve I-V (V potenziale applicato agli elettroni), calcolate con modelli teorici che contengono come dato in ingresso la disposizione degli atomi all'interno della cella unitaria bidimensionale (2D) della superficie, vengono confrontate con le curve sperimentali. Il fit migliore dà la reale disposizione degli atomi della superficie.

Tramite la tecnica RHEED, invece, si può operare in riflessione ad angoli di incidenza ridotti. Ciò consente il suo utilizzo in apparati di crescita epitassiale per diagnostica strutturale *in situ* e per il controllo monostato per monostato della crescita. L'intensità dei picchi di diffrazione RHEED oscilla nel tempo solo se la crescita avviene strato atomico per strato atomico.

Le tecniche a diffrazione di elettroni offrono il vantaggio della immediatezza con cui si possono ricavare informazioni sulla struttura di una superficie. Tramite tecniche di acquisizione veloce (DATALEED) è possibile determinare l'intensità integrale di un picco LEED ad una particolare energia in 20 ms ed una intera curva I-V in  $\sim 10$  s. Gli svantaggi sono a) che devono essere utilizzate in condizioni di UHV, b) che possono essere distruttive su strati di atomi adsorbiti e su superfici di semiconduttori, c) che richiedono una lunga e difficile rielaborazione dei dati. Con i moderni apparati LEED è possibile fare diagnostica superficiale anche di semiconduttori, poiché le correnti del fascio primario sono state ridotte a  $\sim 10^{-10}$  A.

Nel primo paragrafo viene presentata la teoria cinematica della diffrazione; nel secondo si illustrano i diversi apparati sperimentali oggi disponibili per realizzare misure di LEED di cui si presentano alcuni esempi che vengono discussi sia nell'ambito della teoria cinematica (interpretazione delle figure di diffrazione) che

della teoria dinamica (interpretazione di curve I-V); nel terzo paragrafo si descrive la tecnica RHEED e si esemplificano le sue più diffuse applicazioni nell'ambito della diagnostica di crescita in apparati per crescita epitassiale.

### Teoria cinematica della diffrazione

La teoria cinematica della diffrazione descrive lo scattering di particelle monoenergetiche da parte di una superficie cristallina ipotizzando che si verifichino solo eventi di scattering singolo. Vengono in tal modo trascurati gli effetti di scattering multipli e la dinamica degli ioni del reticolo cristallino.

Si consideri un fascio di elettroni monoenergetici, di vettore d'onda  $\mathbf{k}$  ed energia  $E = \hbar^2 k^2 / 2m$ , che vengono scatterati in un fascio di elettroni di vettore d'onda  $\mathbf{k}'$ . L'interazione tra le particelle e il solido è descritta tramite un potenziale del tipo

$$V(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{r} - \rho_{\mathbf{n}}(t))$$

dove  $\mathbf{n}=(m,n,p)$  individua un atomo nella cella primitiva e  $\rho_{\mathbf{n}}(t)$  ne individua la sua posizione istantanea. Si trova, tramite la teoria quantomeccanica dello scattering, che la probabilità di scattering  $W_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}$  è la somma di un termine elastico e di un termine anelastico. In particolare si ha che il termine elastico è pari a

$$W_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} = 2\pi/\hbar N |f(\mathbf{K}) \sum_p \exp(i\mathbf{K}_{\perp} z_p)|^2 \delta(E' - E) \delta_{\mathbf{K}_{\parallel}, \mathbf{G}_{\parallel}}$$

$$f(\mathbf{K}) = \int v(\xi) \exp(-i\mathbf{K} \cdot \xi) d\xi$$

$$\xi = \mathbf{r} - \rho_{\mathbf{n}}(t)$$

dove  $N$  è il numero di atomi di superficie,  $f(\mathbf{K})$  è il fattore di scattering atomico,  $\mathbf{K} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$  è il vettore di scattering che può essere scomposto in una componente  $\parallel$  e una  $\perp$  alla superficie ( $\mathbf{K} = \mathbf{K}_{\parallel} + \mathbf{K}_{\perp} \mathbf{e}_{\perp}$ ) e  $z_p = pc$  con  $c$  unità periodica in direzione perpendicolare alla superficie[1]. La  $\delta(E' - E)$  esprime la conservazione

dell'energia per scattering elastico e la  $\delta_{\mathbf{K}_{\parallel}, \mathbf{G}_{\parallel}}$  esprime la condizione di scattering

$$\mathbf{K}_{\parallel} = \mathbf{k}'_{\parallel} - \mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{G}_{\parallel} \quad (1)$$

dove  $\mathbf{G}_{\parallel}$  è un vettore del reticolo reciproco bidimensionale della superficie. Si noti che la eq. (1) è l'analogo bidimensionale delle tre condizioni di Laue per lo scattering di raggi X da parte di un materiale massivo.

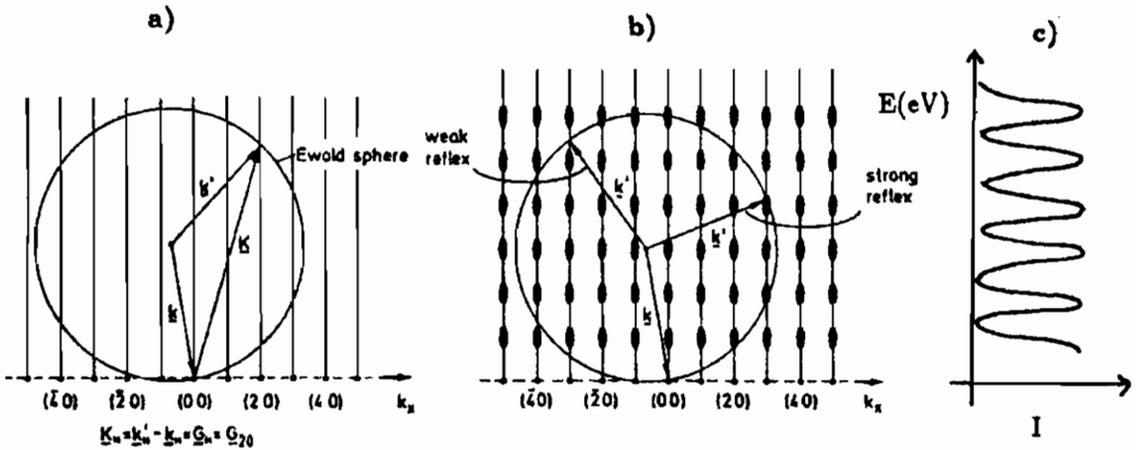
Per un processo di scattering che coinvolga solo il primo strato atomico si ha un completo rilassamento della terza condizione di Laue, cioè quella in direzione perpendicolare alla superficie. Nel formalismo della sfera di Ewald (vedi Fig. 2a) si deve quindi attribuire ad ogni punto del reticolo reciproco 2D, individuato dagli indici di Miller (hk), un filare (rod) normale alla superficie. A seconda della geometria sperimentale (orientazione del fascio primario rispetto alla superficie) il vettore d'onda  $\mathbf{k}$  è posizionato con l'estremità nel punto (00) del reticolo reciproco 2D e si costruisce una sfera centrata nel punto iniziale di  $\mathbf{k}$  e di raggio  $k$ . L'intersezione della sfera con i rods dà i  $\mathbf{k}'$  di scattering, tali che sia verificata la condizione (1), il picco di Bragg corrispondente viene etichettato con gli indici (hk) del rod intersecato. E', così, evidente che per ogni  $\mathbf{k}$  del fascio primario si ha scattering; ne consegue che per ogni energia degli elettroni incidenti si forma una figura di diffrazione (si noti che l'evento di scattering di raggi X è invece molto raro). Tali considerazioni sono valide nel limite di scattering da un reticolo puramente 2D. Negli esperimenti reali di diffrazione di elettroni, gli elettroni riescono a penetrare qualche strato atomico superficiale, si ha una parziale validità della III condizione di Laue (vedi Fig. 2b). Tale effetto può essere evidenziato studiando l'andamento dell'intensità  $I$  di un picco di diffrazione di Bragg in funzione dell'energia degli elettroni incidenti, cioè del raggio della sfera di Ewald. Il risultato di tali misure sono le cosiddette curve I-V. Secondo la teoria cinematica si trova[2]:

$$I(\mathbf{K}) = |f(\mathbf{K})|^2 \frac{\sin^2 \frac{1}{2} N_1 \mathbf{K} \cdot \mathbf{a}}{\sin^2 \frac{1}{2} \mathbf{K} \cdot \mathbf{a}} \frac{\sin^2 \frac{1}{2} N_2 \mathbf{K} \cdot \mathbf{b}}{\sin^2 \frac{1}{2} \mathbf{K} \cdot \mathbf{b}} \frac{1}{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \mathbf{K} \cdot \mathbf{c}}$$

dove  $\alpha$  è il coefficiente di attenuazione che è definito come il rapporto tra le ampiezze delle onde scatterate da piani successivi di atomi

$$\alpha = \frac{A_{n+1}}{A_n}$$

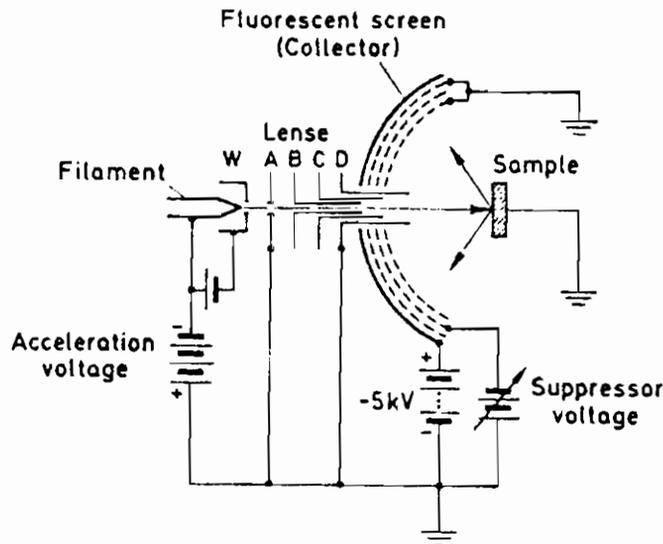
ed è una costante. L'effetto della penetrazione degli elettroni entro i primi strati atomici si riflette nel termine  $(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \mathbf{K} \cdot \mathbf{c})^{-1}$  che dà la modulazione della funzione di interferenza lungo il rod del reticolo reciproco. La curva I-V consiste, quindi, in una serie di picchi equidistanti e della stessa altezza (vedi Fig. 2 c). Si noti che in generale si rappresenta la intensità dei picchi di diffrazione in funzione della energia  $E(\text{eV}) = e \cdot V$  degli elettroni del fascio primario, con  $V$  differenza di potenziale applicata agli elettroni.



**Fig. 2** a) Costruzione della sfera di Ewald per scattering elastico su un reticolo 2D di superficie. I corrispondenti punti  $(hk)$  del reticolo reciproco sono disegnati su una sezione lungo  $k_x$ . b) Costruzione della sfera di Ewald per scattering elastico su un reticolo quasi-2D di superficie. Le regioni più spesse dei rods derivano dalla parziale validità della III condizione di Laue. c) Curva I-V come prevista dalla teoria cinematica.

## La LEED

La tecnica LEED utilizza un fascio di elettroni emessi da un catodo caldo, collimati e resi monoenergetici da un sistema di lenti elettrostatiche che costituiscono il cannone elettronico. Il fascio viene fatto incidere sulla superficie di un campione. Gli elettroni interagiscono con il solido e una piccola percentuale di essi viene retrodiffusa elasticamente. La LEED studia la distribuzione angolare degli elettroni diffusi elasticamente. Il risultato di tali misure sono le figure di diffrazione che sono legate alle proprietà di simmetria della superficie.



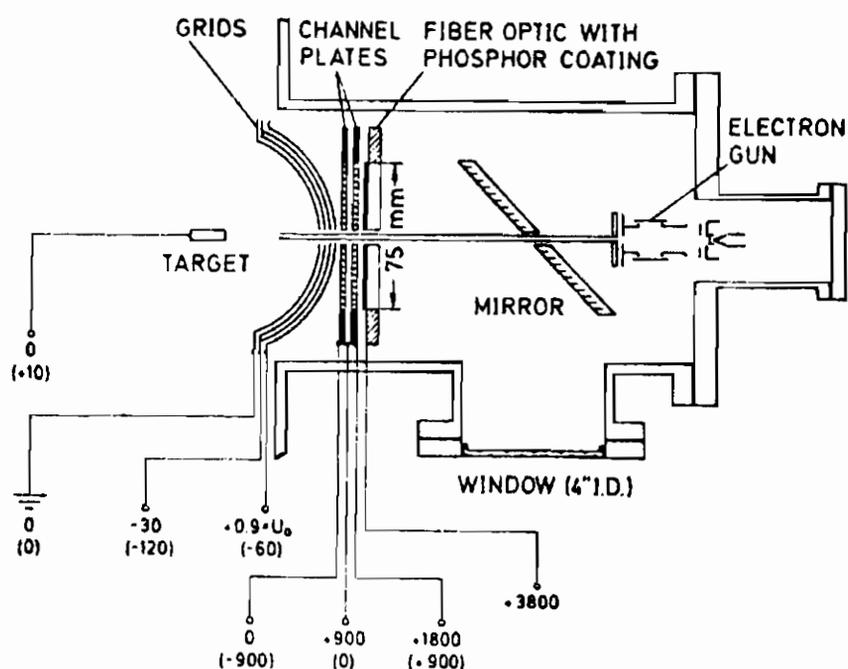
**Fig. 3** Schema di un apparato LEED con ottica a tre griglie.

Un set-up sperimentale standard per misure di LEED consiste in un cannone elettronico per produrre un fascio di elettroni con energie primarie comprese tra 20 e 500 eV e in un sistema di visualizzazione di picchi di diffrazione di Bragg. Le lunghezze d'onda tipiche associate tramite la relazione di de Broglie

$$\lambda(\text{\AA}) = \sqrt{\frac{150.4}{E(\text{eV})}}$$

sono dell'ordine di qualche Å. Il set-up più semplice, cioè quello a tre griglie, è rappresentato in Fig. 3. Il cannone elettronico è costituito da un filamento di tungsteno portato ad alta temperatura per la produzione di elettroni e da un sistema di lenti elettrostatiche per la focalizzazione del fascio. L'energia di accelerazione è determinata dalla differenza di potenziale tra il catodo e le lenti A e D. Il sistema di rivelazione consiste in un set di tre griglie poste davanti ad uno schermo fluorescente. La prima e la terza griglia sono allo stesso potenziale. Lo schermo fluorescente è mantenuto ad un tensione positiva di  $\sim 5$  kV. Si noti che, oltre allo scattering elastico, nel campione avviene anche scattering anelastico che produce un'illuminazione di fondo dello schermo. Gli elettroni scatterati anelasticamente vengono soppressi dando alla griglia centrale un opportuno potenziale negativo. Un set-up sperimentale a tre griglie è usato principalmente per caratterizzare la perfezione cristallina di una superficie pulita, ma risulta molto svantaggioso sia per investigare strati di atomi adsorbiti o superfici di semiconduttori, a causa delle correnti di fascio primarie troppo alte ( $\sim 1 \mu\text{A}$ ), sia per misure di curve I-V. Moderne implementazioni di strumentazione LEED forniscono fasci con correnti primarie di  $10^{-10}$  A e tramite sistemi di "channel plates" si riescono ad amplificare le correnti di elettroni scatterati di un fattore  $10^7$  (vedi Fig. 4).

L'ispezione dello schermo fluorescente costituito da fibre ottiche con un rivestimento di fosforo è possibile attraverso uno specchio, ciò rende il sistema molto versatile. Tutto l'apparato è tenuto in UHV. Un'ulteriore miglioramento si è avuto tramite i DATA-LEED, nei quali un'acquisizione di dati ultraveloce è raggiunta tramite l'applicazione di un video elettronico (videocamera) per misurare l'intensità degli spot di Bragg. Una figura di diffrazione LEED è un'immagine del reticolo reciproco e ci fornisce informazioni sulla geometria della cella bidimensionale della superficie. In generale in una figura di diffrazione coesistono sia i picchi di Bragg dovuti ad alcuni strati con periodicità reticolare del bulk sia i picchi dovuti alla superficie.

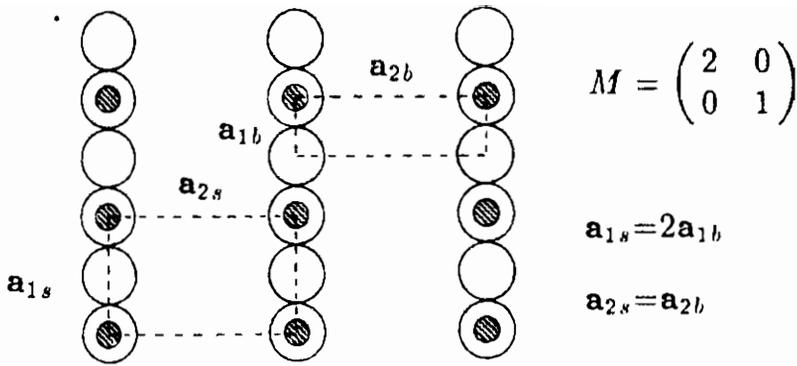


**Fig. 4** Schema di un sistema di visualizzazione LEED a bassa corrente (corrente del fascio primario  $\sim 10^{-10}$  A).

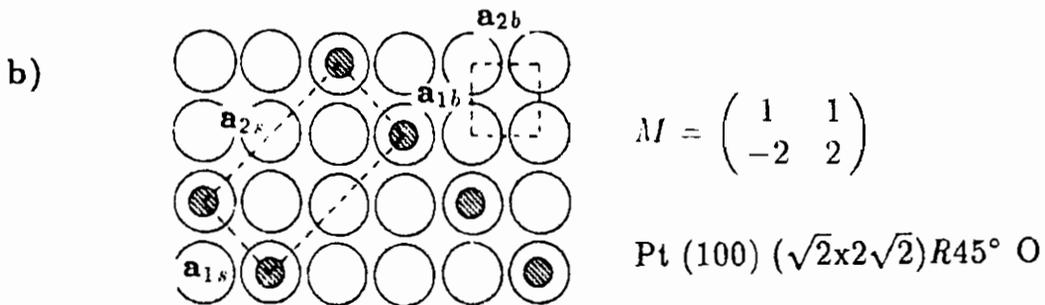
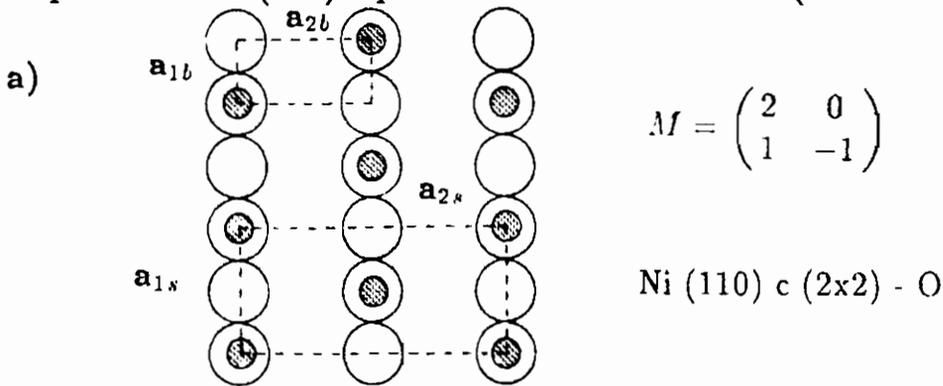
La simmetria della cella unitaria superficiale viene di solito messa in relazione con la simmetria della cella unitaria del bulk, che viene fornita da misure di diffrazione di raggi X. In Fig. 5 sono rappresentate alcune possibili relazioni tra le celle unitarie 2D della superficie (s) e del bulk (b). In Fig. 6 è rappresentata la disposizione di atomi di ossigeno su una superficie di un campione di Ni bulk tagliato lungo il piano (110). La cella unitaria superficiale è individuata dai vettori  $\mathbf{a}_{1s} = 2\mathbf{a}_{1b}$  e  $\mathbf{a}_{2s} = 2\mathbf{a}_{2b}$  ed è centrata, ovvero la trasformazione tra il sistema  $\mathbf{a}_s$  e  $\mathbf{a}_b$  è definita da  $\mathbf{a}_s = M\mathbf{a}_b$  con

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

La notazione di Wood per questa struttura è Ni(110)c(2x2)-O, dove c indica che la cella di dimensione (2x2) è centrata e O indica la specie di atomi adsorbiti. Nel caso che la cella unitaria



**Fig. 5** Relazioni tra le celle unitarie del bulk e della superficie illustrate nel caso di atomi depositati (dischi ombreggiati) su un piano di bulk (110) esposto di un materiale f.c.c. (dischi bianchi).



**Fig. 6** Due esempi di notazione di Wood per strutture superficiali confrontate con la notazione matriciale.

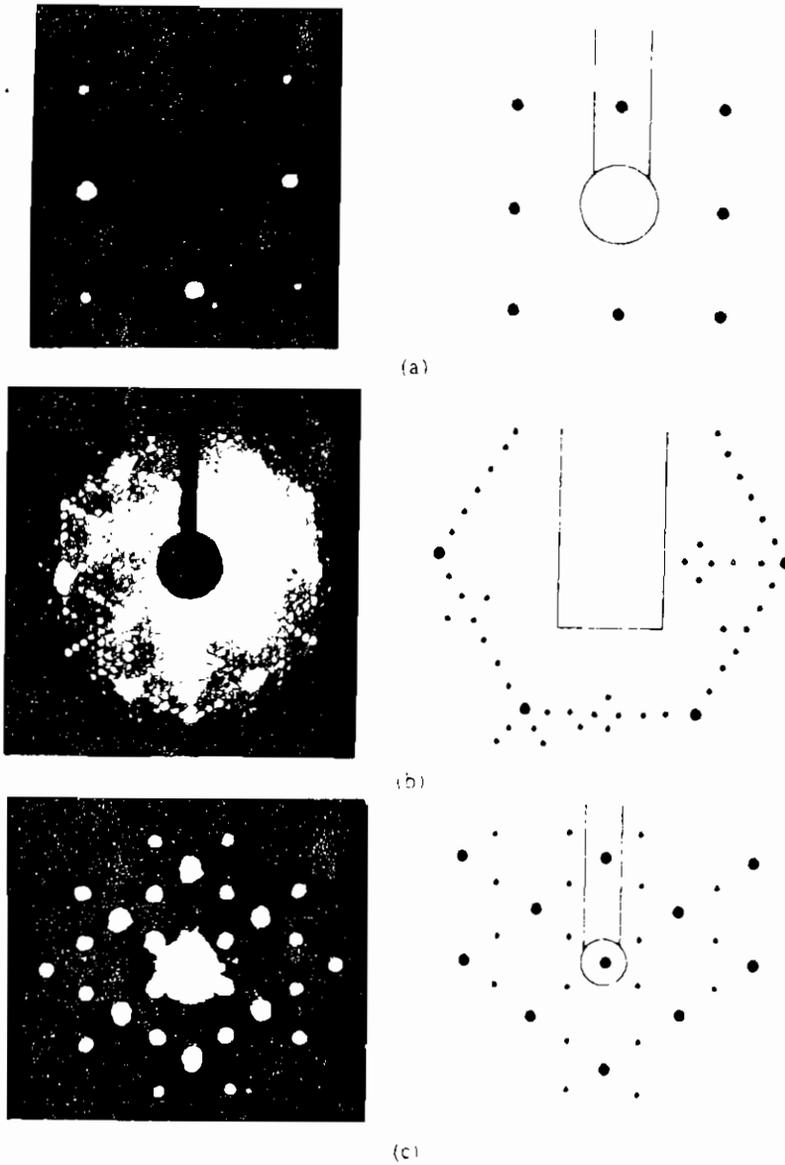
superficiale sia anche ruotata rispetto a quella del bulk viene aggiunto il termine di rotazione  $R$  con l'indicazione dei gradi della rotazione (vedi Fig. 6 b). Si noti che a una cella in spazio reale del tipo  $(2 \times 1)$  corrisponde una cella unitaria in reticolo reciproco con periodicità del tipo  $(1/2 \times 1)$ . Nella figura di diffrazione compariranno, quindi, degli spots al centro del segmento che unisce due spots di diffrazione dovuti al bulk. Nel caso di cella superficiale del tipo  $(7 \times 7)$  si avranno sei spots extra a distanza  $1/7$  tra loro e posti sul segmento che unisce due spots di diffrazione da piani di bulk.

La tecnica LEED è stata riportata in letteratura fin dagli anni sessanta come tecnica principe per la diagnostica strutturale delle superfici. Si riportano qui solo a titolo di esempio alcune figure di diffrazione LEED (vedi Fig. 7) rimandando alla vastissima letteratura sull'argomento per ulteriori approfondimenti (si veda ad esempio Ref. 3).

In Fig. 7a è presentata una figura di diffrazione di una superficie pulita di  $\text{Cu}(100)$ . Si noti come gli spot di Bragg della superficie siano sovrapposti a quelli del bulk. Se ne può dedurre che la superficie del  $\text{Cu}(100)$  non è ricostruita, cioè che la cella superficiale ha la stessa dimensione di quella del bulk.

In Fig. 7b è riportata la figura di diffrazione per una superficie pulita di  $\text{Si}(111)$ . Si notano i picchi di Bragg più intensi, indicati nella figura di destra con cerchi di diametro più grosso, dovuti ai piani di bulk esposti all'irraggiamento. Tra i picchi più intensi sono presenti sei picchi meno intensi che corrispondono ad una cella superficiale con simmetria  $(7 \times 7)$  rispetto a quella del bulk. Tale cella superficiale dà una periodicità di  $1/7$  in reticolo reciproco (cioè nella figura di diffrazione), si dice quindi che il  $\text{Si}(111)$  ha una superficie ricostruita  $(7 \times 7)$ .

In Fig. 7c è presentata la figura di diffrazione di uno strato di ossigeno adsorbito su una superficie di  $\text{W}(110)$  che forma una cella di dimensione  $(2 \times 1)$  ( $\text{W}(110)$   $(2 \times 1)$ -O).



**Fig. 7** Alcune tipiche figure di diffrazione LEED. a) Superficie pulita di Cu(100) ottenuta con energia del fascio primario di 150 eV. b) Superficie pulita di Si(111) ottenuta con energia del fascio primario di 42 eV. c) Ossigeno adsorbito su W(110) ottenuta con energia del fascio primario di 53 eV.

Se dalle figure di diffrazione è possibile dedurre la simmetria della superficie, solo dall'interpretazione delle curve I-V è possibile risalire alla posizione degli atomi all'interno della cella unitaria. In

una curva I-V si rappresenta l'intensità relativa di un picco Bragg  $I(hk)$ , rispetto alla intensità del fascio primario, in funzione della differenza di potenziale applicata agli elettroni del fascio incidente. Come mostrato in Fig. 2b-c la teoria cinematica prevede la presenza di picchi in corrispondenza di ogni "riflessione forte".

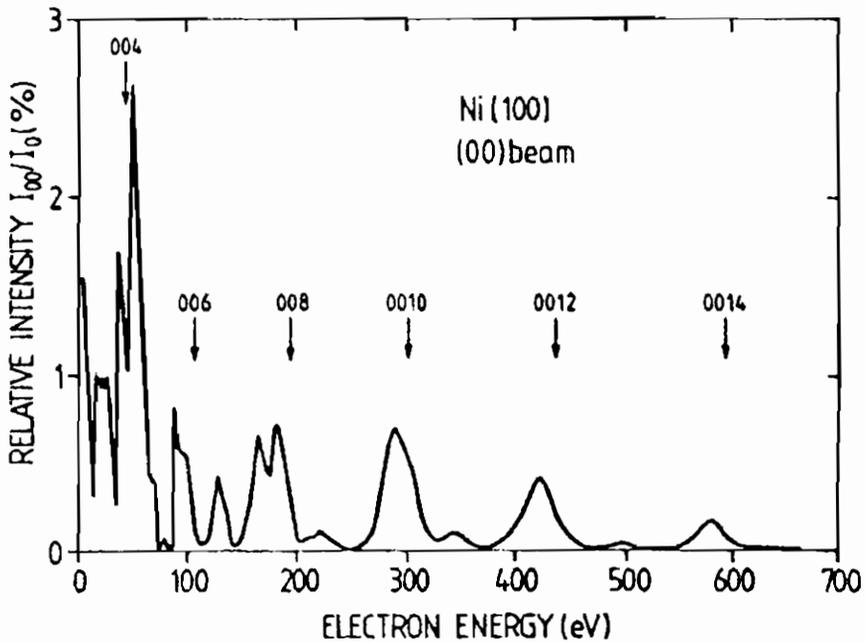


Fig. 8 Curva I-V per il fascio (00) di diffrazione da una superficie pulita di Ni(100). L'intensità diffratta è normalizzata all'intensità del fascio primario.

In Fig. 8 è presentata una curva I-V per una superficie pulita di Ni(100). Le frecce indicano le posizioni dei picchi secondo le previsioni della teoria cinematica. E' evidente che i picchi dello spettro LEED cadono in corrispondenza di energie più basse di quelle previste dalla teoria cinematica[4]. Lo shift in energia può essere facilmente spiegato dal fatto che entro il cristallo gli elettroni vedono il potenziale periodico del cristallo  $V(\mathbf{r})$  e che quindi cambia il modulo del vettore d'onda dal valore  $k_{out}$  nel vuoto al valore  $k_{in}$  nel cristallo. Si ha, infatti,

$$k_{out} = 2\pi \sqrt{\frac{E(\text{eV})}{150.4}} \text{ \AA}^{-1}$$

$$k_{in} = 2\pi \sqrt{\frac{E(\text{eV}) + V_0}{150.4}} \text{ \AA}^{-1}$$

dove  $V_0$  è il cosiddetto "inner potential" medio.  $V_0$  può essere valutato in due modi : a) viene calcolato come la media spaziale del potenziale periodico

$$V(\mathbf{r}) = \sum_G V_G \exp(i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r})$$

oppure b) è costante e pari alla somma della energia di Fermi e della funzione lavoro[2]. L'approssimazione dell'inner potential è il modo più semplice di tenere conto delle interazioni di scambio e correlazione, dello schermaggio effettivo dei core atomici, dello strato superficiale di dipolo e della parte immaginaria del potenziale dovuta a interazioni anelastiche degli elettroni con plasmoni e fononi. Si noti che vale la relazione  $\mathbf{K}_{\parallel in} = \mathbf{K}_{\parallel out}$ , cioè non si ha un effetto di  $V_0$  sulle posizioni angolari dei picchi di Bragg. Lo shift dei picchi può dare informazioni sul valore dell'inner potential.

Per riprodurre nei dettagli uno spettro LEED occorre superare le approssimazioni introdotte nella teoria cinematica ed utilizzare la teoria dinamica della LEED. Tale teoria tiene conto sia del fatto che, a causa della grossa sezione d'urto di scattering atomico, la probabilità di scattering multiplo è elevata, sia del fatto che eventi di scattering anelastico rendono bassa la penetrazione degli elettroni oltre i primi strati atomici e, inoltre, considera la dinamica completa degli ioni e non la sola geometria del reticolo superficiale.

Per eseguire calcoli di teoria dinamica vengono in genere utilizzati due approcci.

Il primo consiste nel risolvere la equazione di Schrödinger completa per un reticolo 3D semiinfinito, usando funzioni di Bloch che soddisfino le condizioni al contorno sulla superficie. La soluzione esatta per la diffrazione dal mezzo semiinfinito è ottenuta ricordando ("matching formalism") le funzioni di Bloch alle

funzioni d'onda degli elettroni incidenti e riflessi. Nel matching formalism si scrive la funzione d'onda degli elettroni incidenti come  $\phi_0 = \exp[ik_{\parallel} \cdot r_{\parallel} + ik_{\perp} z]$ . La funzione d'onda totale fuori dal cristallo consiste nella somma della funzione d'onda incidente e di quella diffratta:

$$\Psi_{out} = \phi_0 + \sum_{hk} A_{hk} \exp[i(\mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{G}_{hk}) \cdot \mathbf{r}_{\parallel} - ik_{\perp, hk} z]$$

dove  $A_{hk}$  descrive le ampiezze delle onde di scattering ( $hk$ ). La funzione d'onda dentro il cristallo è una funzione di Bloch. Le condizioni di raccordo sulla funzione d'onda dentro e fuori il cristallo e sulle derivate prime sulla superficie (a  $z=0$ ) danno molte restrizioni, rispetto alla teoria cinematica, sui possibili fasci diffratti. Per alcune energie del fascio incidente non esistono stati elettronici dentro il cristallo, ne consegue che la riflettività è molto alta e si ha un picco di intensità LEED riflessa. Per realizzare calcoli di teoria dinamica della LEED è opportuno quindi conoscere la struttura a bande del materiale 3D semiinfinito[5].

Il secondo utilizza il formalismo dello scattering multiplo dove viene presa in considerazione solo la periodicità 2D della superficie e la soluzione della equazione di Schrödinger è costruita a partire dai contributi dovuti ai successivi strati atomici interessati dalla diffrazione degli elettroni. Nel formalismo dello scattering multiplo il primo passo è il calcolo delle ampiezze di scattering per il singolo atomo. Per diverse energie del fascio primario vengono calcolate le fasi di scattering utilizzando come potenziale interno un potenziale tipo "muffin tin". Il passo successivo è il calcolo del processo di scattering entro un singolo strato atomico che fornisce lo scattering multiplo intra strato. La soluzione finale del problema è ottenuta considerando lo scattering come se avvenisse tra differenti piano atomici. Il numero di strati di cui bisogna tenere conto nel calcolo dipende essenzialmente dalla lunghezza di penetrazione degli elettroni: per  $E=1000$  eV tale lunghezza è di  $\sim 10$  Å (calcoli basati su 8 strati atomici hanno un'accuratezza dell'1%). I risultati ottenuti tramite i due approcci sono simili.

I calcoli sono molto lunghi e richiedono grosse dimensioni di memoria: la  $\Psi_{out}$  (per assicurare la convergenza del calcolo) deve

contenere da qualche decina a oltre cento termini; la rappresentazione del potere di scattering dei centri atomici fa aumentare rapidamente le dimensioni del calcolo (in genere si usano da sei a otto sfasamenti). I dati in ingresso in un calcolo di LEED dinamica sono i valori dei potenziali o degli sfasamenti per le diverse specie atomiche presenti, il valore della parte immaginaria del potenziale, la temperatura di Debye e le masse delle varie specie e infine i parametri strutturali.

Per ottenere un buon fit delle curve sperimentali si procede al calcolo delle curve tramite la teoria dinamica utilizzando una struttura superficiale di prova, si confrontano i risultati del calcolo con gli spettri misurati e si aggiornano i parametri strutturali, ovvero le informazioni geometriche con cui il programma costruisce il solido e lo strato superficiale, perturbativamente rispetto a quelli di prova. Un controllo sulla bontà del fit viene effettuato tramite i fattori  $R$ . Il fit migliore risulta quello per cui il fattore  $R$  ha un minimo assoluto. I fattori  $R$  vengono definiti in vari modi. Uno dei più utilizzati è quello di Pendry che è definito in funzione di  $Y$  e di  $L$  con

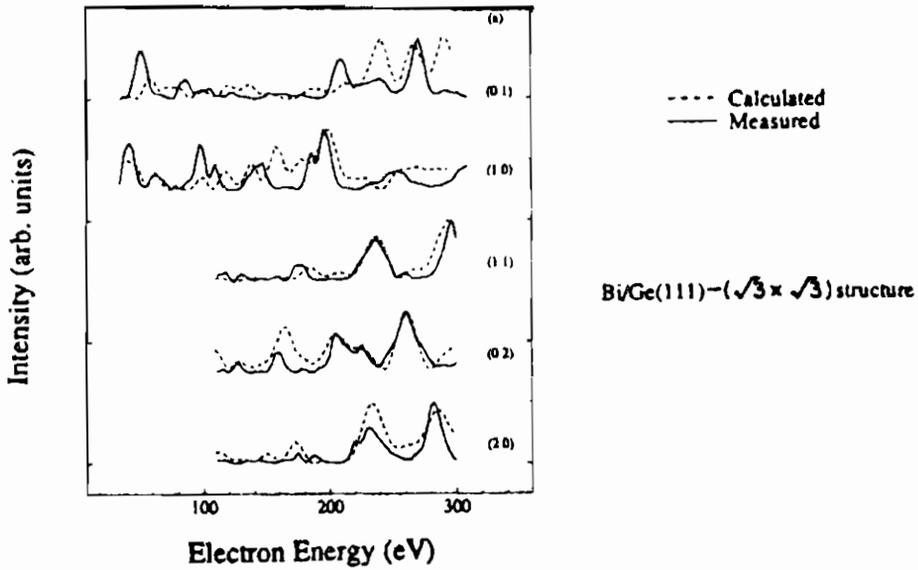
$$Y = \frac{L}{1 + V_0^2 L^2}$$

$$L = \frac{1}{I} \frac{dI}{dE}$$

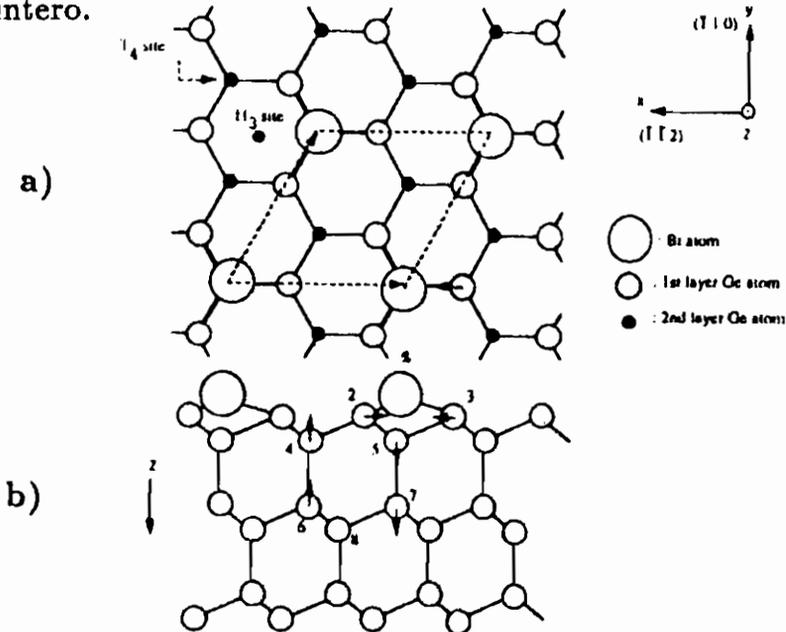
$$R = \frac{\int (Y_{exp} - Y_{th})^2 dE}{\int Y_{exp}^2 + Y_{th}^2 dE}$$

In Fig. 9 vengono presentate le curve I-V sperimentali e calcolate per lo studio dei primi stadi di crescita di film di Bi su superfici di Ge(111)[6]. Dalle figure di diffrazione è stato dedotto che la ricopertura di frazioni di monostrato di Bi su Ge(111) dà luogo ad una struttura superficiale con simmetria  $(\sqrt{3} \times \sqrt{3})$  (tale struttura è tipica di molti strati di metalli depositati su superfici di semiconduttori). Gli sfasamenti dipendenti dalle energie per il Bi e il Ge sono stati calcolati relativisticamente in un modello Hartree-Fock-Slater con un potenziale tipo muffin-tin; il potenziale del substrato è stato trattato sovrapponendo le densità di carica atomiche entro sedici shells di atomi vicini. Il fit migliore si è ottenuto per la struttura illustrata in Fig. 10 in cui gli atomi

di Bi occupano i siti  $T_4$  con un ricoprimento di  $1/3$  di monostrato e con una distanza di  $1.324 \text{ \AA}$  dal primo strato di Ge.



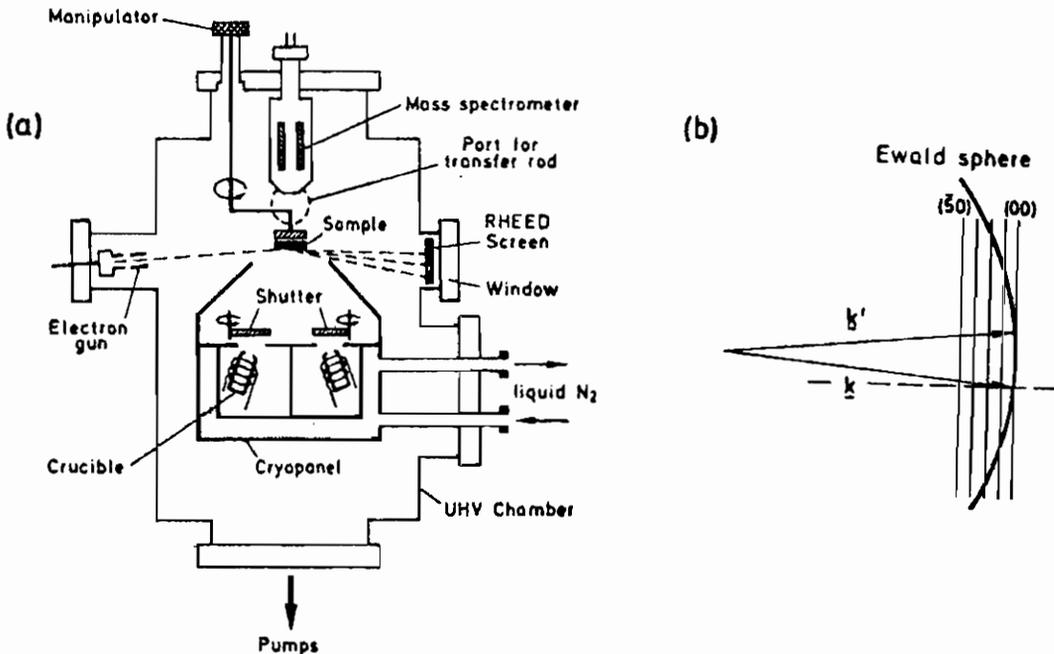
**Fig. 9** Confronto tra spettri I-V calcolati e misurati per il sistema  $\text{Ge}(111)-(\sqrt{3}\times\sqrt{3})R\ 30\text{-Bi}$  per gli spots di diffrazione di ordine intero.



**Fig. 10** a) Veduta dall'alto e b) laterale della struttura ottimizzata per le curve I-V rappresentate in Fig. 9.

## La RHEED

La tecnica RHEED utilizza fasci di elettroni di energia primaria tra 10 e 100 keV che incidono sulla superficie del campione sotto angoli che vanno da  $3^\circ$  a  $5^\circ$  (vedi Fig. 11). I cannoni elettronici utilizzati per la RHEED sono più complessi di quelli utilizzati per la LEED. Lo schermo fluorescente per la rivelazione dei picchi di diffrazione non necessita di sorgenti ad alta tensione e gli elettroni non devono essere accelerati poiché la loro alta energia iniziale è sufficiente per produrre fluorescenza. Lo schermo è in genere planare e può consistere, a volte, in un rivestimento fluorescente di una finestra del sistema per UHV. Inoltre, non occorre filtrare in energia gli elettroni scatterati anelasticamente, che danno origine a un segnale di fondo, poiché i fasci diffratti sono molto più intensi del fondo.

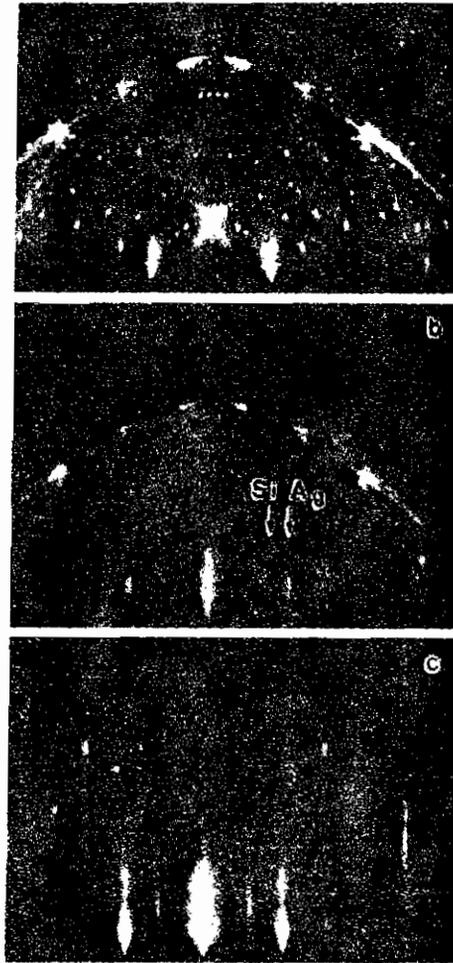


**Fig. 11** a) Schema di un sistema di misura RHEED integrato in un apparato per MBE. b) Costruzione della sfera di Ewald per una misura RHEED.

La distanza media tra il cannone elettronico e il campione e tra il campione e lo schermo può essere dell'ordine di 50 cm; la RHEED è quindi facilmente integrabile come tecnica di diagnostica strutturale *in situ* in un apparato per crescita epitassiale. La RHEED in questi sistemi viene comunemente utilizzata per il controllo della velocità di crescita degli strati epitassiali e per il controllo composizionale degli strati cresciuti. Nonostante le elevate energie degli elettroni incidenti, la penetrazione del fascio elettronico è bassa, a causa del fatto che la componente del momento normale alla superficie è molto piccola. Per elettroni di  $E=100$  keV si ha  $\lambda=0.0037$  nm e  $|k_0|=1700$  nm<sup>-1</sup> con  $2\pi/a \sim 20$  nm<sup>-1</sup>: il raggio della sfera di Ewald per esperimenti di RHEED è molto grande (vedi Fig. 11b). La sfera di Ewald tocca i rods del reticolo reciproco. Si noti che sia i rods sia la superficie della sfera di Ewald hanno uno spessore finito dovuto, rispettivamente, alla deviazione dalla simmetria traslazionale ideale sulla superficie a causa di fononi, difetti, etc. e all'allargamento in energia del fascio di elettroni. La figure di diffrazione non è quindi costituita da spots, bensì da strisce corrispondenti alla sezione dei rods del reticolo reciproco intersecati dalla sfera di Ewald.

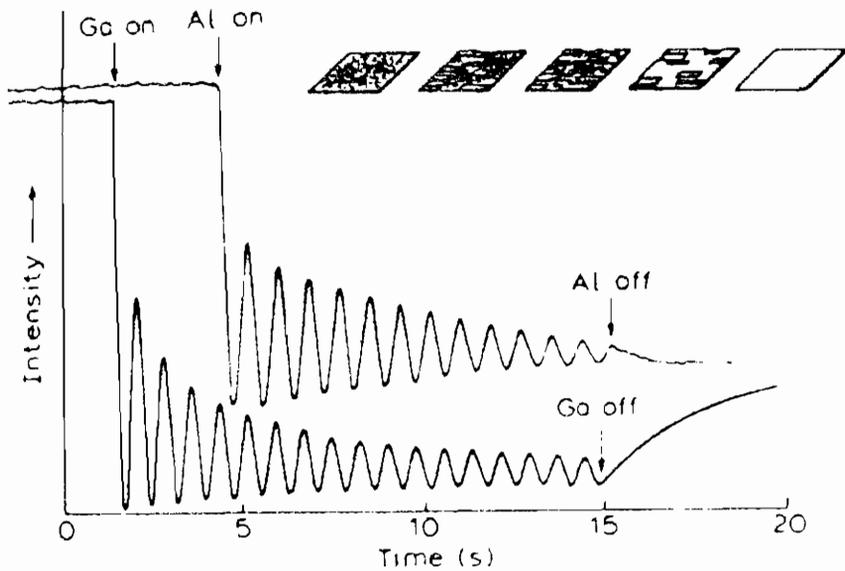
In Fig. 12 [7] sono riportate le figure di diffrazione per a) una superficie pulita di Si(111) (7x7), b) dopo la deposizione di 1.5 monostrati di Ag e c) di 3 monostrati di Ag. Si nota in Fig. 12 b) e c) la progressiva scomparsa degli spots dovuti alla superficie ricostruita (7x7) del silicio e la comparsa di quelli dovuti allo strato di Ag (indicati in Fig. 12 b con la freccia).

L'utilizzo della tecnica RHEED durante la crescita di film sottili o di eterostrutture di semiconduttori III-V, o loro leghe, tramite MBE è diventata una tecnica standard. L'intensità dei fasci RHEED, rappresentata in funzione del tempo, oscilla se il materiale viene depositato su una superficie piatta di un cristallo singolo. In Fig. 13 [8] sono riportate tipiche oscillazioni RHEED per la crescita di monostrati di GaAs e AlAs. L'interpretazione delle oscillazioni RHEED è basata sui possibili meccanismi di crescita dei monostrati atomici. Quando la crescita di uno strato atomico è completata la periodicità dello strato atomico superiore del campione è ideale e la diffrazione su questo reticolo periodico ha un massimo. La distanza tra due massimi successivi viene



**Fig. 12** Immagini RHEED raccolte con un'energia del fascio primario di 15 keV e direzione di incidenza [112] su una superficie di Si(111). a) Superficie pulita di Si(111) con la ricostruzione (7x7); b) dopo la deposizione di 1.5 monostrati nominali di Ag; c) dopo la deposizione di 3 monostrati nominali si sviluppa la struttura dovuta agli strati di Ag al posto della struttura (7x7).

utilizzata per ricavare informazioni sulla velocità di crescita del monostrato. Un modello qualitativo di crescita per l'interpretazione delle oscillazioni RHEED è riportato in Fig. 13. Tale modello non spiega però lo smorzamento progressivo delle oscillazioni che può essere compreso ipotizzando che la crescita non proceda strato per strato, ma che la superficie diventi statisticamente distribuita su diversi strati atomici incompleti[9].



**Fig. 13** Tipiche oscillazioni RHEED per la crescita di GaAs e AlAs e un modello semplificato del processo di crescita.

## Bibliografia

- [1] H.Lüth, Surfaces and Interfaces of Solids (Springer- Verlag, Berlin, 1993).
- [2] M.B.Webb e M.G.Lagally, "Elastic Scattering of Low Energy Electron from Surfaces" in Solid State Physics vol. 28 ed. da H.Ehrenreich, F.Seitz, D.Turnbull (Academic, New York, 1973).
- [3] Per una parziale panoramica delle strutture investigate si veda: M.A.VanHove, W.H.Weinberg, C.-M.Chan, Low Energy Electron Diffraction (Springer-Verlag, Berlin, 1986).
- [4] K.Christmann, G.Ertl, O.Schober, Surf. Sci. **40**, 61 (1973).
- [5] G.Capart, Surf. Sci. **13**, 361 (1969).
- [6] K.J.Wan, W.K.Ford, G.J.Lapeyre e J.C. Hermanson, Phys. Rev B **44**, 6500 (1991).
- [7] S.Hasegawa, H.Daimon e S.Ino, Surf. Sci. **186**, 138 (1987).
- [8] C.T. Foxon, Appl. Surf. Sci. **50**, 28 (1991).
- [9] J.H. Neave, B.A. Joyce, P.J. Dobson e N. Norton, Appl. Phys. A **31**, 1 (1983).



**E.Pavarini**

**Dipartimento di Fisica "Alessandro Volta"  
Università di Pavia  
e  
Istituto Nazionale per la Fisica della Materia**

## **Ioni di Terre Rare in Semiconduttori**

**Seminario tenuto il 18 novembre 1994**

# 1 Introduzione

L'idea di studiare le proprietà ottiche di ioni di terre rare in semiconduttori covalenti (come Si e GaAs) risale al 1963, anno in cui Bell[1] fece una proposta per la costruzione di un laser a terre rare. Dello stesso periodo sono anche i primi esperimenti con l'obiettivo di identificare, in sistemi come GaAs, Si e InP drogati con lantanidi, la luminescenza caratteristica di transizioni interne alle *shells* 4*f* delle terre rare. L'obiettivo non fu tuttavia raggiunto e l'idea di Bell fu così dimenticata per quasi vent'anni. Tra le cause di questo oblio va annoverata anche la bassa solubilità delle terre rare in semiconduttori covalenti, origine delle grosse difficoltà tecniche incontrate nel drogare i semiconduttori in modo apprezzabile. Agli inizi degli anni '80, l'interesse per le proprietà ottiche di questi sistemi è risorto, ma è stato soprattutto nell'ultimo decennio, che si è diffuso a livello internazionale. I problemi tecnici dovuti alla bassa solubilità delle terre rare sono stati superati attraverso lo sviluppo di metodi di crescita dei campioni in condizioni di quasi equilibrio, come ad esempio la tecnica MOCVD (*Metalorganic chemical vapor deposition*), la tecnica MBE (*Molecular Beam Epitaxy*) o l'impiantazione ionica. Gli esperimenti un tempo falliti sono stati ripetuti con successo: la luminescenza associata a transizioni interne alle shells 4*f* dei lantanidi (proibite dalle regole di selezione di dipolo elettrico nell'atomo libero) è stata attivata sia elettricamente che otticamente .

Le applicazioni tecnologiche che possono derivare dall'utilizzo della luminescenza degli ioni di terre rare sono numerose. Esse vanno dalla costruzione di lasers, a quella di celle solari, di amplificatori ottici e di LED[2]. Il primo LED in Si:Er, funzionante a temperatura ambiente, è stato realizzato nel 1993[3]. Recentemente l'interesse si è focalizzato proprio su Si:Er, perché la lunghezza d'onda emessa da Er,  $\lambda = 1.54 \mu m$ , cade nella regione spettrale del minimo d'assorbimento delle fibre ottiche in silice. Questa caratteristica potrebbe essere sfruttata per ideare potenti strumenti di comunicazione a lunga distanza, basati sulla tecnolo-

gia del silicio, la più sviluppata delle tecnologie note. Infine occorre notare che le proprietà ottiche dei lantanidi in silicio concorrono a restituire a questo semiconduttore una posizione centrale nella realizzazione di dispositivi all'avanguardia. Il silicio in effetti ha completamente dominato il mondo dei dispositivi elettronici negli ultimi 30 anni; molti ritenevano tuttavia che questo "monopolio" sarebbe andato incontro ad un lento, ma inesorabile declino e che il silicio non avrebbe avuto posto nello sviluppo dei dispositivi della nuova generazione, a causa della sua gap indiretta e dell'inefficienza dei processi di ricombinazione radiativa in questo materiale.

I semiconduttori drogati con terre rare sono sistemi stimolanti anche dal punto di vista della fisica fondamentale: possiedono infatti contemporaneamente le proprietà ottiche degli ioni di lantanidi e le proprietà di trasporto dei semiconduttori.

I risultati degli esperimenti di elettroluminescenza e di fotoluminescenza su questi sistemi si possono sintetizzare come segue. Lo spettro di luminescenza osservato presenta due caratteristiche debolmente dipendenti dal semiconduttore ospite o dalla storia del campione particolare considerato. Primo, la posizione spettrale della riga di luminescenza e la sua larghezza dipendono quasi esclusivamente dalla terra rara<sup>1</sup> e sono indipendenti dalla temperatura. Secondo, l'intensità di luminescenza, così come il tempo di decadimento dello ione dallo stato eccitato, si riducono notevolmente al crescere della temperatura. Questo fenomeno è detto *quenching* o smorzamento della luminescenza. L'andamento dell'intensità di luminescenza in funzione della temperatura definisce l'energia di attivazione termica del quenching<sup>2</sup>. Questa energia può andare da 0.01 eV a 0.1 eV. Al di fuori delle caratteristiche citate, gli spettri di fotoluminescenza ed elettroluminescenza (unica eccezione, il caso di Yb in InP[5]) manifestano una decisa dipendenza dal campione e/o

---

<sup>1</sup>L'intorno chimico della terra rara in realtà modifica leggermente, ma apprezzabilmente la forma di riga e la posizione spettrale dei picchi di luminescenza [4].

<sup>2</sup>Come si vedrà, nello stesso campione possono esistere più tipi di centri di luminescenza: se ciò accade si osservano anche diverse energie di attivazione.

dal metodo utilizzato per crescerlo. Dipendono da questi fattori, ad esempio, l'intensità della luminescenza, l'efficienza del quenching, la struttura stessa dei centri di luminescenza.

In questo articolo intendo discutere i meccanismi microscopici che provocano l'eccitazione dei centri di luminescenza e quelli che provocano invece il quenching della luminescenza stessa. L'individuazione di questi meccanismi è essenziale da un punto di vista applicativo. Dato che numerose proprietà dei sistemi in esame (come ad esempio la struttura dei centri di luminescenza) sono influenzate in modo rilevante dal campione o dalla sua storia, non si può però trattare l'argomento in generale. Dal punto di vista microscopico, la luminescenza e il quenching non si spiegano infatti allo stesso modo per tutti i semiconduttori drogati con terre rare. L'attenzione sarà quindi focalizzata su due composti particolari, quello ritenuto più semplice (Yb in InP) e quello più interessante dal punto di vista applicativo (Er in Si).

## 2 I centri di luminescenza

Le terre rare sono una serie di 14 elementi (da Ce a La) caratterizzati dalla configurazione  $[\text{Xe}]4f^n5d^16s^2$ . Le shell  $4f$  sono molto contratte nell'atomo e la contrazione aumenta con il numero atomico. Già per il Nd la funzione d'onda  $4f$  ha il massimo all'interno della shell  $5s^25p^6$  della struttura di  $[\text{Xe}]$ . Al contrario gli orbitali  $6s$  sono piuttosto estesi (ad esempio il massimo dei  $6s$  per Gd cade a circa  $1.8 \text{ \AA}$  dal nucleo, mentre quello dei  $4f$  cade a circa  $0.3 \text{ \AA}$ ). Queste considerazioni sono fondamentali per comprendere le proprietà dei metalli di terre rare e dei composti a valenza mista.

Nei metalli gli stati  $6s$  formano una banda larga e la configurazione atomica nel solido corrisponde ad una banda  $s$  semipiena, ossia è vicino a  $6s^1$ : in altre parole è lecito pensare che la densità degli stati relativa agli orbitali  $6s$  sia spartita equamente tra la banda di conduzione e quella di valenza. Al contrario, gli elettroni  $4f$  non partecipano al legame chimico a causa della loro estrema localizzazione: al fine del calcolo della struttura elettronica, si possono

quindi considerare appartenenti a ioni isolati. Nell'approssimazione di legame forte, risulta così ragionevole determinare la struttura elettronica del metallo a partire dalle tre seguenti configurazioni:  $4f^{n+1}5d^16s^1$ ,  $4f^n5d^26s^1$  e  $4f^{n-1}5d^36s^1$ . Esse corrispondono, rispettivamente, a 2, 3 e 4 elettroni di valenza per atomo, e quindi a ioni terra rara 2+, 3+ e 4+. I livelli energetici degli elettroni 4f negli ioni suddetti si ottengono tenendo conto che questi elettroni sentono le seguenti interazioni: il potenziale centrale dovuto alla carica del nucleo, la repulsione Coulombiana intra-atomica dovuta agli altri elettroni dello ione, l'interazione spin-orbita e, infine, il campo cristallino (CF), ossia il campo elettrostatico generato dagli ioni circostanti lo ione terra rara nel cristallo. Solo l'ultima delle interazioni considerate non è presente per i 4f degli ioni isolati. Il potenziale centrale distingue gli stati elettronici secondo le configurazioni (ex.  $4f^{n-1}$ ,  $4f^n$  e  $4f^{n+1}$  dove  $n$  è il numero di elettroni 4f nell'atomo libero). Per ogni configurazione tuttavia sussiste la degenerazione in  $m_l$  e in  $m_s$ . La repulsione Coulombiana intra-atomica divide gli stati degeneri in base ai numeri quantici  $L$ ,  $S$ ,  $L_z$  e  $S_z$ , ossia in base agli autovalori degli operatori momento angolare orbitale totale, momento angolare di spin totale e delle loro componenti lungo l'asse  $\hat{z}$ . Una volta determinata la configurazione stabile, che in genere nei metalli è la  $4f^n$  (ione 3+), i valori assunti da  $L$  e  $S$  nello stato fondamentale sono determinati dalle prime due regole di Hund. In modo analogo si procede per i primi stati eccitati. Questo schema, nel quale l'interazione spin orbita è ritenuta trascurabile, è detto schema di accoppiamento LS. Lo stato fondamentale così ottenuto ha degenerazione  $(2L+1)(2S+1)$ . Se si tiene conto dell'interazione spin-orbita,  $L$  e  $S$  non sono più costanti del moto e solo  $J$  e  $M_J$  sono buoni numeri quantici. Per le terre rare però, in genere, gli stati con diversi  $L$  e  $S$  sono sufficientemente distanti fra loro in energia, cosicché l'interazione spin orbita (dell'ordine  $\sim 0.1$  eV) non ne provoca un apprezzabile mescolamento ed è possibile, in sua presenza, rappresentare gli stati attraverso  $S$ ,  $L$ ,  $J$ ,  $M_J$ . Per effetto perturbativo essa rimuove in parte la degenerazione di uno stato con  $L$  e  $S$  fissati, assegnando energie diverse a stati con diverso

momento angolare totale  $J$  (detti multipletti). I multipletti hanno degenerazione  $2J+1$ . Fissati i valori di  $L$  ed  $S$  nello stato fondamentale con le prime due regole di Hund, il multipletto fondamentale è stabilito poi dalla terza regola di Hund. Lo stesso vale per i primi stati eccitati. Il campo cristallino a sua volta risolve (parzialmente o totalmente) questi multipletti, mescolando stati con diverso valore di  $M_J$ . La separazione degli stati dei multipletti, dovuta al CF, è comunque piccola ( $\sim 0.01$  eV) e ben spiegata da una semplice teoria delle perturbazioni di campo cristallino sugli stati atomici.

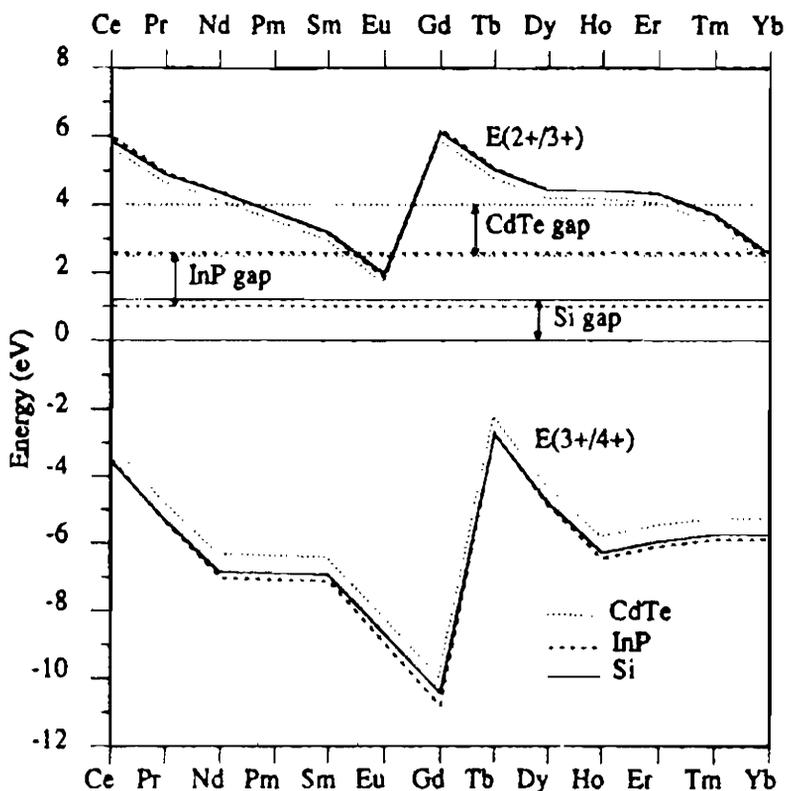
Il punto di vista "atomico" appena descritto, portato avanti con successo per i metalli di terre rare[6], si può estendere anche al caso dei semiconduttori drogati con lantanidi. Definiamo con  $+m$  lo stato di ossidazione della terra rara. La configurazione corrispondente a  $n$  elettroni nell'atomo neutro e a valenza  $+m$  dello ione è  $4f^{n+3-m}5d^{m-1}6s^1$ . Occorre a questo punto trovare la configurazione stabile, e quindi la valenza stabile per lo ione. Ottenuta questa verranno considerazioni del tutto analoghe a quelle viste per atomi di terre rare in metalli.

Consideriamo un atomo di terra rara e una riserva di elettroni liberi con la quale l'atomo è in debole contatto. Sia  $\mu$  il potenziale chimico della riserva. La differenza di energia tra la configurazione  $4f^{n+3-m}5d^{m-1}6s^1$  e la configurazione  $4f^{n+2-m}5d^m6s^1$  è detta "energia di ionizzazione". La indichiamo con  $E_{m,m+1}$ , dove  $m$  ed  $m+1$  rappresentano la valenza dello ione corrispondente alle due configurazioni considerate. In modo analogo indichiamo con  $E_{m-1,m}$  ("affinità elettronica") la differenza di energia tra la configurazione  $4f^{n+4-m}5d^{m-2}6s^1$  (ione a valenza  $m-1$ ) e la configurazione  $4f^{n+3-m}5d^{m-1}6s^1$  (ione di valenza  $m$ ). La differenza di energia tra affinità elettronica e energia di ionizzazione è la repulsione Coulombiana intra-atomica:  $U = E_{m-1,m} - E_{m,m+1}$ . La configurazione stabile a  $T=0$  K si ottiene allora procedendo come segue. Se  $\mu < E_{m,m+1}$  è più vantaggioso avere uno ione  $RE^{+(m+1)}$  che non uno ione  $RE^{+m}$ . Se al contrario  $\mu > E_{m,m+1}$  è più vantaggioso avere uno ione  $RE^{+m}$ . Quel valore critico di  $m$ ,  $\tilde{m}$ , al limite tra le due situazioni descritte (ossia tale che  $\mu < E_{\tilde{m}-1,\tilde{m}}$  ma  $\mu > E_{\tilde{m},\tilde{m}+1}$ ) dà

la configurazione stabile. Analogamente per l'affinità elettronica: se  $\mu > E_{m-1,m}$  è infatti più stabile uno ione di valenza  $+(m-1)$  e se al  $\mu < E_{m-1,m}$  uno ione di valenza  $+m$  [7].

Per un semiconduttore però le cose sono leggermente diverse. In questo caso infatti la riserva non è un semplice gas di elettroni liberi. Il sistema è descritto, nell'approssimazione di elettroni indipendenti, dalla teoria delle bande. A  $T=0$  K le bande occupate sono tutte piene. La cima delle ultime bande occupate (bande di valenza) è separata dal fondo delle prime bande vuote (bande di conduzione) da una energia dell'ordine di 1 eV (*gap*). La presenza di una *gap* influenza la valenza dello ione. Ottenuta con i criteri descritti prima la configurazione "stabile", si hanno infatti due casi, quello di ioni a valenza realmente stabile e quello di ioni a valenza instabile. Si hanno ioni a valenza incerta quando l'energia di ionizzazione e/o l'affinità elettronica cadono nella *gap*[7].

Delerue e Lannoo[8]<sup>a</sup> hanno studiato lo stato di ossidazione di impurezze sostituzionali di terre rare in semiconduttori, analizzando i tre diversi stati di ossidazione più probabili  $4+$ ,  $3+$  e  $2+$ , per verificarne la stabilità. Il loro lavoro è stato realizzato in approssimazione di legame forte attraverso la teoria semiempirica autoconsistente. È stata fatta inoltre l'approssimazione di shell  $4f$  "congelate", si è assunto cioè che gli elettroni  $4f$  non interagiscano con gli  $s$  e  $p$  degli atomi vicini nel cristallo. Questa ipotesi è avallata, in primo luogo, dal fatto che il campo cristallino dà origine a correzioni sulle energie dell'ordine di 0.01 eV, quindi molto piccole, come già visto. In secondo luogo, l'ibridazione degli stati  $4f$  con gli stati del cristallo, ossia l'accoppiamento tra i multipletti e gli stati del semiconduttore con la stessa simmetria puntuale attorno al sito dell'impurezza, è piuttosto piccola in questi sistemi[9]. Sono stati considerati, come ospiti, semiconduttori di tipo IV, II-VI e infine III-V. In Fig.1 sono mostrate, per diversi semiconduttori, l'energia di ionizzazione e l'affinità elettronica in funzione dello ione di terra rara drogante, in base ai risultati dei calcoli citati. Come si osserva,  $E_{3,4}$  è sempre nella banda di valenza, e  $E_{2,3}$  cade in banda di conduzione in quasi tutti i casi. Dato che il livello di Fermi cade nella



**Fig. 1:**  $E_{2,3}$  ed  $E_{3,4}$  per lantanidi sostituzionali in diversi semiconduttori [8]<sup>c</sup>.

gap, si può concludere che la valenza stabile è la 3+ quasi sempre. La valenza 3+ è meno stabile al centro della serie delle terre rare, dove corrisponde alla configurazione  $4f^7$  (e quindi alla shell  $4f$  semioccupata) e verso la fine della serie. Inoltre in Fig. 1 è chiaro che l'affinità elettronica e il potenziale di ionizzazione di lantanidi sostituzionali seguono lo stesso andamento in semiconduttori di tipo IV (Si), III-V (InP) e II-VI (CdTe). Le due curve in funzione dello ione terra rara sono infatti indipendenti dal semiconduttore ospite, a patto di variare la posizione e la larghezza della gap rispetto alle due curve stesse.

In Si, anche sperimentalmente lo stato di ossidazione stabile risulta il  $3+$ . Gli esperimenti mostrano d'altra parte che i siti occupati da Er in Si sono interstiziali piuttosto che non sostituzionali[10], come supposto invece nel lavoro in esame. Needels, Schlüter, and Lannoo[8]<sup>b</sup>, hanno studiato la valenza di Er in Si con calcoli da principi primi, analizzando i casi in cui Er occupa, rispettivamente, il sito sostituzionale tetraedrico, un sito interstiziale tetraedrico o un sito interstiziale esagonale. La valenza stabile da loro ottenuta è la  $3+$  per tutti i siti considerati, in accordo con i risultati sperimentali. In base a questi calcoli, inoltre, il sito interstiziale tetraedrico è energeticamente favorito rispetto agli altri siti considerati.

Eu, Tm e Yb in CdTe (II-VI) hanno valenza  $2+$  secondo questi calcoli, risultato sperimentalmente confermato[11].

Nei materiali III-V si trova  $\text{Er}^{3+}$  in InP[12]<sup>a</sup>, GaAs[12]<sup>a,b,c</sup> e GaP[12]<sup>a,b</sup>;  $\text{Nd}^{3+}$  in GaAs[12]<sup>b</sup> e GaP[12]<sup>b</sup> [13],  $\text{Tm}^{3+}$  in GaAs[12]<sup>b</sup> e  $\text{Pr}^{3+}$  in GaP[14].

Un caso particolare è costituito da Yb in InP (vedi Fig.1) per il quale i calcoli di Delerue e Lannoo lasciano aperto il dubbio (il livello di affinità elettronica cade infatti al bordo tra la banda di valenza e la gap). È stata attribuita valenza  $3+$  ad InP:Yb di tipo *p* [15]. I risultati sperimentali ottenuti con misure di risonanza paramagnetica elettronica (EPR) sembrano indicare che la valenza è  $3+$  anche in campioni di tipo *n* [16]. L'interpretazione di questi risultati è stata tuttavia messa in discussione. La valenza di Yb in InP è dunque ancora argomento di dibattito, e ne riparlerò in seguito.

### 3 Posizione dei centri nel reticolo ospite

Il sito reticolare occupato dagli ioni che danno origine a luminescenza è una delle caratteristiche dei centri più fortemente dipendenti dal campione considerato.

Yb in InP è uno dei composti più studiati, per due motivi. In primo luogo, è l'unico dei sistemi studiati a possedere uno spettro di fotoluminescenza non dipendente dal metodo di preparazione del

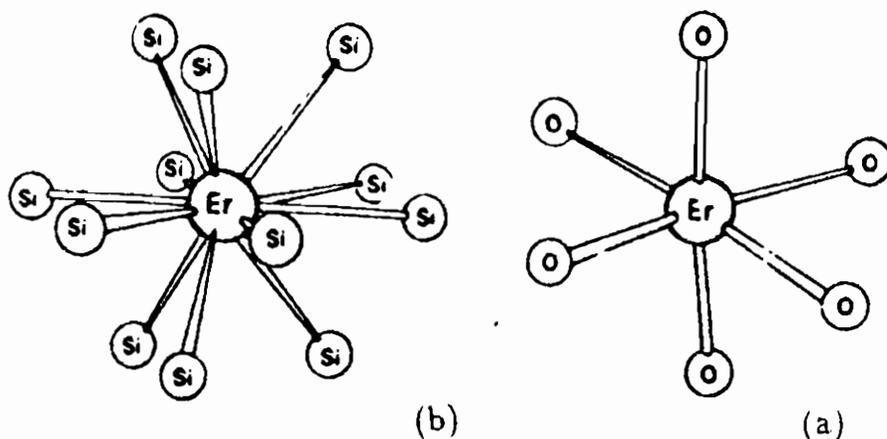
campione[5]. Inoltre lo ione  $\text{Yb}^{3+}$  ha un solo multipletto eccitato vicino (ossia ad una distanza dell'ordine dell' eV) al fondamentale. La configurazione elettronica dell'atomo è infatti  $[\text{Xe}]4f^{14}6s^2$ , il multipletto fondamentale dello ione trivalente è il  $^2F_{7/2}$  e dista 1.03 eV da quello eccitato, il  $^2F_{5/2}$ .

Si ritiene che lo ione ytterbio occupi un sito sostituzionale (sostituisce In) anche grazie al fatto che le dimensioni di  $\text{Yb}^{3+}$  sono relativamente simili a quelle dello ione  $\text{In}^{3+}$ . Esperimenti di Rutherford Back Scattering[5] (RBS) in condizioni di incanalamento confermano il carattere prevalentemente sostituzionale delle impurezze di Yb in InP, mentre la simmetria tetraedrica del sito, è evidente dalla suddivisione delle righe di luminescenza per effetto Zeeman[17].

In generale, tuttavia, non è chiaro quale sia la posizione nel reticolo dei centri di luminescenza nei semiconduttori covalenti drogati con terre rare. Il problema non è solo quello di sapere dove vanno preferenzialmente gli ioni di terre rare. Occorre anche individuare quali, tra le posizioni occupate dagli ioni, corrispondono a centri luminescenti: queste posizioni, fissato il semiconduttore e il drogante, sono infatti spesso più di una e/o cambiano in funzione della storia particolare del campione studiato. Le tecniche di crescita in condizioni di non equilibrio, utilizzate per ottenere campioni con alte concentrazioni di impurezze, danno origine a soluzioni soprassature, e sono quindi tra le maggiori responsabili di questo fenomeno.

Per quanto riguarda Yb in GaAs, esperimenti di Rutherford Back Scattering mostrano che Yb è collocato in un sito non sostituzionale[5, 18]. Inoltre, nonostante i numerosi tentativi, la luminescenza di Yb in GaAs è stata rilevata solo da Ennen et al.[19] in un campione ottenuto per impiantazione ionica. In ogni caso l'intensità della luminescenza risulta molto debole, evidenziando un comportamento dello ione di Yb molto diverso in GaAs e in InP. Anche recentemente non è stata osservata la luminescenza in un campione cresciuto per epitassia da fasci molecolari[21].

Nel caso di Er in Si, gli esperimenti di RBS[10] in condizioni di incanalamento mostrano che gli ioni di silicio occupano posizioni interstiziali, e l'analisi della separazione Zeeman delle linee di lu-



**Fig. 2:** Siti otticamente piú attivi (a) e otticamente meno attivi (b) in Si:Er, in base ai risultati di misure EXAFS [20].

minescenza[10] portano a concludere che la simmetria del centro di luminescenza è tetraedrica. I calcoli da principi primi di Needels, Schlüter e Lannoo[8]<sup>b</sup> sono in accordo con questi risultati, infatti mostrano che il sito interstiziale tetraedrico è energeticamente favorito rispetto ad un sito sostituzionale tetraedrico o ad un sito interstiziale esagonale. È sperimentalmente noto inoltre che l'intensità della luminescenza di Er in Si aumenta anche considerevolmente in presenza di altre impurezze droganti, in particolare ossigeno. J. Michel et al. hanno effettuato misure di fotoluminescenza a 4.2 K su due campioni di Si:Er, ottenuti entrambi per impiantazione ionica, realizzati in simili condizioni sperimentali, e caratterizzati da circa la stessa concentrazione di erbio. Il primo campione è silicio CZ (*Czochralski-grown*) e contiene  $\sim 10^{18}$  cm<sup>-3</sup> atomi d'ossigeno.

Il secondo è un campione di silicio di maggior purezza, silicio FZ, dove FZ sta per *float zone* ( $\sim 10^{16}$  O/cm<sup>3</sup>). Queste misure hanno mostrato che l'intensità di luminescenza dovuta ai centri Er in silicio CZ può essere anche cento volte <sup>3</sup> maggiore che non in silicio FZ[22]. L'analisi dei campioni di silicio drogati con erbio e ossigeno ha portato a distinguere più siti possibili per gli ioni di Er. Adler et al.[20] hanno analizzato un campione di silicio CZ e un campione di silicio FZ, entrambi drogati con erbio, attraverso misure EXAFS (*Extended X-ray absorption fine structure measurements*). Anche questi due campioni sono stati ottenuti per impiantazione ionica, sono stati realizzati in simili condizioni sperimentali, e sono caratterizzati da circa la stessa concentrazione di erbio. Nel campione di silicio CZ esaminato, le misure EXAFS hanno rivelato la presenza, in quantità rilevante, di centri in cui Er è circondato da sei ossigeni ad una distanza media di 2.25 Å l'uno dall'altro (Fig.2(a)). Al contrario, nel campione di silicio FZ, queste misure hanno mostrato che dominano i siti in cui Er è circondato da dodici atomi di silicio posti ad una distanza media di 3.00 Å l'uno dall'altro (Fig.2 (b)). I risultati delle misure EXAFS appena citate, insieme con i risultati delle misure di luminescenza a 4.2 K di cui si è detto sopra, possono portare alla conclusione che i siti in cui Er è circondato da sei atomi di ossigeno (ossia i siti che abbondano in Si CZ) sono più attivi otticamente, mentre i siti in cui è circondato da dodici atomi di silicio (ossia i siti che dominano in Si FZ) sono otticamente meno attivi. Notiamo però che misure EXAFS non necessariamente portano ad individuare proprio le configurazioni corrispondenti ai siti luminescenti.

Più recentemente in Si:Er sono stati individuati due tipi di siti attivi otticamente: il primo tipo è costituito da siti che danno origine ad intensa luminescenza, anche a temperature dell'ordine 150 K, e la cui concentrazione è influenzata in modo rilevante dalla concentrazione di ossigeno; il secondo tipo è invece costituito da siti

---

<sup>3</sup>Il rapporto tra l'intensità di luminescenza osservata per silicio CZ e quella osservata per silicio FZ, è, in realtà, molto influenzato dalle condizioni di annealing[22].

presenti in percentuale minore, la cui concentrazione non sembra influenzata dalla presenza di ossigeno, e che danno luminescenza molto meno intensa dei primi per temperature superiori a 77 K[23].

Per Er in GaAs la situazione è piú complessa. Alves et al.[24] hanno osservato in un campione cresciuto per epitassia da fasci molecolari, tramite misure di RBS in condizioni di incanalamento, che la maggior parte degli atomi di Er si trovano in siti interstiziali, ma in  $Al_{0.5}Ga_{0.5}As$  il 30% degli atomi sono collocati in siti sostituzionali e il 70% in siti interstiziali. Kozanechi et al.[25] hanno mostrato che, in un campione GaAs:Er ottenuto per impiantazione ionica, Er occupa per lo piú siti interstiziali, ma che può muovere a siti sostituzionali per effetto di *annealing* ad alte temperature. Misure di fotoluminescenza in funzione della temperatura di annealing mostrano che la luminescenza caratteristica delle shell 4f perde intensità al crescere della temperatura di annealing stessa. Ciò sembra indicare che il centro sostituzionale è associato a luminescenza debole[25, 26]. È stata inoltre avanzata l'ipotesi che si possano formare dei microcristalli ErAs: non è infatti chiaro se i centri Er individuati in esperimenti di RBS siano singoli centri isolati o microcristalli ErAs, formatesi a causa della bassa solubilità di Er nei semiconduttori. Microcristalli ErAs (che si formano con la struttura di NaCl), incorporati nel cristallo ospite in modo che gli assi principali della cella cubica unitaria siano in comune con quelli della cella cubica unitaria del cristallo ospite stesso, darebbero difatti origine a spettri di RBS molto simili a quelli dovuti a centri Er interstiziali isolati. La presenza di raggruppamenti di Er è stata in effetti osservata in un campione di GaAs cresciuto con epitassia da fasci molecolari, attraverso la microscopia elettronica in trasmissione (TEM)[27].

In ogni caso non è stato però confermato che gli ioni Er individuati attraverso misure di spettri RBS siano proprio gli stessi che danno origine alla luminescenza. Le misure EPR e le analisi Zeeman delle righe di luminescenza dovrebbero consentire di identificare direttamente la struttura atomica e la simmetria dei siti Er, ma il problema è complicato dal fatto che lo ione terra rara occupa

in generale piú di una configurazione nel cristallo. Il centro di luminescenza può quindi differire da quello individuato da misure di EPR.

È stato provato inoltre che l'intensità di luminescenza è maggiore in AlGaAs che non in GaAs, a parità di drogaggio con Er[28]. Si ritiene che la causa di questa intensità di luminescenza superiore sia da attribuirsi al fatto che AlGaAs ha una tendenza maggiore di GaAs ad incorporare ossigeno, e che sia quest'ultimo ad accrescere in intensità la luminescenza, come per Er in Si. In GaAs:Er,O e in AlGaAs:Er,O (cresciuti tramite MOCVD)[29] è stato osservato infatti che gli atomi di Er tendono a sostituire Ga e a formare complessi Er-O. Questi ultimi sembrano responsabili della presenza di una attività ottica maggiore rispetto a quella osservata in campioni non drogati con ossigeno (come accade in Si:Er).

In generale è ormai accettato che, in quasi tutti i sistemi considerati, si formino diversi centri di luminescenza, e che l'abbondare degli uni o degli altri varii in funzione delle condizioni di crescita del cristallo.

## 4 Origini microscopiche del fenomeno della luminescenza

Gli spettri di luminescenza di semiconduttori covalenti drogati con terre rare mostrano con chiarezza righe associabili a transizioni interne alle shell  $4f$  dei lantanidi, mentre è noto che simili transizioni non si possono osservare nei corrispondenti atomi liberi. Una regola di selezione di dipolo elettrico (nota anche come la regola di Laporte) infatti proibisce transizioni tra stati con identica parità, e quindi, in un atomo idrogenoide, vieta transizioni tra stati con identico numero quantico  $l$  (come quelle interne alla shell  $4f$ ). Questa regola rimane valida anche in accoppiamento LS. Il primo problema che si viene a porre è quindi quello di giustificare la violazione della regola di Laporte. La risposta si trova analizzando la differenza tra le funzioni d'onda elettroniche nello ione libero e le funzioni d'onda

elettroniche nello ione quando viene inserito in un semiconduttore, ossia riconsiderando quegli effetti che abbiamo detto "piccoli". Le transizioni interne alla shell  $4f$  sono infatti ammesse per terre rare in semiconduttori grazie alla presenza del campo cristallino che mescola stati della shell  $4f$  anche con stati di parità opposta. Il grado di mescolamento tra stati di diversa parità è però piccolo. Di conseguenza la probabilità di transizione tra stati  $4f$  è piccola e il tempo di vita media associato all'emissione spontanea è lungo ( $\sim 1\text{ms}$ ). È stato mostrato che l'esatta natura del campo cristallino e la sua intensità, giocano un ruolo fondamentale nel determinare quantitativamente la probabilità di transizione dello ione terra dallo stato eccitato al fondamentale[4].

Il campo cristallino modifica quindi le regole di selezione di dipolo elettrico ma rimane un effetto debole, come già sottolineato. Le shell  $4f$  sono ben schermate dalle shell più esterne, e, di conseguenza, i livelli tra i quali si osservano le transizioni sono circa[4] quelli degli ioni liberi. La presenza di proprietà di luminescenza debolmente dipendenti dal semiconduttore e/o dalla storia del campione (come la posizione spettrale della riga di luminescenza e la sua larghezza) resta così ben giustificata.

Il problema di come si realizzi, da un punto di vista microscopico, l'eccitazione di uno ione terra rara, è assai più complesso. L'eccitazione diretta di uno ione terra rara è sfavorita, in semiconduttori, rispetto all'eccitazione mediata da portatori di carica. In presenza di alti campi elettrici (questa situazione si può ottenere in esperimenti di elettroluminescenza in corrente inversa) esiste un elevato numero di portatori con energia cinetica superiore a quella necessaria per l'eccitazione dello ione. In questo caso l'energia si trasferirà dai portatori allo ione prevalentemente per impatto tra lo ione e i portatori "caldi". In assenza di alti campi elettrici (come ad esempio in esperimenti di fotoluminescenza), invece, la maggior parte dei portatori hanno energia cinetica inferiore a quella necessaria per l'eccitazione dello ione, e non possono quindi contribuire alla eccitazione da impatto. Possono però partecipare all'eccitazione dello ione terra rara attraverso i processi di ricombinazione Auger

(questo se l'energia liberata in seguito alla ricombinazione dei portatori è superiore all'energia necessaria all'eccitazione dello ione terra rara). La sezione d'urto di eccitazione in questi processi è tuttavia bassa. Questa sezione d'urto diventa apprezzabile per l'eccitazione solo quando la terra rara introduce dei livelli trappola nella gap del semiconduttore: in questo caso infatti un portatore, catturato dalla trappola, si localizza nelle vicinanze dello ione, rendendone più probabile l'eccitazione[30].

È difficile ugualmente stabilire quali siano le cause microscopiche del quenching della luminescenza, che si osserva al crescere della temperatura.

Questi quesiti a proposito delle origini microscopiche dei fenomeni di eccitazione e di quenching della luminescenza sono quesiti ai quali non si riesce dare una risposta valida per tutti i materiali. Nei paragrafi successivi mi soffermerò perciò a discutere la questione in due casi specifici, i casi di Yb in InP ed Er in Si. Questi due composti infatti sono certamente quelli verso i quali c'è stato e c'è un maggiore interesse (sebbene per motivi diversi, come ricorderò tra poco), e quindi sono anche quelli sui quali si ha una conoscenza più approfondita.

## 4.1 Il caso di Yb in InP

Yb in InP è il sistema che si presenta come quello più semplice e quindi ideale per studiare il fenomeno della luminescenza dei lantanidi in solidi covalenti: le sue proprietà di luminescenza non sembrano infatti influenzate dalla storia individuale del campione analizzato, e, d'altra parte, un solo multipletto eccitato è vicino al fondamentale. Nonostante questo, InP:Yb ha dato origine ad una controversia, a proposito del suo comportamento ottico ed elettrico, e a due scuole di pensiero a proposito dei meccanismi microscopici all'origine dell'eccitazione e del quenching della luminescenza. Ricordiamo che la configurazione elettronica dell'atomo è  $[\text{Xe}]4f^{14}6s^2$ , il multipletto fondamentale è il  $^2F_{7/2}$  e dista 1.03 eV da quello eccitato, il  $^2F_{5/2}$ . Nel semiconduttore i 6s partecipano al legame, ma

il comportamento dei  $4f$  è incerto. Si hanno due possibilità[8]: o un elettrone  $4f$  viene trasferito direttamente dalla shell  $4f$  al semiconduttore (e la valenza è stabile ed è  $3+$ ) oppure gli orbitali  $4f$  ibridizzano con gli stati del semiconduttore ospite (e la valenza non è stabile: lo stato fondamentale è piuttosto uno stato con valenza intermedia tra “ $+3$ ” e “ $+2$ ”).

Da misure di effetto Hall in temperatura realizzate su un campione cresciuto tramite LPE (*Liquid Phase Epitaxy*) è stata osservata una conducibilità di tipo  $p$  e la presenza di un livello accettore a 45 meV dalla cima della banda di valenza[31]. La presenza di questo livello è stata attribuita alla transizione  $\text{Yb}^{3+}/\text{Yb}^{2+}$ . I calcoli di Hermstreet[32]<sup>a</sup> predicono in effetti l'esistenza di un livello accettore dovuto ad Yb, con energia di legame della buca dell'ordine di 0.26 eV. Risultati analoghi sono stati ottenuti più recentemente da Saito e Kimura[32]<sup>b</sup>.

Al contrario, InP:Yb cresciuto con MOCVD manifesta una conduttività di tipo  $n$ , anche per concentrazioni di ytterbio maggiori di quelle ottenute con il materiale cresciuto per LPE[33]. Utilizzando l'effetto Hall e la DLTS (*Deep level transient spectroscopy*) Whitney et al.[33] hanno trovato che è presente un livello a 30 meV sotto il fondo della banda di conduzione. Non hanno ottenuto invece nessuna evidenza della presenza di un livello dovuto ad Yb nella metà inferiore della gap. I risultati di Körber et al. sono stati quindi attribuiti all'incorporazione involontaria di impurezze indesiderate (come ad esempio Mg o Ca [16]<sup>b</sup>, [33]) avvenuta durante la crescita.

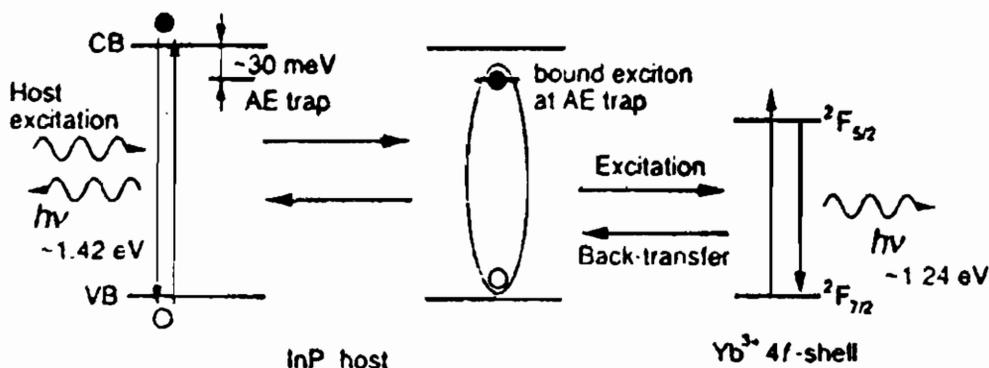
La relazione tra la mobilità Hall e la densità degli stati elettronici[33] indica che il livello trovato da Whitney et al. molto vicino al fondo della banda di conduzione, non può essere un normale donore: funziona piuttosto come centro di scattering. A basse temperature cattura un elettrone, a temperature maggiori l'elettrone catturato è attivato termicamente alla banda di conduzione, dato che il livello è poco profondo. La concentrazione di queste trappole per elettroni, stimata attraverso la DLTS è dell'ordine della concentrazione di Yb, misurata tramite SISM (*Secondary Ions Mass Spectroscopy*)[33]. Si è inizialmente ritenuto che la presenza di un livello di tipo accettore

nella gap fosse dovuta alla transizione  $\text{Yb}^{3+}/\text{Yb}^{2+}$  (eccitazione con trasferimento di carica).

In seguito però misure di EPR[16] hanno messo in evidenza la risonanza dovuta a  $\text{Yb}^{3+}$ , anche in campioni di tipo  $n$ . Queste misure hanno portato per lo più a pensare che la transizione osservata negli esperimenti di fotoluminescenza e di elettroluminescenza non possa essere accompagnata da trasferimento di carica. Si è concluso quindi che il livello accettore trovato vicino al fondo della banda di valenza è una trappola “isoelettronica”, in grado cioè di catturare elettroni senza portare per questo alcun cambiamento di carica sullo ione. Al contrario, l’elettrone catturato deve rimanere al di fuori della shell  $4f$ . Per questo la trappola viene talora indicata anche con la sigla A.E. (*A.E. trap, Acceptor-like Electrons trap*). Trappole di questo genere sono state trovate ad esempio in GaP:N, con N sostituzionale[33].

Piú recentemente, esperimenti di *admittance spectroscopy*[34] sono stati realizzati su campioni InP:Yb sia di tipo  $p$  che di tipo  $n$ . Il campione di tipo  $p$  è stato ottenuto drogando InP sia con Yb che con Mg. In entrambi i campioni è stata verificata la presenza di una trappola per elettroni, situata a 29 meV sotto il fondo della banda di conduzione. Inoltre, nel campione di tipo  $p$ , è stata anche rilevata una trappola per buche a 50 meV dalla cima della banda di valenza[34]. La presenza della trappola a 50 meV dalla banda di valenza si ritiene sia da attribuirsi a Mg. Questi risultati sembrano indicare che, in InP:Yb, l’origine di trappole vicine alla cima della banda di valenza, si possa effettivamente associare ad impurezze non desiderate (delle quali Mg è un possibile esempio).

Assumendo quindi che le conclusioni tratte dai risultati delle misure EPR siano valide, la luminescenza deve essere associata a transizioni interne alla configurazione  $4f^{13}$ . L’eccitazione dello ione si realizza allora attraverso i seguenti passi (vedi anche Fig.3)[35]:  
**a)** assorbimento del fotone con produzione di coppie elettrone-buca. Il bilancio energetico comporta che  $h\nu = E_e + E_h$ , dove  $h\nu$  è l’energia del fotone incidente,  $E_e$  ed  $E_h$  sono rispettivamente l’energia dell’elettrone e della buca prodotti;



**Fig. 3:** Diagramma schematico del trasferimento di energia tra la shell 4f di Yb e l'ospite InP [35].

- b) intrappolamento dell'elettrone nel livello A.E., con liberazione di circa 30 meV;
- c) formazione di un eccitone legato, con liberazione di circa 10 meV;
- d) ricombinazione dell'eccitone legato, con trasferimento di energia (non radiativo) alla shell 4f. Vengono liberati circa 150 meV;
- e) emissione radiativa.

Si ritiene che l'energia liberata dia luogo alla formazione di fononi. Notiamo inoltre che i processi c) e d) potrebbero anche essere sostituiti dal seguente: c') transizione diretta dallo stato in cui si ha un elettrone nel livello A.E. e una buca libera in banda di valenza allo stato in cui la shell 4f è eccitata. Anche questo processo deve essere assistito da fononi[8]<sup>c</sup>.

L'origine microscopica del quenching della luminescenza, come quella della luminescenza stessa, è pure fonte di dibattito. Secondo il modello visto ora, il meccanismo di quenching piú plausibile è il *back transfer* ("ritorno") di energia dallo ione eccitato al cristallo. Dato che, durante il processo di eccitazione, l'eccitone legato cede

la sua energia alla shell  $4f$ , e, nello stesso tempo, cede  $\sim 150$  meV al cristallo sotto forma di fononi, il processo opposto (trasferimento di energia dalla shell eccitata al cristallo, con formazione dell'eccitone legato) avrà una energia di attivazione di 150 meV. Il quenching allora è attivato termicamente quando  $kT$  è dell'ordine di questa energia di attivazione. La dissociazione degli eccitoni legati dà poi luogo ad un aumento del numero dei portatori liberi, che ricombinandosi radiativamente contribuiscono ad aumentare l'intensità della fotoluminescenza associata a transizioni banda di conduzione-banda di valenza. Questo comportamento è stato in effetti osservato[35]. L'intensità di fotoluminescenza di *band edge* infatti decade con una costante di tempo veloce ( $\tau \sim 0.67ms$ ) nelle misure fatte a 51 K e una lenta ( $\tau \sim 0.14ms$ ) nelle misure fatte a temperature dell'ordine di 110 K. La prima sembra associata al tempo di risposta del sistema. La costante di tempo lenta è invece la stessa che si associa, alla stessa temperatura, al decadimento della luminescenza dovuta alla transizione interna alla shell  $4f$  di Yb. La presenza di questo decadimento lento si può giustificare proprio con l'aumento di portatori liberi (dovuto al back transfer) che, ricombinando, contribuiscono alla luminescenza di banda.

Il modello appena presentato, tuttavia, è assai lontano dal rendere conto di tutti i risultati sperimentali. Ad esempio, in questo modello sia il meccanismo di eccitazione che quello di quenching sono mediati da eccitoni legati. Non è stata tuttavia osservata nessuna ricombinazione eccitonica, nonostante la differenza di energia (circa 150 meV) tra stato del sistema in cui la shell  $4f$  è nel fondamentale ed è presente un eccitone legato e stato senza alcun eccitone legato e shell  $4f$  eccitata[36]. La più convincente evidenza della partecipazione di eccitoni nel fenomeno della luminescenza degli ioni terra rara rimane così il lavoro di Thonke et al.[37], del 1990. In questo studio è stato mostrato che la caratteristica fotoluminescenza di Yb può essere eccitata con energie corrispondenti alla generazione di eccitoni liberi in InP, mentre, allo stesso tempo, nessuna fotocorrente viene rilevata, ad indicare l'assenza di portatori liberi. Inoltre, la stessa interpretazione delle misure EPR è stata

messa recentemente in dubbio da Bohnert et al.[36]. Gli autori sottolineano la necessità di verificare l'omogeneità del campione e la simmetria del centro  $\text{Yb}^{3+}$  rilevato.

Un altro punto oscuro a proposito della trappola A.E. è l'origine stessa della trappola isoelettronica: esistono parecchie opinioni ma nessuna di queste sembra soddisfacente. Anche la presenza di una trappola per buche sopra la banda di valenza, rilevata in alcuni campioni, non viene giustificata da tutti come un effetto dovuto a impurezze indesiderate.

A prima vista sembra logico pensare che l'origine di questi livelli nella gap risieda nei  $5d$  dell'atomo di  $\text{Yb}$ [8]<sup>a</sup>. I calcoli di Delerue e Lannoo tuttavia non prevedono alcun livello nella gap avente origine dai  $5d$  di  $\text{Yb}$ , anzi, prevedono piuttosto che i livelli considerati cadano abbastanza in profondità nella banda di conduzione e nella banda di valenza.

Anche nel caso in cui in questi calcoli ci fosse un errore, sarebbe tuttavia un fatto accidentale che questi livelli dessero origine ad un livello poco profondo sotto la banda di conduzione (e, magari, anche ad uno sopra la banda di valenza, in modo da giustificare tutte le osservazioni sperimentali).

Alcuni sostengono allora che l'origine della trappola isoelettronica stia nella differenza di elettronegatività tra  $\text{Yb}$  e  $\text{In}$ . Se così fosse però, i livelli nella gap sarebbero stati trovati già attraverso il calcolo di Delerue e Lannoo. Nel loro lavoro infatti se ne tiene conto.

Altri attribuiscono il fenomeno alla differenza di dimensioni tra  $\text{Yb}$  e  $\text{In}$ . In questo caso però, essendo  $\text{Yb}$  più grande di  $\text{In}$ , si avrebbe *strain* compressivo, e quindi si avrebbe un potenziale repulsivo e non uno attrattivo: non si potrebbe cioè avere una trappola per elettroni.

L'ipotesi di un cambiamento locale della polarizzabilità è stata valutata a livello preliminare[8]<sup>c</sup>. Questo effetto porterebbe sí ad un potenziale attrattivo, ma, secondo la stima fatta in Ref.[8]<sup>c</sup>, troppo debole.

Le correzioni dovute all'ibridazione sono piccole, come già detto.

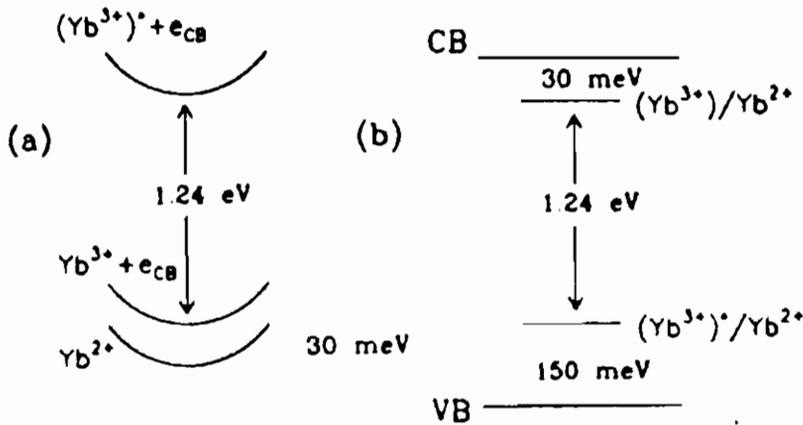
Ren e Dow[38] in un calcolo per Yb sostituzionale in Si, hanno visto che l'ibridazione influenza il segno delle correzioni alle energie dei multipletti, dovute al campo cristallino. Essa può così dare origine ad un livello nella gap associato ad Yb, ma si tratta di un livello poco profondo, appena sopra la cima della banda di valenza. Anche Saito e Kimura[32]<sup>b</sup> ottengono un simile livello. Usualmente l'ibridazione è trascurata nei calcoli di struttura elettronica.

La vacanza di In può essere all'origine della trappola per buche secondo i calcoli di struttura elettronica di Masterov[9]. Questi calcoli partono da presupposti contrastanti con quelli assunti da Delerue e Lannoo. Masterov infatti non tiene in considerazione gli elettroni 5*d* e studia invece il ruolo dei 4*f* e dei 6*s*, presumendo che ci sia ibridazione tra questi ultimi e gli stati  $sp^3$  della vacanza nel semiconduttore. L'ibridazione dei livelli 6*s* risulta così all'origine di un livello trappola per elettroni, la cui posizione nella gap dipende dalla valenza dello ione Yb. Nel caso di  $Yb^{3+}$ , il livello cade a circa 200 meV dalla cima della banda di valenza<sup>4</sup>. Per ottenere questo risultato tuttavia si è costretti ad ammettere che per gli elettroni 6*s* la configurazione che contribuisce alla struttura elettronica sia la  $6s^0$  e non la  $6s^1$ , in disaccordo con quello che accade nei metalli di terre rare e nei composti a valenza mista.

Recentemente è stato di nuovo proposto che il livello vicino al fondo della banda di conduzione sia in realtà associato alla transizione con trasferimento di carica  $Yb^{3+}/Yb^{2+}$  [36] e che quindi non ci sia alcuna trappola isoelettronica. Evidenze sperimentali di questo fatto sembrano venire dalla spettroscopia risolta in tempo[36]. Se questa interpretazione è corretta, allora i meccanismi di eccitazione non sono più quelli mediati da un eccitone legato. Bohnert et al.[36] sostengono che esistono due livelli accettori, uno a circa 30 meV dal fondo della banda di conduzione, e uno a circa 150 meV dalla banda di valenza. Questi livelli sono rispettivamente associati alle transizioni  $Yb^{3+}/Yb^{2+}$  e  $[Yb^{3+}]^*/Yb^{2+}$ , dove  $[Yb^{3+}]^*$  è lo stato

---

<sup>4</sup>Secondo i calcoli di Masterov, la valenza 3+ si stabilizza solo in presenza di una forte interazione elettrostatica tra gli elettroni *f* della terra rara e gli elettroni della vacanza carica.



**Fig. 4:** Livelli energetici nel modello di Bohnert et al. [36]: (a) diagramma dell'energia totale di  $\text{Yb}^{3+}$  piú un elettrone, (b) schema di livelli nella gap di InP per  $\text{Yb}^{3+}$  nello stato fondamentale e nello stato eccitato.

eccitato di  $\text{Yb}^{3+}$ . Il meccanismo di eccitazione proposto è quello qui sotto descritto (vedi anche Fig.4).

a) Assorbimento di un fotone di energia  $h\nu$  con produzione di coppie elettrone-buca. Le energie dei portatori liberi devono soddisfare la condizione:  $E_e + E_h = h\nu$ .

b) Cattura di un elettrone in  $\text{Yb}^{3+}$  e passaggio a  $\text{Yb}^{2+}$ . Nel processo vengono liberati circa 30 meV.

c) Cattura di una buca in banda di valenza, con passaggio a  $[\text{Yb}^{3+}]^*$ . In questo processo circa 150 meV sono dissipati in processi multifononici.

d) Emissione radiativa.

Il meccanismo di quenching invece è il seguente: la buca, legata durante l'eccitazione allo ione con energia di legame di 150 meV, viene liberata termicamente.

L'energia di attivazione è 150 meV, come si osserva sperimentalmente. Lo stesso valore per l'energia di attivazione era stato ottenuto per il modello con transizioni senza trasferimento di ca-

rica. Questo modello è molto piú intuitivo di quello che coinvolge la trappola isoelettronica, e non ci spinge invocare meccanismi esotici per giustificare la presenza della trappola stessa: è tuttavia in contrasto con i risultati delle misure EPR.

I due modelli proposti sono entrambi modelli “ragionevoli”: non si è però ancora arrivati ad una spiegazione veramente completa e soddisfacente.

## 4.2 Il caso di Er in Si

Er in Si emette luce alla lunghezza d'onda di  $1.54 \mu m$  (associata alla transizione da  ${}^4I_{13/2}$  a  ${}^4I_{15/2}$  e corrispondente a  $0.806 \text{ eV}$ ). Dato che questa lunghezza d'onda cade nella regione spettrale di trasmissione massima delle fibre ottiche in silice, molti sforzi sono stati concentrati nel tentativo di ottenere una intensa luminescenza a temperatura ambiente, in vista delle possibili applicazioni nella tecnologia delle comunicazioni a grande distanza. In complesso il sistema Si:Er è stato oggetto di numerosi studi, attraverso i quali sono stati messi in evidenza parecchi aspetti del fenomeno della luminescenza degli ioni di Er in silicio.

È stato mostrato che il limite di solubilità di Er in silicio è dell'ordine di  $\sim 10^{18}$  atomi/cm<sup>3</sup>. Oltre questo valore <sup>5</sup> si forma il precipitato[39]

In campioni otticamente attivi, l'intensità di fotoluminescenza, cresce con la concentrazione di Er fino a quando questa raggiunge concentrazioni vicine al limite di solubilità ( $\sim 4 \times 10^{17}$  atomi/cm<sup>3</sup>), quindi diminuisce[22]. Un simile comportamento si osserva per l'attivazione elettrica di Er in Si[40] <sup>6</sup>.

---

<sup>5</sup>In realtà questi dati sono controversi: alcuni ritengono che il limite di solubilità sia molto piú basso.

<sup>6</sup>Questi risultati sono stati ottenuti su campioni cresciuti per impiantazione ionica e poi sottoposti ad annealing. Le particolari condizioni di crescita utilizzate danno vita a campioni nei quali si osserva precipitazione di Er quando la concentrazione di questo ione supera un valore limite ( $10^{18}$  atomi/cm<sup>3</sup>). I risultati ottenuti quindi non sono generali, sono invece legati al metodo di crescita.

Benton et al.[40] hanno mostrato che drogando Si con Er si formano livelli donori vicino al fondo della banda di conduzione (a 0.06 eV e a 0.17 eV). In silicio CZ impiantato Er (campione otticamente attivo), la concentrazione di questi donori cresce con il drogaggio fino a concentrazioni di erbio pari a  $\sim 4 \times 10^{17}$  atomi/cm<sup>3</sup>, ossia fino a quei valori oltre i quali l'intensità di luminescenza diminuisce. È stata anche messa in evidenza la forte interazione tra ossigeno ed erbio in silicio[41]. L'intensità di luminescenza, sia otticamente che elettricamente attivata, può aumentare infatti notevolmente drogando il campione anche con ossigeno. Come abbiamo già fatto notare, la luminescenza può essere anche 100 volte più intensa in silicio CZ, contenente  $\sim 10^{18}$  O/cm<sup>3</sup>, che non in silicio FZ, molto più puro ( $\sim 10^{16}$  O/cm<sup>3</sup>). La luminescenza più intensa è stata poi associata ai siti in cui Er è esacoordinato con ossigeno[20]. Tutte queste osservazioni hanno portato a concludere che la presenza dei livelli donori dovuti ad Er è in buona parte associata a quella dei siti Er otticamente attivi (Er<sup>3+</sup>), coordinati con sei atomi di ossigeno. Nel 1993 è stato realizzato un campione drogato con  $10^{19}$  Er/cm<sup>3</sup> e  $10^{20}$  O/cm<sup>3</sup>, in cui sono presenti  $8 \times 10^{18}$ /cm<sup>3</sup> donori[41]. Il campione è stato cresciuto per epitassia da fase solida in condizioni di non equilibrio. Il metodo utilizzato per la crescita ha permesso di realizzare soluzioni sovrassature di Er in Si, evitando i fenomeni di precipitazione. La massiccia presenza di livelli donori osservata nel campione così ottenuto, fa pensare che, in questo campione, la maggior parte degli ioni Er siano otticamente attivi. In effetti la luminescenza è molto più intensa rispetto ai campioni precedentemente ottenuti e si rileva a temperature più alte.

È chiaro a questo punto che la luminescenza di Er in Si, non può essere spiegata (da un punto di vista microscopico) con gli stessi meccanismi invocati per spiegare quella di Yb in InP.

Schmitt-Rink et al.[7] nel 1991 hanno proposto che l'eccitazione avvenga attraverso un processo Auger (trasferimento non radiativo di energia tra il cristallo e l'impurezza), mediato dall'ibridazione tra gli elettroni 4f e quelli di conduzione. I meccanismi Auger proposti sono due. Il primo è l'eccitazione da impatto con portatori

caldi: un elettrone di conduzione assorbe un fotone e salta ad un livello energetico più elevato; in seguito torna allo stato iniziale cedendo energia alla shell  $4f$  (non radiativamente) e, di conseguenza, eccitandola. Questa si diseccita emettendo un fotone. Il secondo è invece l'eccitazione dovuta alla ricombinazione banda-banda non radiativa: l'assorbimento di fotoni da parte del cristallo dà luogo alla formazione di coppie elettrone-buca; queste ricombinano non radiativamente cedendo energia alla shell  $4f$  che viene così eccitata. Di nuovo, questa si diseccita cedendo un fotone. I due diversi meccanismi spiegano la diversità dei risultati ottenuti di recente[42] rispettivamente, in esperimenti di elettroluminescenza in corrente inversa e in esperimenti di fotoluminescenza o di elettroluminescenza in corrente diretta. I primi infatti consentono di osservare una luminescenza molto più intensa degli altri due. L'analisi del comportamento dell'intensità di luminescenza in funzione della temperatura porta a concludere che il quenching è meno efficiente per l'elettroluminescenza in corrente inversa (l'intensità si riduce infatti di un fattore 4 passando da 110 K a 300K, mentre si riduce di un fattore 15 in esperimenti in corrente diretta o di fotoluminescenza). Questa differenza suggerisce che meccanismi microscopici diversi siano responsabili dell'eccitazione dello ione di Er nei due casi considerati. Nel primo caso, si attribuisce l'eccitazione di Er ad impatto con portatori "caldi" e nel secondo ad un meccanismo legato alla formazione di coppie elettrone-buca.

Coffa et al.[41] hanno proposto che il meccanismo mediato dalle coppie elettrone buca sia un meccanismo di tipo Auger legato tuttavia alla presenza dei livelli donori dovuti ad Er. I fotoni incidenti danno origine a coppie elettrone-buca; si forma un eccitone legato ad un donore neutro; questo eccitone ricombina eccitando la shell  $4f$ , che a sua volta si diseccita emettendo luce. Questo meccanismo sembra plausibile anche perché è noto che la ricombinazione di eccitoni è un processo efficiente in Si.

Il comportamento dell'intensità di fotoluminescenza in funzione del tempo e della temperatura fa però pensare all'esistenza di due distinti centri di luminescenza e non di uno solo.

In un campione non drogato con ossigeno l'intensità di fotoluminescenza in funzione della temperatura sembra diminuire lentamente a basse temperature ( $T \sim 77K$ ), con una apparente energia di attivazione del quenching di circa 20 meV. A temperature più elevate invece si osserva una diminuzione rapida, con energia di attivazione dell'ordine di circa 150 meV. Quest'ultimo processo è quello responsabile in ragione maggiore del quenching, e del fatto che non si può rilevare la luminescenza a temperatura ambiente. Anche nei campioni drogati con ossigeno si osservano i due processi. L'andamento dell'intensità di luminescenza in funzione della temperatura mostra anch'essa due regioni distinte, con apparente energia di attivazione del quenching, rispettivamente, di  $\sim 20$  e di  $\sim 150$  meV. Il processo responsabile del quenching ad alte temperature è però meno efficiente nei campioni drogati con ossigeno rispetto a quelli non drogati: nei primi è in effetti possibile rilevare la luminescenza a temperatura ambiente.

Le misure di intensità di luminescenza in funzione del tempo nel campione drogato con ossigeno mostrano inoltre che (ad ogni temperatura considerata) l'intensità è caratterizzata prima da un decadimento veloce ( $\tau \sim 100 \mu\text{sec}$ ) e poi da un decadimento lento ( $\tau \sim 900 \mu\text{sec}$ ). Aumentando la temperatura il decadimento rapido aumenta in importanza, e tende a diventare dominante a circa 180K. Tutti questi risultati si possono spiegare se supponiamo che esistano due tipi di centri attivi otticamente (ossia  $\text{Er}^{3+}$ ). Uno di questi è presente in misura limitata, ha un tempo di decadimento lungo ( $\sim 1 \mu\text{s}$ ) e non contribuisce per  $T > 150$  K. Il secondo invece decade con un processo veloce ( $\sim 100 \mu\text{s}$ ) e la sua concentrazione è notevolmente accresciuta dalla presenza di ossigeno. È lecito pensare che il primo tipo di centro ("centro lento") sia all'origine del livello donore meno profondo (0.06 eV sotto il fondo della banda di conduzione), e che il secondo tipo ("centro veloce") sia all'origine del livello donore più profondo (0.17 eV).

Il ruolo cruciale dell'ossigeno emerge solo quando si tiene conto della dipendenza dell'intensità di luminescenza sia dalla temperatura che dalla potenza incidente (*pumping power*)[23].

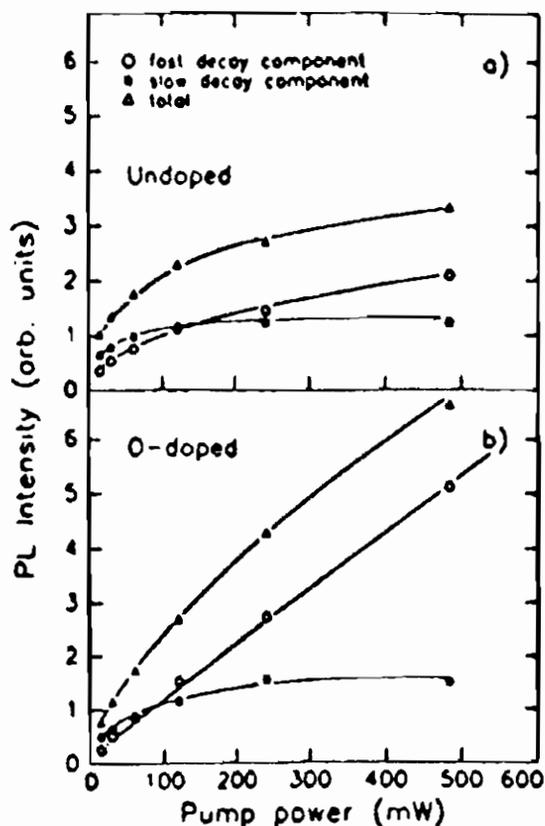


Fig. 5: Intensità di fotoluminescenza a 77 K in funzione della potenza incidente per un campione non drogato con ossigeno (a) e per uno drogato con ossigeno (b) [23].

Nei campioni non drogati con ossigeno l'analisi dell'intensità di luminescenza in funzione del tempo, per diversi valori di potenza incidente e temperatura, consente di distinguere il contributo lento al decadimento da quello veloce. Si può quindi studiare l'intensità di fotoluminescenza in funzione della potenza incidente separatamente per i centri lenti e per quelli veloci (Fig.5). In base a questo studio è possibile stabilire che, a  $\sim 200$  mW tutti i siti eccitabili sono stati eccitati (si è cioè in condizione di saturazione), e che questo è vero sia per i siti che danno origine al decadimento veloce che per quelli che danno origine al decadimento lento. I risultati

sopra discussi rimangono validi da 77 a 180 K. Il fenomeno del quenching si osserva allora quando i livelli donori neutri vengono ionizzati termicamente, e di conseguenza quando si riducono i centri Er eccitabili. Il decadimento veloce si associa alla ionizzazione del livello donore a 0.17 eV dalla banda di conduzione mentre quello lento ad un donore molto poco profondo (che viene ionizzato quindi molto facilmente anche a basse temperature).

Nei campioni drogati con O le cose cambiano. La concentrazione dei centri veloci è aumentata dalla presenza di ossigeno. Il drogaggio con ossigeno produce così un aumento notevole dei siti eccitabili. La fotoluminescenza legata ai centri lenti satura a 200 mW (come accadeva nel campione non drogato con ossigeno), mentre quella legata ai centri veloci non satura almeno fino a 600 mW, e quindi in complesso soltanto una parte degli ioni è eccitata (Fig.5). Di conseguenza, la ionizzazione termica dei donori neutri, che fa diminuire il numero di siti eccitabili, non sarà più una importante causa di quenching, come invece era nel caso dei campioni non drogati con ossigeno. In presenza di ossigeno, il principale meccanismo microscopico che fa sparire la luminescenza al crescere della temperatura è invece il processo di trasferimento di energia dalla shell 4f eccitata al cristallo o back transfer. Questo processo ha una energia di attivazione dell'ordine di 150 meV e porta all'eccitazione di un elettrone dalla banda di valenza al livello donore situato a 0.17 eV sotto il fondo della banda di conduzione. Durante questa eccitazione la shell 4f passa dallo stato eccitato al fondamentale, ma non dà luogo alla caratteristica luminescenza.

## 5 Conclusioni

Lo studio delle proprietà ottiche degli ioni di terre rare in semiconduttori è un argomento di ricerca attualmente di grande interesse, a causa delle numerose applicazioni tecnologiche che ne possono derivare (tra le quali lasers, LEDS e celle solari). È stata infatti rilevata la luminescenza caratteristica delle shell 4f, associata a transizioni proibite nell'atomo libero. La frequenza emessa e la lar-

ghezza della riga di luminescenza dipendono debolmente dal semiconduttore ospite o dalla temperatura.

Il composto inizialmente piú studiato è stato InP:Yb, soprattutto a causa del fatto che il comportamento ottico di Yb in InP non dipende dal metodo di crescita del campione. Il composto piú interessante dal punto di vista applicativo è invece Er in Si. Il silicio è infatti il semiconduttore per il quale esiste la tecnologia piú sviluppata; Er in Si emette inoltre ad una lunghezza d'onda ( $\lambda = 1.54\mu m$ ) che cade nel minimo di assorbimento delle fibre ottiche in silice. Il fenomeno della luminescenza di Er in silicio potrebbe cosí essere utilizzato nel campo delle comunicazioni a lunga distanza.

I meccanismi microscopici che danno origine alla luminescenza degli ioni e quelli che causano la scomparsa della luminescenza stessa al crescere della temperatura (quenching) non sono stati del tutto chiariti.

Nel caso di Yb in InP esistono due modelli.

Il primo si basa sui risultati di misure EPR[16] che inducono a pensare che lo ione di Yb otticamente attivo in InP sia trivalente. In questo modello il livello osservato nella gap sotto il fondo della banda di conduzione è inteso come una trappola isoelettronica introdotta da Yb. Nel contesto di questo modello, l'eccitazione della shell  $4f$  avviene nel seguente modo: un elettrone viene catturato in questa trappola; si forma un eccitone legato alla trappola stessa; questo eccitone ricombina non radiativamente cedendo energia alla shell  $4f$ . Il quenching è dovuto invece al trasferimento di energia dallo ione eccitato al cristallo, ed è attivato termicamente.

L'origine di una trappola isoelettronica dovuta a Yb è tuttavia ancora oggetto di investigazione. Inoltre non ci sono chiare evidenze sperimentali di ricombinazione eccitonica, e questo anche se lo stato del sistema con un eccitone legato e lo stato del sistema con la shell  $4f$  eccitata differiscono in energia di circa 150 meV.

Il secondo modello si basa sull'ipotesi che l'eccitazione delle shell  $4f$  sia accompagnata da trasferimento di carica dal semiconduttore allo ione. Durante questo processo lo ione di Yb passa dalla valenza +3 alla valenza +2. In seguito cattura una buca passando

ad uno stato eccitato a valenza +3. Il quenching si deve alla liberazione termica della buca legata all'impurezza. Evidenze sperimentali sembrano venire dalla spettroscopia risolta in tempo[36], tuttavia il modello è in contrasto con i risultati delle misure EPR.

Per quanto riguarda Er in Si, lo ione trivalente di Er introduce livelli donori molto poco profondi. È stato proposto che l'eccitazione della shell  $4f$  avvenga in seguito alla ricombinazione di eccitoni legati a quei donori neutri. Per quanto riguarda il quenching, occorre distinguere due casi. Nei campioni non drogati ossigeno, è stato attribuito alla ionizzazione termica di questi livelli donori, e, di conseguenza, alla scomparsa di centri eccitabili. La presenza di ossigeno aumenta considerevolmente il numero dei centri otticamente attivi, e, quindi, l'intensità della luminescenza. Il meccanismo di quenching dominante in Si:Er,O è attualmente ritenuto il trasferimento di energia dallo ione eccitato al cristallo, termicamente attivato.

L'obiettivo finale che si pone l'attività di ricerca sulle proprietà ottiche di semiconduttori drogati con terre rare è quello di realizzare dispositivi funzionanti anche a 300 K, e, possibilmente, attivati per via elettrica. Il limite tecnico che si ha oggi nel raggiungere questo obiettivo non sta più nel numero di siti eccitabili a disposizione: lo sviluppo di nuove tecniche di crescita da un lato e, per Si:Er, il drogaggio con ossigeno, hanno portato la densità di questi siti a valori impensati in passato. Sia nel caso di Si:Er che in quello di InP:Yb, questo limite va piuttosto cercato nell'attivazione termica dei processi di diseccitazione non radiativa dei centri di luminescenza, che mantengono basso il numero dei centri effettivamente eccitati, e riducono di fatto l'intensità della luminescenza.

La piena comprensione delle origini microscopiche della luminescenza di terre rare in semiconduttori è ancora lontana: i vari meccanismi proposti per ora sono e restano soltanto delle plausibili proposte, sia nel caso di Er in Si che nel caso di Yb in InP. L'intensa attività di ricerca in questo campo fa però sperare che molti aspetti del problema possano essere chiariti in tempi brevi.

## Bibliografia

- [1] R. L. L. Bell, *J. Appl. Phys.* **34**, 1563 (1963).
- [2] Y. H. Xie, E. A. Fitzgerald, and Y. J. Mii, *J. Appl. Phys.* **70**, 3223 (1991).
- [3] F. Y.G. Ren, J. Michel, Q. Sun-Paduan, B. Zheng, H. Kitawa, D. C. Jacobson, J. M. Poate, and L. C. Kimerling, in *Rare Earth Doped Semiconductors* edited by G. S. Pomrenke, P. B. Klein, and D. W. Langer, (Pittsburg, Pennsylvania, 1993), p. 87.
- [4] F. Priolo, S. Coffa, G. Franzò, C. Spinella, A. Carnera, and V. Bellani, *J. Appl. Phys.* **74**, 4936 (1993).
- [5] A. Kozanecki and R. Gröetzschel, *J. Appl. Phys.* **68**, 517 (1990).
- [6] J. F. Herbst, D. N. Lowy, and R. E. Watson, *Phys. Rev. B* **6**, 1913 (1972); J. F. Herbst, R. E. Watson, and J. W. Wilkins, *Phys. Rev. B* **13**, 1439 (1976); **17**, 3089 (1978).
- [7] S. Schmitt-Rink, C. M. Varma, and A. F. J. Levi, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2782 (1991).
- [8] (a) C. Delerue and M. Lannoo, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3006 (1991); (b) M. Needels, M. Schlüter, and M. Lannoo, *Phys. Rev. B* **47**, 15533 (1993); (c) M. Lannoo and C. Delerue in *Rare Earth Doped Semiconductors* (Ref.3), p. 385.
- [9] V. F. Masterov, in *Rare Earth Doped Semiconductors* (Ref.3), p. 373.
- [10] Y. S. Tang, K. C. Heasman, W. P. Gillin, and B. J. Sealy, *Appl. Phys. Lett.* **55**, 432 (1989).
- [11] R. Boyn, *Phys. Status Solidi* **148**, 11 (1988); R. S. Title in *Physics and Chemistry of II-VI Compounds*, edited by M. Aven e J. S. Prener (North-Holland, Amsterdam, 1967).

- [12] (a) G. Pomrenke, H. Ennen, and W. Haydl, *J. Appl. Phys.* **59**, 601 (1986); (b) H. Ennen and J. Schneider, in *Proceeding of the Thirteenth International Conference on Defects in Semiconductors, Coronado, CA, 1984*, edited by L. C. Kimmerling and J. M. Parsey (Metallurgic Society of AIME, New York, 1985); (c) H. Ennen, J. Wagner, H. D. Müller, and R. S. Smith, *J. Appl. Phys.* **61**, 4877 (1987).
- [13] J. Wagner, H. Ennen, and W. Müller, *J. Appl. Phys.* **59**, 1202 (1986).
- [14] V. A. Kasatin, F. P. Kesamanly, and B. E. Samorukov, *Sov. Phys. Semicond.* **15**, 352 (1991).
- [15] W. Körber and A. Hangleiter, *Appl. Phys. Lett.* **52**, 114 (1988).
- [16] (a) B. Lambert, Y. Toudic, G. Grandpierre, A. Rupert and A. Le Corre, *Elettron. Lett.* **24**, 1446 (1988); (b) B. Lambert, A. Le Corre., Y. Toudic, C. Lhomer, G. Grandpierre, and M. Gauneau, *J. Phys.: Cond. Matt.* **2**, 479 1990.
- [17] G. Aszodi, J. Weber, Ch. Uihlein, L. Pu-lin, H. Ennen, U. Kaufmann, J. Schneider, and J. Windscheift, *Phys. Rev. B* **31**, 7767 (1985).
- [18] A.Kozanecki and R.Gröetzschel, *J. Appl. Phys.* **64**, 3315 (1988).
- [19] H. Ennen, U. Kaufmann, G. Pomrenke, J. Schneider, J. Windscheift, and A. Axmann, *J. Cryst. Growth* **64**, 165 (1983).
- [20] D. L. Adler, D. C. Jacobson, D. J. Eaglesham, M. A. Marcus, J. L. Benton, J. M. Poate, and P. H. Citrin, *Appl. Phys. Lett* **61**, 2181 (1992).
- [21] D. Seghier, T. Beneyattou, A. Kalboussi, S. Moneger, G. Mar-rakchi, G. Guillot, B. Lambert, and A. Guivarc'h, *J. Appl. Phys.* **75**, 4171 (1994).

- [22] J. Michel, J. L. Benton, R. I. Ferrante, D. C. Jacobson, D. J. Eaglesham, E. A. Fitzgerald, Y. H. Xie, J. M. Poate, and L. C. Kimerling, *J. Appl. Phys.* **70**, 2672 (1991).
- [23] S. Coffa, G. Franzò, F. Priolo, A. Polman, and R. Serna, *Phys. Rev. B* **49**, 16313 (1994).
- [24] E. Alves, M. F. da Silva, K. R. Evans, C. R. Jones, A. A. Melo, and J. C. Soares, *Nucl. Instr. Methods B* **80/81**, 180 (1993).
- [25] A. Kozanechi, M. Chan, C. Jaynes, B. Sealy, and K. Home-wood, *Sol. State Com.* **78**, 763 (1991).
- [26] P. W. Elsaesser, in *Rare Earth Doped Semiconductors* (Ref.3), p. 251.
- [27] I. Poole, K. E. Singer, A. R. Peaker, and A. C. Write, *J. Cryst. Growth* **122**, 121 (1992).
- [28] P. W. Elsaesser, J. E. Colon, Y. K. Yeo, R. L. Hengehold, K. R. Evans, and J. S. Solomon, *J. Cryst. Growth* **127**, 707 (1993).
- [29] K. Takahei, A. Taguchi, and Y. Horikoshi, *J. Appl. Phys.* **76**, 4332 (1994).
- [30] N. Yassievich and L. C. Kimerling, *Semicond. Sci. Technol.* **8**, 718 (1993).
- [31] W. Körber, J. Weber, A. Hangleiter, K. W. Benz, H. Ennen, and H. D. Muller, *J. Cryst. Growth* **79**, 741 (1986).
- [32] (a) L. A. Hemstreet, in *Material Science Forum* **10-12**, edited by H. J. von Bardelben (Trans Tech Publication Aedermann Sdorf, Switzerland, 1986) 85; (b) R. Saito and T. Kimura, *Phys. Rev. B* **46**, 1423 (1992).
- [33] P. S. Whitney, K. Uwai, H. Nakagome, and K. Takaei, *Appl. Phys. Lett* **53**, 2074 (1988).

- [34] D. Seghier, T. Benyattou, G. Bremond, F. Ducoiret, J. Gregoire, G. Guillot, C. Lhomer, B. Lambert, Y. Toudic, and A. Le Corre, *Appl. Phys. Lett.* **60**, 983 (1992).
- [35] A. Taguchi, M. Taniguchi, and K. Takahei, *Appl. Phys. Lett.* **60**, 965 (1992).
- [36] G. Bohnert, J. Weber, F. Scholz, and A. Hangleiter, *Appl. Phys. Lett.* **63**, 382 (1993).
- [37] K. Thonke, K. Pressel, G. Bohnert, A. Stapor, J. Weber, M. Moser, A. Molassioti, A. Hangleiter, and F. Scholz, *Semicond. Sci. Technol.* **5**, 1124 (1990).
- [38] S. Y. Ren e J. D. Dow in *Rare Earth Doped Semiconductors*, (Ref.3), p. 403.
- [39] D. J. Eaglesham, J. Michel, E. A. Fitzgerald, D. C. Jacobson, J. M. Poate, J. L. Benton, A. Polman, Y. H. Xie, and L. C. Kimerling, *Appl. Phys. Lett* **58**, 2797 (1991).
- [40] J. L. Benton, J. Michel, L. C. Kimerling, D. C. Jacobson, Y. H. Xie, D. L. Eaglesham, E. A. Fitzgerald, and J. M. Poate, *J. Appl. Phys.* **70**, 2667 (1991).
- [41] S. Coffa, F. Priolo, G. Franzò, V. Bellani, A. Carnera, and C. Spinella, *Phys. Rev. B* **48**, 11782 (1993).
- [42] G. Franzò, F. Priolo, S. Coffa, A. Polman, and A. Carnera, *Appl. Phys. Lett.* **64**, 2235 (1994).



**Paolo Montagna**

Dipartimento di Fisica Nucleare e Teorica  
Università di Pavia  
e  
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare  
Sezione di Pavia

**LA PERDITA DI ENERGIA  
PER IONIZZAZIONE**

**E LE SUE APPLICAZIONI  
NELL'IDENTIFICAZIONE  
DI PARTICELLE CARICHE  
NEI RIVELATORI A GAS**

Seminario tenuto il 4/12/1992

## Introduzione

Una particella carica interagisce con la materia cedendo agli atomi del materiale assorbitore una quantità di energia dipendente essenzialmente dalla sua velocità e dalla sua carica, oltre che dalla densità e dallo spessore del mezzo attraversato.

Questo processo è evidentemente di natura statistica: le particelle di un fascio monoenergetico, nell'attraversare un certo spessore di materia, perdono un'energia che varia, attorno a un valor medio calcolabile con la celebre formula di Bethe-Bloch, secondo una particolare distribuzione statistica, studiata a lungo, nell'ambito di teorie matematiche piuttosto complesse, soprattutto dai fisici russi Landau e Vavilov negli anni 1940-60.

Una comprensione il più possibile precisa di questi fenomeni è importante per la Fisica delle particelle. Infatti, sia in fase di simulazione che di ricostruzione degli eventi negli apparati di rivelazione, è fondamentale saper "seguire" ogni particella durante il rallentamento e la perdita di energia, tenendo conto di tutti gli effetti che via via si manifestano nel passaggio dalle alte alle basse energie.

Nella prima parte di questo lavoro si cercherà di dare una panoramica su queste problematiche: l'esposizione sarà necessariamente breve ed incompleta; per ogni approfondimento si rimanda ai riferimenti bibliografici.

Nella seconda parte si illustrerà invece una interessante applicazione che ha permesso, con l'avvento delle camere a fili, di utilizzare la misura della perdita di energia per ionizzazione ( $dE/dx$ ) per identificare il tipo di particella nella ricostruzione di eventi complessi.

Il riconoscimento delle particelle cariche può essere fatto in vari modi (Cerenkov, tempo di volo, transition radiation,...). Nelle camere a drift la quantità di carica raccolta all'anodo è riconducibile alla  $dE/dx$  della particella nel dato spessore di materia, e non dipende dall'impulso della particella. Combinando allora le due misure indipendenti di  $dE/dx$  e di impulso, è possibile separare, nel grafico  $dE/dx$  vs  $p$ , le particelle di massa diversa, attribuendo quindi a ciascuna un'ipotesi di massa e verificando l'attendibilità di questa ipotesi.

Questa procedura verrà esposta nelle sue linee generali, e illustrata passo dopo passo con i risultati ottenuti nell'ambito di OPAL, uno dei

quattro grandi esperimenti di Fisica delle alte energie attualmente in corso al collider  $e^+e^-$  LEP del CERN.

## 1. La perdita di energia per ionizzazione

### 1.1 La $dE/dx$ nell'approccio classico

Il processo di perdita di energia cinetica da parte di una particella carica nell'interazione coulombiana con gli atomi di un materiale assorbitore può essere facilmente compreso già in termini semiclassici, [1] sulla base di considerazioni fisiche sviluppate già da N.Bohr nel 1913. [2]

Consideriamo il caso in cui una particella di massa  $m$ , carica  $ze$  e velocità  $v$  interagisce con una particella di massa  $M$  e carica  $Ze$ . Nell'ipotesi che la particella materiale sia in quiete e che il momento trasferito sia piccolo, si può pensare che la traiettoria della particella incidente non venga alterata; l'interazione con la materia avviene quindi a un certo parametro d'impatto  $b$ .

La carica in moto crea un campo elettrico perpendicolare al cilindro di raggio  $b$ , che nel sistema di quiete della particella incidente vale

$$E_{\perp} = \frac{\gamma z e b}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}$$

La particella del materiale assorbitore riceve quindi un momento

$$\Delta p = \int F dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(Ze)\gamma(ze)b}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} dt$$

$$\Delta p = \frac{2zZe^2}{vb}.$$

L'energia trasferita è invece

$$\Delta E = \frac{(\Delta p)^2}{2M} = \frac{2z^2 Z^2 e^4}{Mv^2 b^2},$$

ed è dovuta principalmente alle collisioni vicine, come si vede dalla proporzionalità inversa con  $v$  e  $b$ .

Con un semplice calcolo si vede anche che in una collisione con un atomo di numero atomico  $Z$  l'energia viene assorbita dal nucleo atomico solo per una frazione trascurabile, mentre la massima parte viene ceduta agli elettroni: infatti, per un atomo di numero atomico  $Z$  e numero di massa  $A \simeq 2Z$ , si ha:

$$\frac{\Delta E_{\text{elettroni}}}{\Delta E_{\text{nuclei}}} = \frac{2Z^2 e^4}{Z m_e v^2 b^2} \left( \frac{2Z^2 e^4}{2Z M_p v^2 b^2} \right)^{-1} = \frac{2M_p}{m_e} \simeq 4000.$$

Sulla base di queste considerazioni, possiamo ora calcolare la perdita di energia totale della particella incidente per unità di lunghezza del materiale attraversato. Poiché la maggior parte dell'energia è trasferita agli elettroni, bisognerà tener conto del numero di elettroni che la particella mediamente incontra nel suo cammino. In uno strato cilindrico di spessore  $dx$  di materiale a una distanza  $b$  dalla traiettoria della particella incidente (v. fig.1.1) ci sono  $n(2\pi b db) dx$  elettroni, dove

$$n = Z \frac{N_A \rho}{A}$$

è il numero di elettroni per unità di volume. Allora la perdita di energia totale per unità di lunghezza risulta

$$\begin{aligned} dE/dx &= 2\pi n \left( \frac{2z^2 e^4}{m_e v^2} \right) \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{db}{b} \\ &= \frac{4\pi n z^2 e^4}{m_e v^2} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}. \quad (1.1) \end{aligned}$$

Per una trattazione più rigorosa, come ad es. per la determinazione dei limiti  $b_{max}$  e  $b_{min}$  del parametro d'impatto, si rimanda a testi più specialistici (v. ad es. rif. [3]). In questo ambito, è invece interessante notare come la (1.1) possa già fornire utili indicazioni sul processo fisico in esame. Come infatti vedremo tra poco nell'ambito della trattazione quantistica, se la riscriviamo come

$$dE/dx = \frac{\xi}{x} \ln \frac{b_{max}}{b_{min}}, \quad (1.2)$$

dove  $x$  è lo spessore del materiale attraversato (in *cm*), possiamo evidenziare nel parametro

$$\xi = \frac{2\pi e^4 N_A}{m_e} \frac{z^2}{Av^2} \rho x = 0.1536 \frac{z^2}{Av^2} \rho x \quad (MeV) \quad (1.3)$$

(dove  $\rho$  è la densità del mezzo materiale) le principali caratteristiche della perdita di energia: essa risulta dipendere dalla carica e dalla velocità della particella incidente, ma non dalla sua massa. Inoltre dipende dalla natura del mezzo assorbitore attraverso la sua densità e il suo numero di massa.

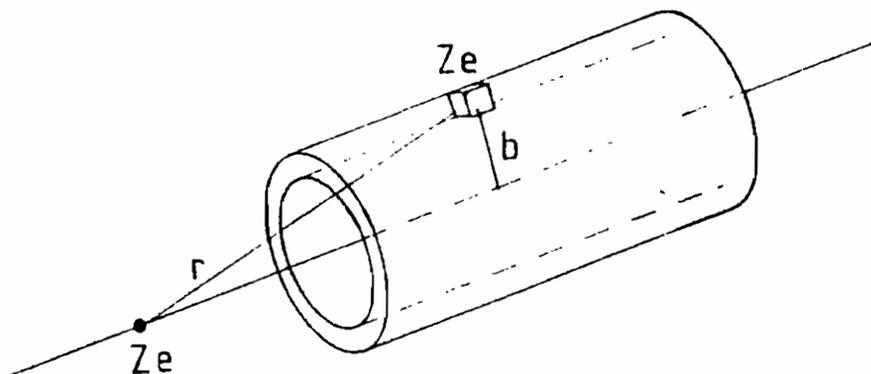


Fig.1.1 Visione "classica" dell'interazione particella - materia

## 1.2 La $dE/dx$ nell'approccio quantistico: la formula di Bethe-Bloch

Nei primi anni 30, Bethe [4] estende la teoria di Bohr sulla perdita di energia per ionizzazione, tenendo conto degli effetti relativistici e della natura quantistica della particella incidente. Senza entrare nei dettagli, per i quali si rimanda ad es. a rif. [5] o [6], seguiamo nelle sue linee generali il procedimento di Bethe.

Dal punto di vista quantistico, il calcolo della perdita di energia media della particella incidente è riconducibile al calcolo della probabilità  $\sigma(\epsilon)d\epsilon$  che in un percorso unitario la particella perda un'energia compresa tra  $\epsilon$  e  $\epsilon + d\epsilon$ , cedendola agli elettroni atomici e provocando quindi l'eccitazione o la ionizzazione degli atomi. Per un materiale di numero atomico  $Z$  con  $n$  atomi/ $cm^3$ , la quantità  $\omega(\epsilon)d(\epsilon)dx = Zn\sigma(\epsilon)d\epsilon dx$  è la probabilità che il proiettile in uno strato  $dx$  perda un'energia compresa tra  $\epsilon$  e  $\epsilon + d\epsilon$ . In questa ottica, la perdita di energia media per ionizzazione  $dE/dx$  è data dal prodotto dell'energia media persa a ogni urto per il numero di urti per unità di lunghezza. Questo prodotto si esprime come

$$dE/dx = \int_{\epsilon_{min}}^{\epsilon_{max}} \epsilon \omega(\epsilon) d\epsilon. \quad (1.4)$$

Per ricavare  $\omega(\epsilon)$ , Bethe opera una distinzione tra collisioni atomiche "vicine" e "lontane".

Nelle *collisioni lontane* (grande parametro d'urto), l'atomo reagisce come un tutto al campo variabile generato dalla particella in moto, e può essere eccitato o ionizzato, con una certa probabilità calcolabile con la teoria perturbativa al primo ordine per ogni livello energetico atomico; il contributo totale alla perdita di energia risulterà dalla somma su tutte le possibili energie atomiche, pesate ciascuna con la propria sezione d'urto di eccitazione. In queste condizioni, bisogna tener conto degli effetti dovuti alla presenza degli atomi adiacenti nel materiale, in quanto la polarizzazione del mezzo da parte della particella incidente produce una diminuzione del suo campo efficace, e quindi anche della  $dE/dx$ . Ma, poiché le collisioni con grande parametro d'urto assumono importanza solo a energie molto alte, questo effetto è

trascurabile nel caso non relativistico. Inoltre, la particella può essere considerata puntiforme, e l'impulso trasferito è piccolo ( $q^2 \ll m_e^2$ ).

Nelle *collisioni vicine* invece (parametro d'urto dell'ordine delle dimensioni atomiche), l'interazione coinvolge i singoli elettroni atomici, che vengono considerati liberi e a riposo. La  $\omega(\epsilon)$  nella (1.4) viene a essere sostanzialmente la sezione d'urto per lo scattering di un elettrone su una particella di massa  $m$  e carica  $z$ , puntiforme e a riposo, nota come sezione d'urto di Mott. [7] L'impulso trasferito in questo caso è grande ( $q^2 \gg Im_e$ , dove  $I \simeq 13Z(eV)$  è il potenziale di ionizzazione medio degli atomi del materiale).

La perdita di energia totale è la somma dei contributi relativi alle collisioni vicine e alle collisioni lontane: essi infatti comprendono l'intero range di impulsi trasferiti, in quanto valgono le une per  $q^2/m_e \gg I$ , le altre per  $q^2/m_e \ll m_e$ , e si ha sempre  $I \ll m_e$ . Esplicitamente, il calcolo dà la ben nota *formula di Bethe-Bloch*

$$\frac{dE}{dx} = 2 \frac{\xi}{x} \left( \ln \frac{2m_e\beta^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 \right) \quad (MeV/cm) \quad (1.5)$$

dove  $\xi$  è lo stesso parametro della (1.3) (ad es. per 1 cm di Ar a NTP,  $\xi = 0.123/v^2 KeV$ ).

La (1.5) rivela alcune importanti caratteristiche della perdita di energia per ionizzazione. Essa dipende dalla carica e dalla velocità della particella incidente, ma *non* dalla sua massa: questo significa che per un fascio di particelle di data carica (es.  $p, \pi^+, \mu^+, \dots$ ), la  $dE/dx$  è funzione della sola velocità. Inoltre dipende dal materiale assorbitore linearmente attraverso il numero di elettroni  $/cm^3$ , e logicamente attraverso il potenziale di ionizzazione  $I$ .

In fig.1.2 è presentata la ben nota rappresentazione grafica della  $dE/dx$  di Bethe in funzione della velocità della particella incidente (espressa nella forma relativistica  $\beta\gamma$ ). Per basse velocità, la  $dE/dx$  decresce secondo la dipendenza da  $1/v^2$ , fino a una regione di minima ionizzazione che si raggiunge per  $\beta\gamma \simeq 4$  ( $\beta \simeq 0.97$ ). All'aumentare di  $\beta$ , la  $dE/dx$  inizia a crescere per la presenza del fattore logaritmico nella (1.5) (*risalita relativistica*). Ma a energie ultrarelativistiche ( $\beta\gamma \simeq 100$ ) un ulteriore fenomeno "frena" la perdita di energia: per materiali ad alta densità, le distanze interatomiche sono piccole, per cui

le collisioni non avvengono con atomi isolati; le interazioni tra gli elettroni atomici possono quindi schermare il campo elettrico della particella incidente riducendone la perdita di energia per le collisioni lontane (*effetto densità*). Nella (1.5) si deve pertanto introdurre un termine di correzione  $\delta(\beta)$ , calcolato sulla base di formule semiempiriche [8], che porta la  $dE/dx$  a divenire pressoché costante a partire da  $\beta\gamma \simeq 1000$  (*plateau di Fermi*).

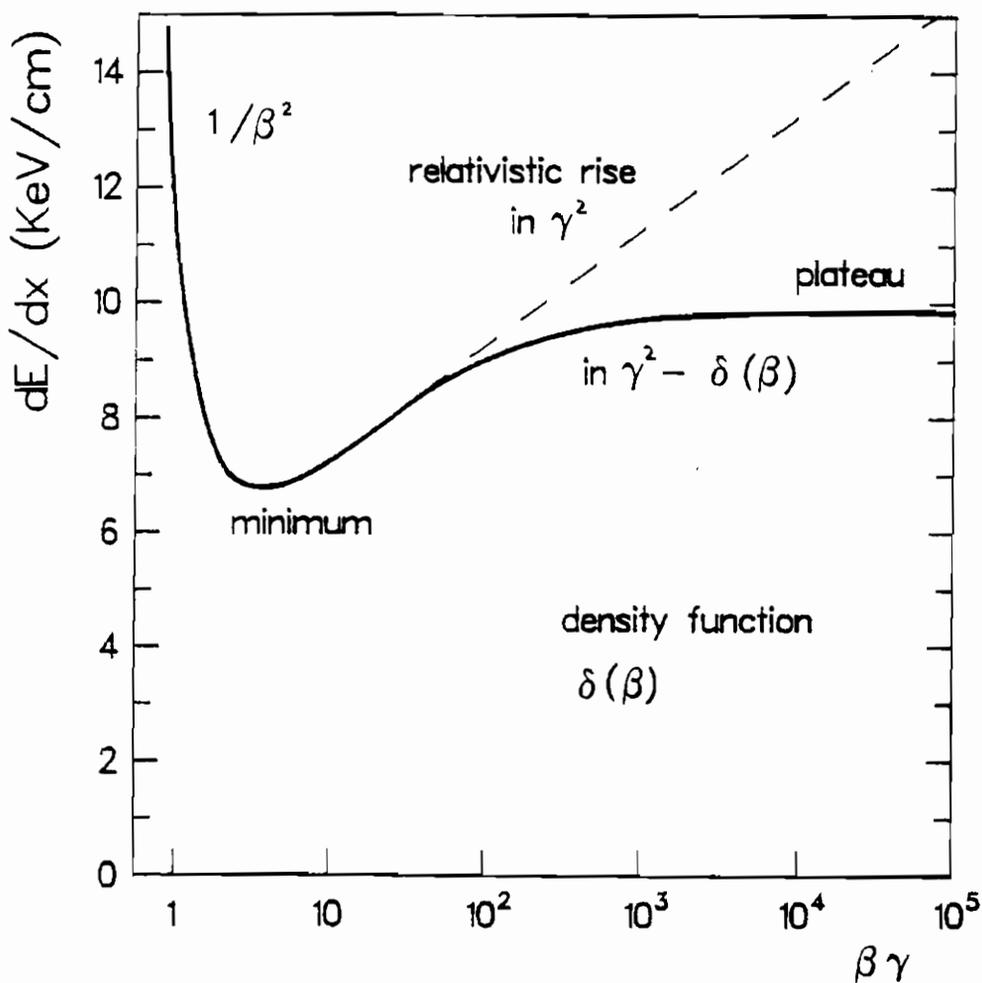


Fig.1.2 La perdita di energia media totale (curva tipica di pioni in Ar)

Ulteriori correzioni alla formula di Bethe-Bloch vanno poi aggiunte per particelle incidenti con energie molto basse ( $E < 2 \div 5 \text{ MeV}$ ): vi sono infatti effetti di *neutralizzazione di carica* (le particelle tendono a "catturare" temporaneamente gli elettroni del mezzo, per cui il campo elettrico dipende da una carica efficace  $z^*$  anziché dalla carica  $z$ ) ed effetti di *shell* (a velocità molto basse la probabilità di collisione con elettroni di shells profonde è trascurabile rispetto a quella di collisione con elettroni esterni). Questi effetti si traducono in correzioni basate su formule semiempiriche [9] e portano a una espressione finale per la *formula di Bethe-Bloch* data da

$$\frac{dE}{dx} = 2 \frac{\xi}{x} \left( \ln \frac{2m_e \beta^2}{I(1 - \beta^2)} - \beta^2 - \frac{C}{Z^*} - \delta \right) \quad (\text{MeV/cm}) \quad (1.6)$$

### 1.3 La $dE/dx$ nell'approccio statistico

A causa della natura statistica del processo di interazione con i singoli atomi del materiale assorbitore, la quantità di energia effettivamente persa dalle particelle di un fascio monoenergetico nell'attraversare un dato spessore  $x$  di materia è una variabile statistica che si distribuisce attorno al valor medio

$$\Delta E_0 = \int_0^x \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{Bethe}} dx \quad (1.7)$$

Già sulla base delle considerazioni intuitive fatte nello schema semiclassico (v. §1.1) si possono capire alcune caratteristiche peculiari della distribuzione di  $dE/dx$ . Infatti la sezione d'urto di un processo di perdita di energia  $E$  per interazione elettromagnetica, facilmente ricavabile in termini classici [1], è del tipo

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{\xi}{E^2} \quad (1.8)$$

ed indica chiaramente che risultano più probabili i processi con piccolo trasferimento di energia.

Quindi la distribuzione di  $dE/dx$  sarà per sua natura *asimmetrica*, e in particolare si avrà che

\* il valore *più probabile* non coincide con il *valor medio*

\* c'è una lunga *coda* a destra (energie elevate).

In altri termini, la situazione più probabile corrisponde a una perdita di energia più piccola rispetto a quella prevista dalla formula di Bethe, e si situa, per così dire, nella metà di sinistra del range di tutti i possibili trasferimenti di energia. Gli eventi con alta perdita di energia invece sono meno probabili e corrispondono alla coda a destra della distribuzione.

Questi eventi ad alta  $dE/dx$ , pur rari, hanno grande importanza fisica. Infatti, quando si ha un grande trasferimento di energia, gli elettroni provenienti dalla ionizzazione atomica ricevono alta energia cinetica e a loro volta sono in grado di ionizzare altri atomi. Per motivi storici essi vengono chiamati  *$\delta$ -elettroni*. Il numero di  $\delta$ -elettroni prodotti in uno spessore  $x$  con energia  $E > E_1$  è

$$N(E > E_1) = \int_{E_1}^{E_{max}} \frac{\xi}{E^2} dE = \xi \left( \frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_{max}} \right) \quad (1.9)$$

dove  $E_{max}$  è la massima energia trasferibile in una singola collisione.

La (1.9) è utile per farci comprendere il significato fisico del parametro  $\xi$ , definito dalla (1.3) e poi ritrovato in tutta la trattazione come parametro fondamentale. Esso assume qui il significato di energia al di sopra della quale viene prodotto in media un solo  $\delta$ -elettrone. In questo senso, si può pensare a  $\xi$  come a un valore "tipico" di  $dE/dx$  per un dato materiale.

Resta ora da determinare la forma, analitica o numerica, della distribuzione di  $dE/dx$ .

Il calcolo della funzione di distribuzione è un caso particolare di un tipo di problema fisico molto comune: trovare la legge di evoluzione nello spazio di un fascio di particelle incidenti, perturbato dalla presenza di centri di interazione (gli atomi della materia). Problemi di questo tipo richiedono essenzialmente la risoluzione della cosiddetta *equazione del trasporto*, che ora presenteremo nella forma più adatta ai nostri scopi.

Consideriamo un fascio di  $N$  particelle di energia  $E$ . Sia  $\omega(\epsilon)d\epsilon dx$  la probabilità che una particella perda energia tra  $\epsilon$  e  $\epsilon + d\epsilon$  dopo aver attraversato uno spessore  $dx$  di materia, e sia invece  $f(x, \epsilon)d\epsilon dx$  la probabilità di trovare dopo un tratto compreso tra  $x$  e  $x + dx$  una particella con perdita di energia tra  $\epsilon$  e  $\epsilon + d\epsilon$ . Assumiamo inoltre che collisioni successive siano statisticamente indipendenti, che il mezzo assorbitore sia omogeneo e che la perdita di energia totale sia piccola rispetto all'energia originaria del fascio. In queste condizioni, la forma della distribuzione di  $f(x, \epsilon)$  può essere determinata considerando la situazione in  $x$  e la sua variazione dopo un ulteriore spessore infinitesimale  $dx$ .

La *variazione* entro  $(x, x + dx)$  del numero di particelle che hanno perso un dato valore  $\epsilon$  di energia è uguale al numero di particelle che, avendo perso in  $x$  un'energia  $\epsilon - d\epsilon$ , perdono nel tratto  $dx$  ancora un'energia  $d\epsilon$  e raggiungono quindi una perdita di energia totale  $\epsilon$ , meno il numero di particelle che, avendo perso già in  $x$  l'energia  $\epsilon$ , ne perdono in  $dx$  un'ulteriore quantità  $d\epsilon$  passando a una perdita di energia totale  $\epsilon + d\epsilon$ .

Tutto questo si può esprimere matematicamente nell'*equazione del trasporto*

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, \epsilon) = \int_{\epsilon_{min}}^{\epsilon_{max}} \omega(\epsilon) f(x, \epsilon - d\epsilon) d\epsilon - f(x, \epsilon) \int_{\epsilon_{min}}^{\epsilon_{max}} \omega(\epsilon) d\epsilon \quad (1.10)$$

La risoluzione di questa equazione richiede dunque la conoscenza della sezione d'urto  $\omega(\epsilon)$ . In letteratura sono stati proposti vari metodi di risoluzione, in dipendenza dalle assunzioni fatte sulla  $\omega(\epsilon)$ ; i contributi più importanti alla teoria statistica della  $dE/dx$  sono venuti da Landau (1944) [10], Vavilov (1957) [11], Tschalar (1968) [12].

## 1.4 La distribuzione di Landau

Il primo tentativo rigoroso di calcolare la funzione di distribuzione della perdita risale a Landau (1944; v.rif.[10], *On the energy loss of*

*fast particles by ionization*). Egli risolve l'equazione del trasporto utilizzando la sezione d'urto classica di elettrone libero (v. (1.8) )

$$\omega(\epsilon) = \frac{\xi}{x} \frac{1}{\epsilon^2} \quad (1.11)$$

Essa è sicuramente valida per perdite di energia

- \* piccole rispetto al massimo trasferimento di energia in una singola collisione
- \* grandi rispetto alle energie di legame degli elettroni negli atomi, cioè per perdite di energia tipiche  $\xi$  "intermedie":

$$I \ll \xi \ll \epsilon_{max} \simeq 2m_e\beta^2\gamma^2 \quad (1.12)$$

Con queste assunzioni (che permettono di risolvere la (1.10) nell'approssimazione  $\epsilon_{max} = \infty$ ), Landau dimostra che la funzione di distribuzione  $f(x, \Delta E)$  può essere fattorizzata nella forma

$$f(x, \epsilon) = \frac{1}{\xi} \Phi_L(\lambda) \quad (1.13)$$

dove

$$\Phi_L(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \exp[-u(\ln u + \lambda)] \sin(\pi u) du \quad (1.14)$$

è una funzione della sola variabile

$$\lambda = \frac{\Delta E - \Delta E_{0Bethe}}{\xi} - 0.423 + \ln \frac{\xi}{\epsilon_{max}} - \beta^2 \quad (1.15)$$

E' questa la principale particolarità della funzione di distribuzione di Landau: pur essendo per sua natura una funzione delle due variabili indipendenti  $x$  e  $\Delta E$  (spessore e perdita di energia), essa può essere espressa come prodotto delle due funzioni  $1/\xi$  e  $\Phi_L(\lambda)$ , ciascuna esplicitamente di una sola variabile; i parametri fisici in gioco sono "nascosti" dentro le due quantità  $\xi$  e  $\lambda$ . In questo modo, la (1.14) risulta una funzione analitica *universale* del parametro adimensionale  $\lambda$ , e

può essere calcolata numericamente per ogni valore di  $\lambda$ , indipendentemente dalla particolare situazione fisica. Il suo grafico, rappresentato in fig.1.3, presenta una salita molto rapida a sinistra del valor massimo (minor perdita di energia), e una discesa più lenta a destra (maggior perdita di energia), con una lunga coda che dà apprezzabili valori anche per  $\lambda$  piuttosto elevati.

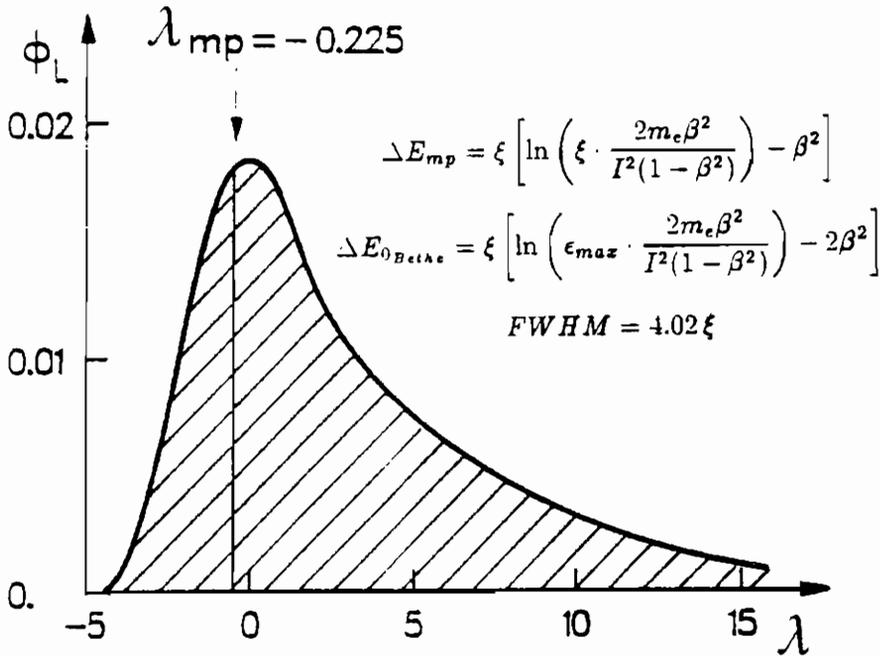


Fig.1.3 La funzione universale di Landau  $\Phi_L(\lambda)$

L'espressione esplicita di  $\lambda$ , data dalla (1.15), contiene tutte le quantità che determinano la perdita di energia: è pertanto possibile e conveniente sviluppare tutta la teoria statistica della perdita di energia in funzione di  $\lambda$ , ricavando infine da  $\lambda$  le quantità che interessano. Ad esempio, si può notare che il valore più probabile della  $dE/dx$ , corrispondente al massimo della (1.14) ( $\lambda = -0.225$ ), non coincide con il valor medio dato dalla formula di Bethe, che invece risulta più spostato a destra, vista la sostanziale asimmetria della distribuzione (si vedano i dettagli in fig.1.3).

Siamo così riusciti a dare una espressione analitica alla funzione di distribuzione della  $dE/dx$ . Non dobbiamo però dimenticare che la (1.13) è stata ottenuta sotto la fondamentale *assunzione* (1.12); quando questa situazione non è verificata, l'utilizzo della distribuzione di Landau è assolutamente improprio e può portare a errori di valutazione anche notevoli. Nei due prossimi paragrafi discuteremo separatamente i due casi racchiusi nella condizione (1.12).

## 1.5 Considerazioni statistiche sulla funzione di distribuzione

Si è visto in precedenza (v. §1.3) che  $\xi$  può essere considerato come un valore "tipico" di perdita di energia; in particolare, è quel valore per il quale nello spessore considerato avviene in media una sola collisione con produzione di  $\delta$ -elettroni. La discussione sulla condizione  $\xi \ll \epsilon_{max}$  si può perciò convenientemente tradurre nella analisi della variazione del parametro

$$\kappa = \frac{\xi}{\epsilon_{max}}, \quad (1.16)$$

che viene a essere una "misura" del contributo alle fluttuazioni in  $dE/dx$  da parte delle collisioni con trasferimento di energia vicino a  $\epsilon_{max}$ . Ne segue che:

- a) per  $\kappa \ll 1$  ( $\xi \ll \epsilon_{max}$ ) avvengono poche collisioni con grande trasferimento di energia (collisioni vicine); in questo caso è valida l'approssimazione  $\epsilon_{max} = \infty$  e quindi la formula di Landau.
- b) per  $\kappa \simeq 1$  ( $\xi \simeq \epsilon_{max}$ ) diventa rilevante il valore finito di  $\epsilon_{max}$  e la teoria di Landau perde di validità; una sostanziale correzione ad essa viene apportata nel 1957 da Vavilov [11], che, pur mantenendo la stessa impostazione, sostituisce a  $\epsilon_{max}$  il valore finito corretto (si veda ancora la (1.12)) e trova una funzione di distribuzione meno asimmetrica (per i dettagli si rimanda per brevità al rif. [11]).
- c) per  $\kappa \gg 1$  ( $\xi \gg \epsilon_{max}$ ) le collisioni con grande trasferimento di energia sono numerose, e pertanto, prese singolarmente, tendono ad avere poco peso statistico. In accordo col teorema del

limite centrale, la distribuzione tende allora a divenire gaussiana con media centrata nel valore  $\Delta E_0$  dato dalla formula di Bethe.

Si noti che la distribuzione di Vavilov tende a quella di Landau e a quella di Gauss nei due casi limite  $\kappa \ll 1$  e  $\kappa \gg 1$ : si può pertanto affermare che la teoria di Vavilov è l'unica veramente completa, valida per tutte le energie  $\xi > I$ .

Numericamente non si commettono errori significativi se si usano:

- \* per  $\kappa < 0.01$  la distribuzione di Landau
- \* per  $0.01 < \kappa < 10$  la distribuzione di Vavilov
- \* per  $\kappa > 10$  la distribuzione di Gauss.

In fig. 1.4 la funzione di Landau è sovrapposta a quella di Vavilov per due differenti valori di  $\kappa$ . E' abbastanza evidente il progressivo innalzamento e restringimento verso la forma normale che si verifica al crescere di  $\kappa$ .

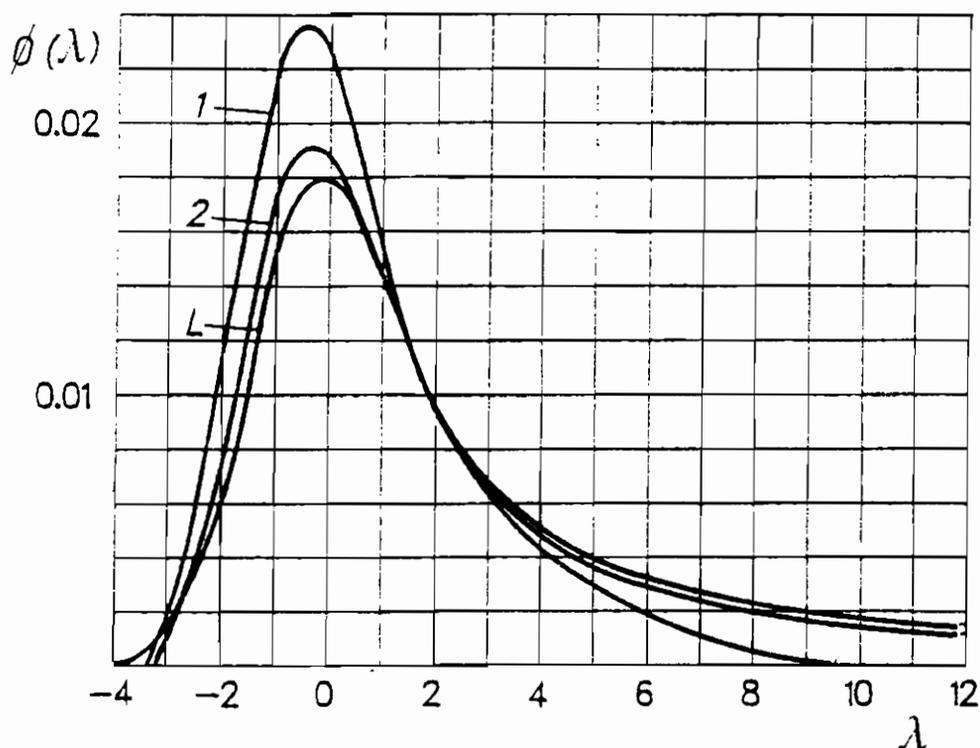


Fig.1.4 Le funzioni di Landau (curva L) e di Vavilov (curve 1 per  $\kappa = 0.1$ , 2 per  $\kappa = 0.01$ )

Una discussione tanto dettagliata potrebbe risultare forse oziosa, se non fosse che dal punto di vista sperimentale è estremamente importante saper "gestire" correttamente queste situazioni. Infatti, durante il rallentamento delle particelle nella materia, i parametri fisici  $\beta$  e  $\epsilon_{max}$  variano con continuità. Diventa pertanto essenziale, per una corretta interpretazione dei dati, calcolare passo dopo passo il valore di  $\kappa$  per decidere quale funzione di distribuzione utilizzare in quel preciso punto. L'uso indiscriminato della distribuzione di Landau, peraltro largamente accettato in passato per la sua semplicità, può portare, come si vede dalla figura, a errori piuttosto evidenti.

## 1.6 La perdita di energia negli assorbitori sottili

La seconda condizione della (1.12), cioè  $\xi \gg I$ , cade in difetto quando si è in presenza di assorbitori molto sottili: un caso tipico e di notevole interesse pratico, come vedremo, è quello dei rivelatori a gas. Una particella carica, nell'interazione con gli atomi di un gas, tipicamente perde energie dell'ordine di pochi KeV, che sono confrontabili con il potenziale di ionizzazione del gas (si ricordi  $I \simeq 13Z(eV)$ ).

Nel caso di assorbitori sottili, il contributo delle collisioni lontane (v. §1.2) non è più trascurabile. Pertanto la teoria di Vavilov non è applicabile, in quanto utilizza la sezione urto  $\omega(\epsilon)$  di elettrone libero, mentre è ora necessario esprimere la  $\omega(\epsilon)$  tenendo conto delle probabilità di transizione degli elettroni a tutti i livelli di energia, nel continuo e nel discreto (le shells atomiche).

Manca una teoria di validità generale. Un tentativo di trattazione rigorosa di questo problema si deve a Talman [13]. Intuitivamente, l'idea fondamentale è che le collisioni lontane sono sempre numerose e singolarmente non portano a grosse perdite di energia, per cui si può supporre, per il teorema del limite centrale, che esse generino una distribuzione di tipo normale. Il processo statistico si può quindi scomporre in due sottoprocessi, relativi l'uno alle collisioni lontane (distribuzione gaussiana) e l'altro alle collisioni vicine (distribuzione di Landau-Vavilov); la funzione di distribuzione risultante sarà la *convoluzione* di queste due.

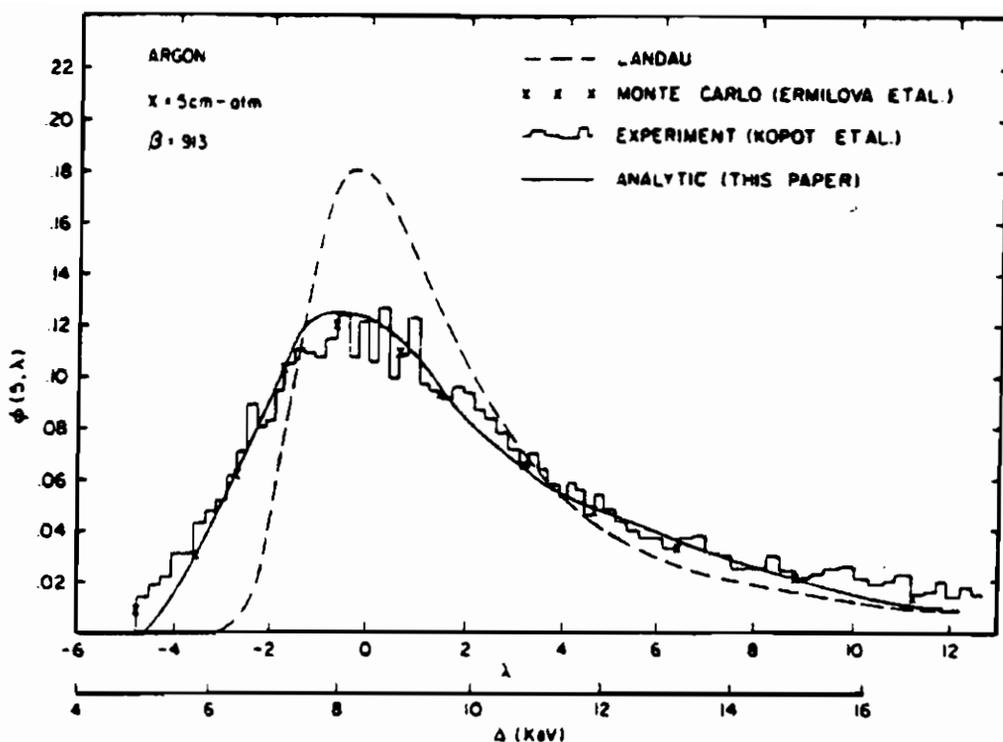


Fig.1.5 Distribuzione di  $dE/dx$  per protoni di  $2.1 \text{ GeV}$  ( $\beta = 0.913$ ) in  $5 \text{ cm} \cdot \text{atm}$  di Ar: dato sperimentale a confronto con simulazione Monte Carlo, distribuzione di Landau e convoluzione di Talman [13]

Sostanzialmente, la funzione di distribuzione della perdita di energia nei gas mostra un allargamento della funzione di Landau tanto maggiore quanto minore è lo spessore del gas assorbitore (è da notare, come vedremo meglio nel seguito, che la quantità significativa per questo processo per i gas è il prodotto spessore ( $\text{cm}$ ) · pressione ( $\text{atm}$ )). In fig.1.5 viene presentata in istogramma la distribuzione della  $dE/dx$  per un fascio di protoni di energia  $2.1 \text{ GeV}$  che attraversano uno spessore di  $5 \text{ cm} \cdot \text{atm}$  di argon. Oltre al dato sperimentale, si presenta anche il risultato di una simulazione Monte Carlo che riproduce accuratamente il dato. Le due curve analitiche rappresentano poi la distribuzione di Landau (curva tratteggiata) e quella di Talman (convoluzione di Landau e gaussiana, curva continua): appare quindi evidente il notevole scostamento della distribuzione reale da quella di Landau, e il buon accordo invece con la forma calcolata da Talman. In particolare, l'effetto

dell'allargamento della curva di Landau in dipendenza dallo spessore di gas viene evidenziato in fig.1.6: la Landau risulta essere il limite per grandi spessori della distribuzione reale.

Si noti inoltre dalla fig.1.6 che il massimo della funzione (il valore più probabile della  $dE/dx$ ) si sposta leggermente verso sinistra al diminuire dello spessore. Ancora una volta dobbiamo però porre attenzione all'aspetto "pratico" del problema: in una distribuzione così larga il valor medio è una quantità poco interessante, in quanto la lunga coda a destra rende la distribuzione, per così dire, a varianza infinita: ciò significa che la media di molti campionamenti non è più significativa di un unico campionamento. Questo, come vedremo, è il motivo per cui è opportuno procedere a un taglio (da determinare ad arbitrio) sui valori più alti della distribuzione, in modo da recuperare l'informazione fisica sulla  $dE/dx$  che altrimenti andrebbe confusa proprio a causa della particolare forma allargata della distribuzione statistica.

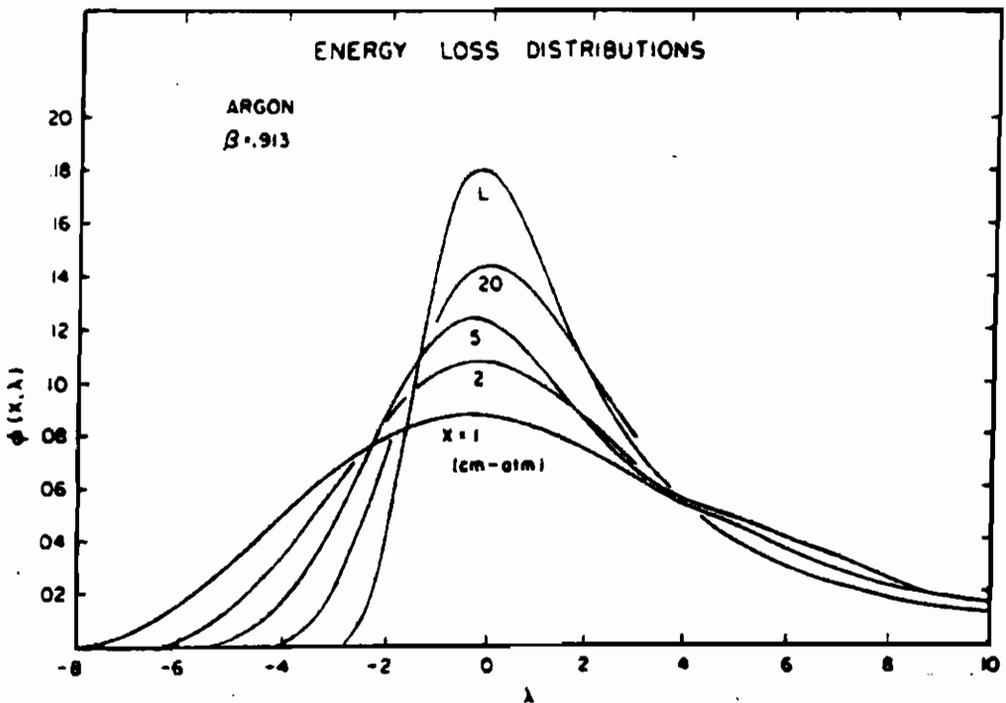


Fig.1.6 Distribuzione di  $dE/dx$  calcolata per protoni di 2.1 GeV ( $\beta = 0.913$ ) in vari spessori di Ar a confronto con la distribuzione di Landau

## 2. Identificazione di particelle nei rivelatori a gas

### 2.1 La ionizzazione nelle camere a drift (cenni)

La quantità di energia rilasciata da una particella carica nell'interazione con la materia, secondo i processi finora descritti, può essere utilizzata, come vedremo tra poco, unitamente ad una misura indipendente dell'impulso, per identificare la natura della particella. Questo viene normalmente fatto negli esperimenti di fisica delle particelle utilizzando rivelatori a gas, in particolare le camere a deriva (*drift*). Per una trattazione sufficientemente generale e approfondita dell'argomento si rimanda ad es. a rif.[1] e alla relativa bibliografia; qui richiamiamo solo brevemente i principi fisici fondamentali di funzionamento di questi rivelatori.

Le camere a drift sono rivelatori di particelle cariche che, mediante la misura del tempo di deriva degli elettroni di ionizzazione in un gas, permettono di determinare la posizione spaziale di una particella ionizzante con una accuratezza tipicamente di alcune decine di  $\mu\text{m}$ . Normalmente di forma cilindrica, presentano un campo elettrico uniforme tra anodo e catodo (si veda la fig.2.1); una particella carica nell'attraversare la camera ionizza il gas provocando la deriva degli elettroni all'anodo. Il passaggio della particella genera un impulso veloce in uno scintillatore a un tempo  $t_0$ . Gli elettroni poi viaggiano per un tempo  $\Delta t$  con una certa velocità di drift (dell'ordine di  $5 \cdot 10^6 \text{ cm/s}$ ) finché si raccolgono all'anodo. La posizione in cui la particella ha attraversato la camera è così data da

$$x = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} w(t) dt.$$

L'energia rilasciata dalla particella nel passaggio entro la camera è proporzionale al numero di coppie elettrone-ione create con la ionizzazione (ad es. una particella al minimo di ionizzazione *m.i.p.* in

1 cm di Ar NTP crea in media 120 coppie elettrone-ione) e quindi alla quantità di carica

$$q = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} i(t) dt,$$

dove  $i$  è la corrente raccolta alle estremità dei fili di anodo. Allora (si veda la fig.2.2) le coordinate spaziali (polari cilindriche) di un cluster di carica depositata sono date da:

- $r$  - numero  $n$  del filo colpito (posizionato a una distanza nota)
- $\phi$  - angolo di posizionamento del filo  $n$ ,  $\pm$  angolo ricavabile dal cammino, a destra o a sinistra del filo, compiuto dalla carica e rivelato attraverso la misura del tempo di drift
- $z$  - (metodo della *divisione di carica*) misura della frazione di carica raccolta alle due estremità (left e right) del filo di lunghezza  $l$ :

$$z = \frac{l Q_L - Q_R}{2 Q_L + Q_R}.$$

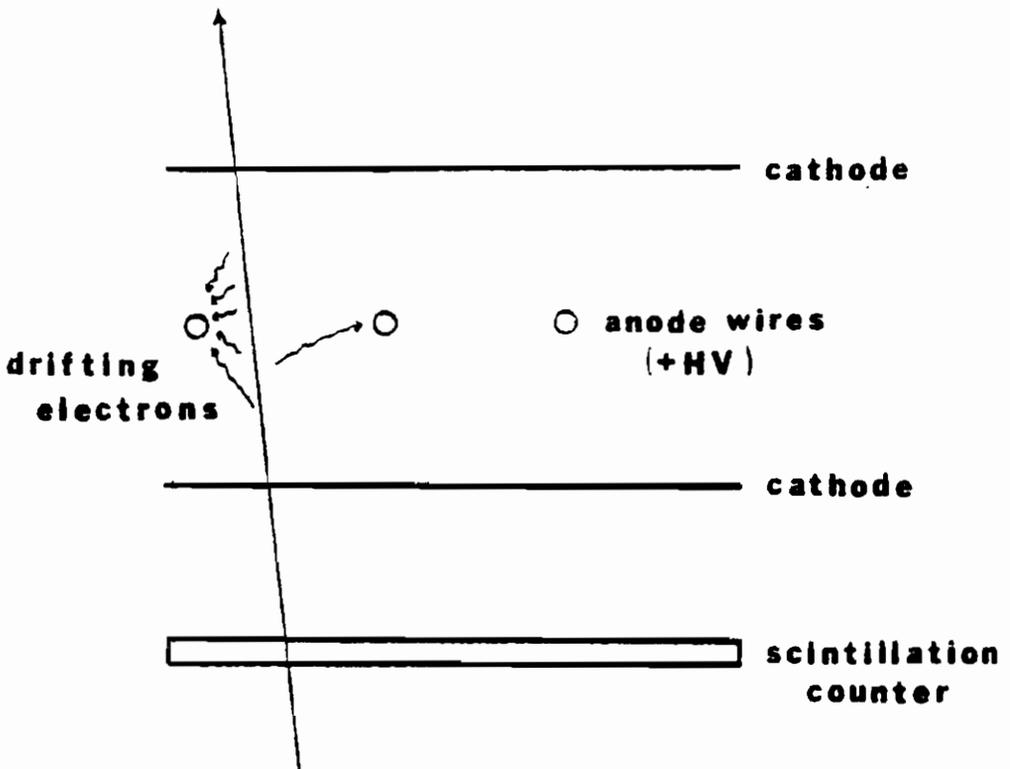


Fig.2.1 Il tracciamento di una particella carica in una camera a drift

In questo modo, la  $dE/dx$  viene a essere immediatamente riconducibile alla somma della carica raccolta alle estremità del filo:

$$Q_{tot} = Q_L + Q_R.$$

Nel caso la camera a drift sia immersa in campo magnetico, essa può essere utile anche per la misura dell'impulso della particella carica, mediante la misura del suo raggio di curvatura  $\rho$ : l'impulso risulta da

$$p = 0.300 B \rho \text{ (GeV/c)}.$$

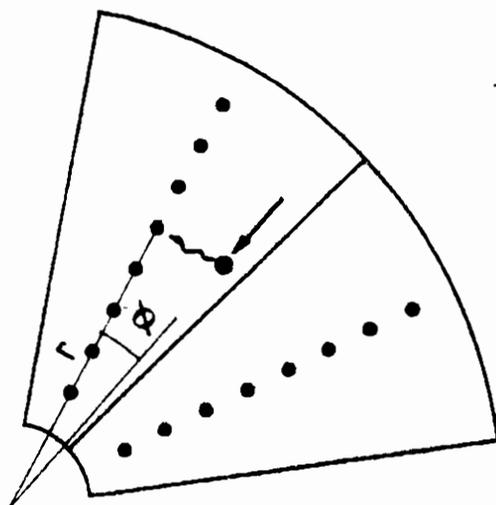


Fig.2.2 Visione schematica di un settore con indicazione delle coordinate polari

## 2.2 Un esempio: la Jet Chamber di OPAL

Quanto finora accennato a proposito delle camere a drift sarà ora illustrato con un esempio: seguiremo nelle sue linee generali il procedimento utilizzato dall'esperimento OPAL a LEP (CERN), per arrivare

all'identificazione delle particelle cariche mediante misura della perdita di energia.

Per una descrizione dettagliata dell'esperimento OPAL si veda il rif.[14]. In rif.[15] è invece descritta la procedura di riconoscimento delle particelle tracciate nella *Jet Chamber* di OPAL, una grande camera a drift che funge da rivelatore centrale e permette la misura dell'impulso, il tracciamento spaziale e la misura della  $dE/dx$  mediante campionamento della ionizzazione sui punti della traccia. La camera, che circonda la linea di fascio e il rivelatore di vertice, è costituita da un grande cilindro suddiviso in 24 settori identici (v.fig.2.3), ciascuno contenente un piano con 159 fili di anodo e due piani con i fili di catodo che fungono da separatori con i settori adiacenti.

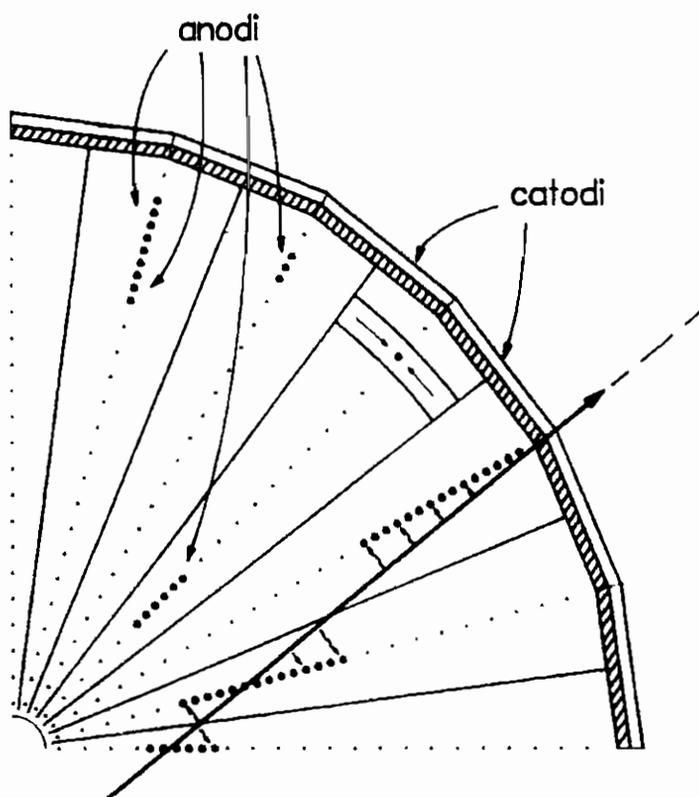


Fig.2.3 Visione frontale di un quadrante della Jet Chamber di OPAL

Riportiamo qui sotto alcune caratteristiche tecniche della camera:

Lunghezza	4 m
Raggio ext.	183.5 cm
Raggio int.	25.5 cm
Max.distanza di drift ext.	25 cm
Max.distanza di drift int.	3 cm
Tensione catodo ext.	-25 KV
Tensione catodo int.	-2.5 KV
Tensione anodo	0 KV
Campo elettrico	890 V/cm
Campo magnetico	0.435 T
Velocità di drift	$5.27 \cdot 10^6$ cm/s
Miscela di gas	88.2 % argon +9.8 % metano +2.0 % isobutano
Pressione del gas	4 bar
Electronica di readout	FADC a 100 MHz (campionamento a 10 ns)
Risoluzioni	$\sigma_\phi = 130 \mu\text{m}$ $\sigma_z = 6$ cm $\frac{\sigma_{p_t}}{p_t} = \sqrt{0.02^2 + (1.5 \cdot 10^{-3} p_t)^2}$ (GeV/c)

## 2.3 Determinazione della $dE/dx$ : il metodo della media troncata

Come abbiamo visto, in una camera a drift il segnale raccolto alle estremità di ogni filo di anodo si può facilmente ricondurre alla perdita di energia della particella nel tratto da essa percorso entro la cella di drift corrispondente a quel particolare filo. Pertanto, se nel suo passaggio attraverso la camera la traccia "colpisce"  $N$  fili, ci saranno  $N$  misure *indipendenti* della  $dE/dx$  di quella particella nel gas contenuto nella camera. Distribuendo queste  $N$  misure in istogramma, la media di questo istogramma *dovrebbe* dare il valor medio secondo la formula di Bethe. In realtà questo sarebbe vero solo se la distribuzione fosse gaussiana; come sappiamo, invece, la lunga coda rende poco significativo questo valor medio.

Il modo più accurato di estrarre l'informazione da queste misure è l'uso del metodo di massima verosimiglianza per un confronto tra la distribuzione sperimentale e una distribuzione tipo Landau. Questo metodo è però molto dispendioso nel tempo di calcolo, per cui molti esperimenti ormai ricorrono a una procedura forse meno elegante, ma certamente accurata e molto più rapida: il cosiddetto metodo della *media troncata* (si veda ad es. rif.[16]), che consiste nel rigettare una certa percentuale dei valori più bassi e più alti di  $dE/dx$  (quelli appartenenti alle "code" della distribuzione) e quindi calcolare la media dei valori rimanenti (v.fig.2.4). La percentuale di "area" da tagliare si determina ottimizzando la risoluzione in  $dE/dx$  (si veda il § seguente); OPAL [15] ha rigettato il 30% dei valori sulla sola coda di destra.

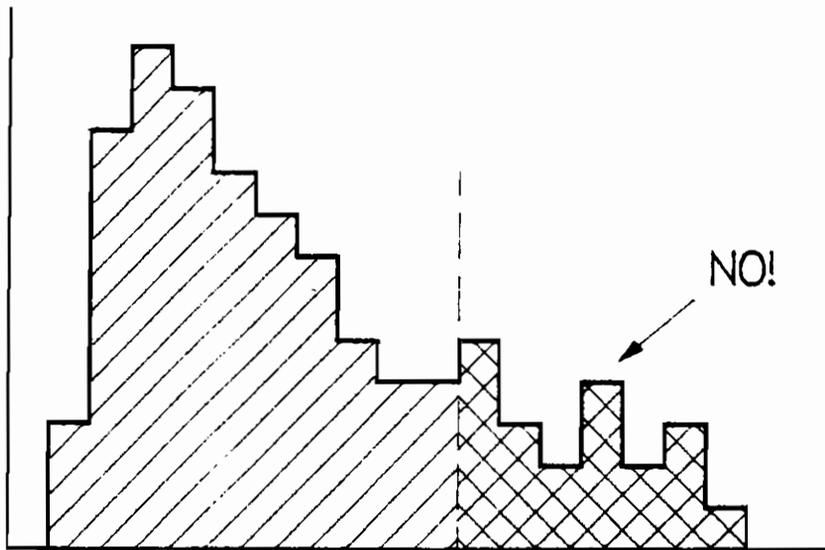


Fig.2.4 Metodo della media troncata

Quale giustificazione può avere un metodo apparentemente "brutale" come questo? Da un punto di vista puramente statistico, vari calcoli numerici hanno dimostrato che l'errore sulla media ( $\sim \sigma/\sqrt{N}$ ) risulta minore se si escludono dal calcolo i valori della coda della distribuzione; il valor medio così risultante è un migliore estimatore statistico del valor medio di Bethe. Inoltre, da un punto di vista più fisico, un recente lavoro di Grishin e Merson [17] ha fornito un'interessante

chiave di lettura per una giustificazione -almeno intuitiva- piuttosto convincente.

La considerazione fondamentale di questi due autori è la seguente: la teoria di Landau tiene conto con ugual peso delle collisioni con *tutti* gli elettroni atomici, anche con quelli delle shells interne che non contribuiscono alla parte centrale della distribuzione di  $dE/dx$ , in quanto avvengono solo con trasferimenti di energia  $\Delta E = \Sigma \epsilon_i \geq I_{K,L,\dots}$ , che in strati sottili di gas si verificano molto raramente ( $\xi \leq I$ ). Pertanto la formula di Landau (o una simile) va corretta tenendo conto dei pesi diversi delle shells atomiche interne.

Assumiamo che esista un certo valore di energia  $\epsilon_0 = K\xi$  ( $K > 1$ ) tale per cui una collisione con trasferimento di energia superiore a quel valore ( $\epsilon_i > \epsilon_0$ ) cada sulla coda della distribuzione; al contrario, tutte le collisioni con trasferimento di energia inferiore ( $\epsilon_i < \epsilon_0$ ) cadranno nella parte centrale. Questa assunzione è basata sul fatto che la maggioranza delle collisioni avvengono con gli elettroni delle shells atomiche esterne (basso potenziale di ionizzazione:  $I \sim 10 - 20 \text{ eV}$ ), con trasferimenti di energia dell'ordine di  $2I \sim 20 - 40 \text{ eV}$ .

Sulla base di questa descrizione, per ogni particella il numero medio di collisioni con trasferimento di energia  $\epsilon > \epsilon_0$  è

$$\bar{N}(\epsilon > \epsilon_0) = \int_{\epsilon_0=K\xi}^{\infty} \frac{dN}{d\epsilon} d\epsilon = \int_{\epsilon_0=K\xi}^{\infty} \frac{\xi}{\epsilon^2} d\epsilon = \frac{1}{K}. \quad (2.1)$$

Quindi, se tutte le ionizzazioni con perdita di energia  $\epsilon > \epsilon_0$  cadono sulla coda della distribuzione di  $dE/dx$ , la loro *probabilità* è  $1/K$ . Si noti che per giungere a questa conclusione non abbiamo mai utilizzato una forma analitica particolare per la funzione di distribuzione (es. Landau): in altre parole, *indipendentemente* dal particolare tipo di distribuzione, l'area della coda è uguale alla  $K$ -ma parte dell'area totale.

Una verifica accurata con circa 130 differenti distribuzioni di perdita di energia generate con metodo Monte Carlo per diversi gas nobili in condizioni normali, e tutte in accordo con vari dati sperimentali (si veda a questo proposito anche rif.[18]), ha confermato questa conclusione. La scelta del valore di  $K$  da cui partire per individuare la coda della distribuzione (e quindi troncarla per calcolare il valor medio

di  $dE/dx$ ) è evidentemente piuttosto arbitraria. Un metodo empirico è quello di tagliare la distribuzione in corrispondenza della metà del suo massimo, scartandone poi i valori superiori all'ascissa di destra così individuata (v.fig.2.5). Più correttamente, si può scegliere  $k$  sulla base di calcoli numerici e Monte Carlo: per i risultati di tali calcoli si veda ancora rif.[17]; per 1.5 cm di Ar NTP si è trovato che la scelta migliore risulta essere  $K = 3.5$ , corrispondente a un taglio di  $1/K = 28.5\%$  dell'area della distribuzione.

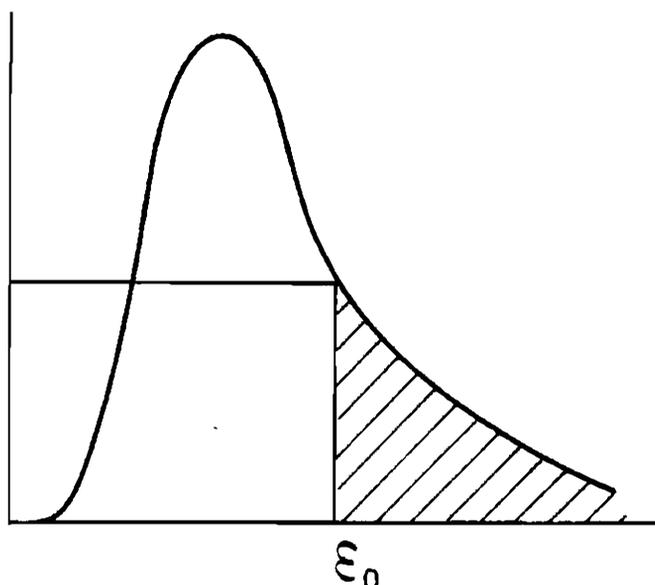


Fig.2.5 Taglio della distribuzione di  $dE/dx$

## 2.4 Risoluzione sulla ionizzazione

Il valore 28.5% appena trovato corrisponde sostanzialmente anche alla scelta di OPAL, che calcola la  $dE/dx$  con il metodo della media troncata tagliando il 30% della distribuzione: dal punto di vista sperimentale, questo valore è stato ottenuto ottimizzando la *risoluzione* della camera a drift in  $dE/dx$ . Una eccellente risoluzione energetica è

evidentemente una delle proprietà fondamentali per un buon rivelatore a gas e ne può influenzare pertanto la scelta dei parametri.

I parametri che determinano la risoluzione di un rivelatore a gas sono [19]

- \* numero  $n$  dei campionamenti della misura
- \* "dimensioni"  $x \cdot P$  del campionamento (spessore  $\cdot$  pressione)
- \* composizione della miscela di gas.

Questi stessi parametri, oltre alla risoluzione sulla ionizzazione, influenzano anche la risalita relativistica della  $dE/dx$  e il valore  $\beta\gamma$  a cui compare l'effetto densità (v. § 1.3). In tab.2.1 riportiamo i valori della risoluzione (abituamente presentati in % FWHM) per diversi tipi di gas in eguali condizioni (5 m di spessore a NTP con un campionamento di 1.5 cm). Si vede che i gas nobili, pur avendo peggior risoluzione sulla ionizzazione rispetto ai gas molecolari, garantiscono una risalita relativistica più accentuata, e permettono di operare meglio su un più vasto range di  $\beta\gamma$ . La combinazione di questi effetti quindi induce a preferire i gas nobili ad alto  $Z$  (generalmente Ar), con una piccola percentuale di gas molecolari per garantire il corretto funzionamento del rivelatore come camera a drift.

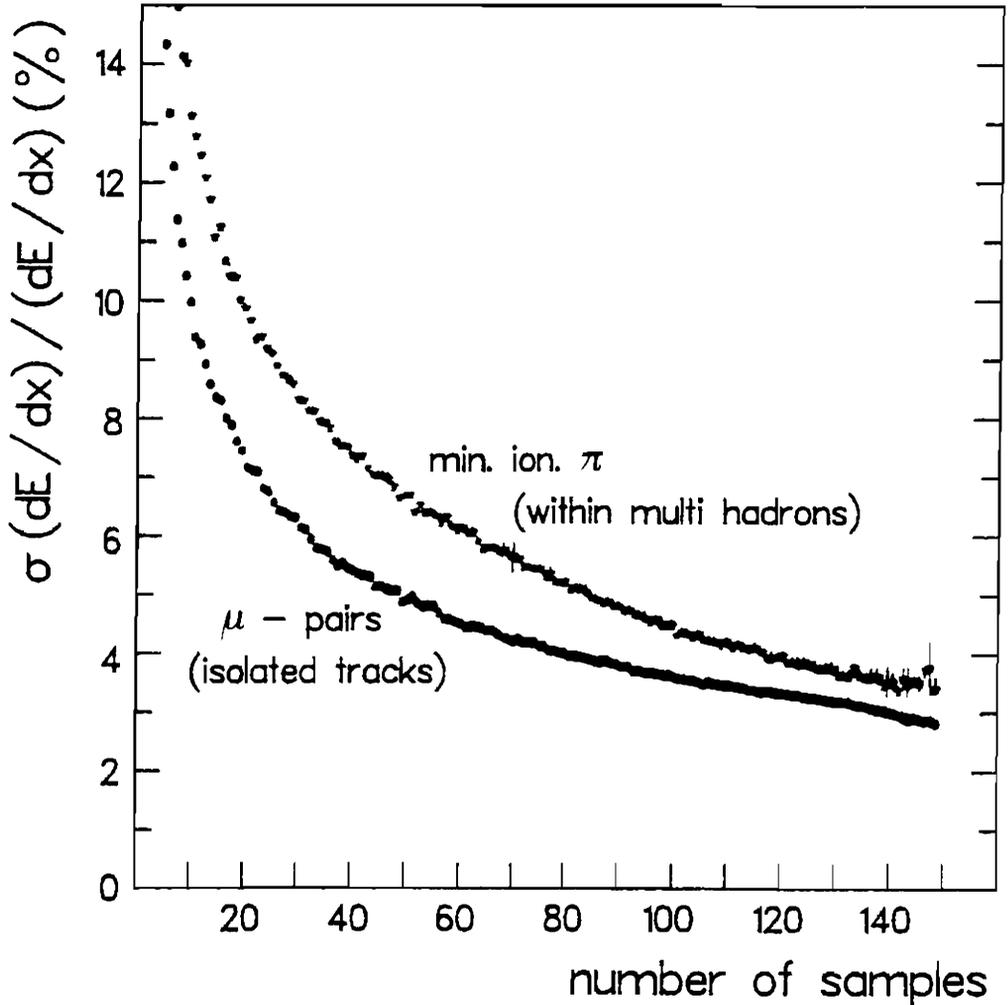
Gas	Relativistic rise	Ionization resolution (% FWHM)	K/ $\pi^+$ limit (GeV/c)
Helium	1.41	5.2	45
Neon	1.54	5.4	50
Argon	1.58	5.3	55
Krypton	1.60	5.2	55
Xenon	1.70	5.5	95
Methane	1.36	3.9	30
Ammonia	1.39	4.2	45
Nitrogen	1.48	4.6	45
Carbon dioxide	1.45	3.9	50
Argon/20% CO <sub>2</sub>	1.55	4.9	55

\* The K/ $\pi$  limit corresponds to the momentum at which K and  $\pi$  mesons are separated by  $1.8 \times$  FWHM resolution.

Tab.2.1 Risoluzione in 5 m di gas NTP con campionamenti da 1.5 cm ([19], da Cobb et al., 1976)

Anche se non si conosce una dipendenza di validità generale della risoluzione dai parametri, esistono formule approssimate che ne danno un'indicazione sufficientemente precisa. Per l'argon puro, ad es., la risoluzione segue una dipendenza del tipo [19]

$$R (\% FWHM) = 96 \cdot n^{-0.46} (xP)^{-0.32} \quad (2.2)$$



**Fig.2.6** Misura della risoluzione sulla ionizzazione della Jet Chamber di OPAL in funzione del numero di campionamenti utilizzati per il calcolo della media troncata

(si noti che se la distribuzione fosse gaussiana il numero di campionamenti  $n$  dovrebbe avere esponente  $-0.5$ ).

Dalla (2.2) si vede chiaramente che il modo più efficace per migliorare la risoluzione è campionare la ionizzazione nel modo più fine possibile. In fig.2.6 si vede infatti come diminuisce rapidamente la risoluzione della Jet Chamber di OPAL con l'aumentare del numero di campionamenti (ricordiamo che ogni traccia può colpire fino a 159 fili di anodo, e per ogni filo c'è una misura indipendente della sua perdita di energia entro la camera). Il risultato ottenuto è una risoluzione del 3.8% per pioni al minimo di ionizzazione in jets, e del 3.1% per coppie  $\mu$  (tracce isolate): sono valori eccellenti, ma vengono raggiunti solo per  $n \geq 130$ .

## 2.5 Separazione delle particelle

La risoluzione sulla ionizzazione non dipende in maniera apprezzabile dall'impulso delle particelle ionizzanti. Questo rende completamente indipendenti le due misure di  $dE/dx$  e di  $p$  (ottenute da rivelatori diversi, oppure, come nel caso di OPAL, dalla stessa camera a drift in campo magnetico), e permette quindi di separare, nel piano  $dE/dx$  vs  $p$ , due particelle di diversa massa e ugual impulso sulla base del diverso valore di perdita di energia (in quanto la  $dE/dx$  di Bethe (1.6) è una funzione di  $\beta$ , e  $p = m\beta\gamma$ ).

In fig.2.7 sono riportate le curve teoriche, secondo la formula di Bethe, per le diverse particelle nella situazione che si verifica in OPAL (argon/metano a 4bar); in fig.2.8 si ha poi il risultato della separazione delle particelle in OPAL, per tracce con alto numero di campionamenti. [14]

La separazione delle particelle è quindi il punto decisivo per il riconoscimento di massa. Infatti, per le applicazioni fisiche, è importante valutare non tanto la risoluzione di per sè, quanto il *potere separatore* tra due particelle  $A$  e  $B$  di diversa massa, definito, in unità di risoluzione, come [14]

$$D = \frac{(dE/dx)_A - (dE/dx)_B}{\sigma(dE/dx)_B} \quad (2.3)$$

e calcolabile sulla base della risoluzione misurata. I parametri che influenzano il potere separatore sono evidentemente gli stessi che influenzano la risoluzione, per cui si può vedere che il potere separatore aumenta con il numero di campionamenti della misura, mentre resta sostanzialmente insensibile alle variazioni d'impulso. In tab.2.2 sono riassunte alcune importanti proprietà relative a risoluzione e potere separatore di diversi tipi di gas.

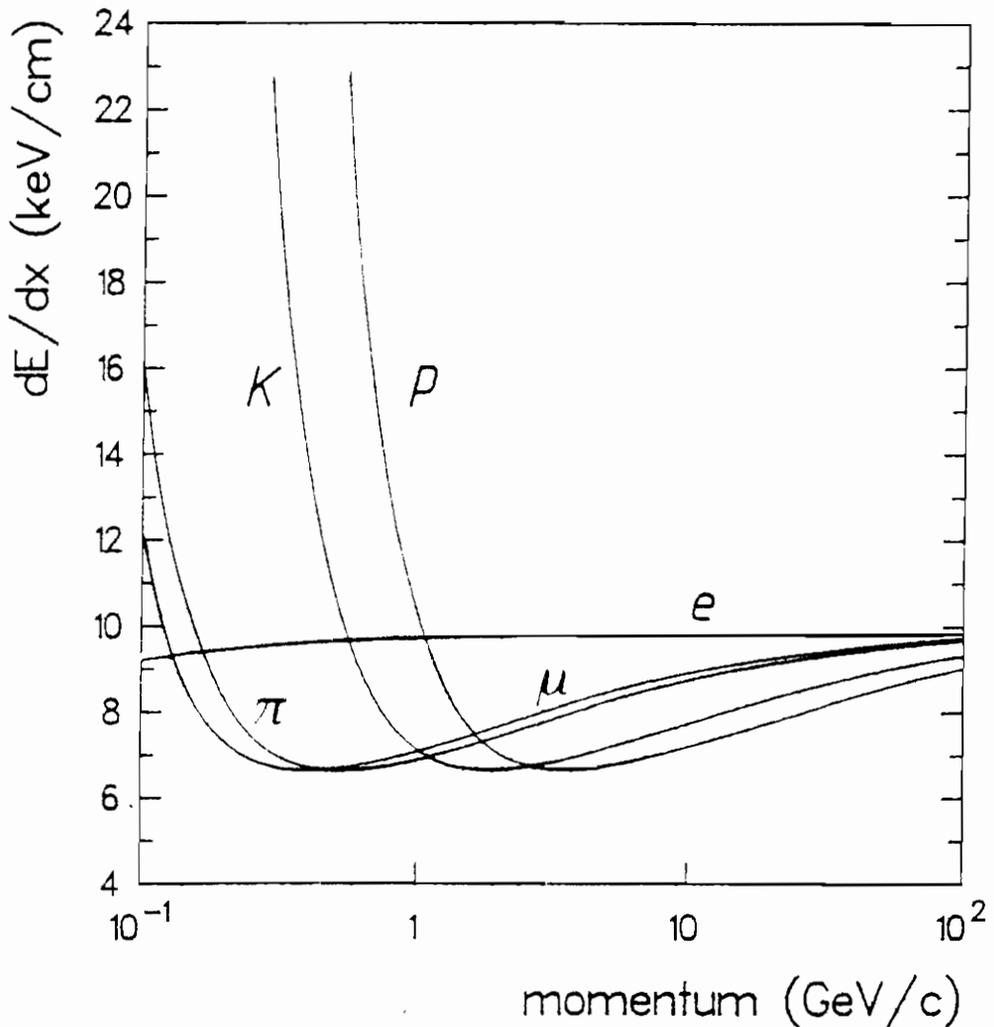


Fig.2.7 Perdita di energia in funzione dell'impulso:  
 curve teoriche di Bethe per le diverse particelle  
 nelle condizioni di OPAL

Gas mixture	P (atm)	E/P (kV/cm-atm)	FWHM (%)		Relativeistic rise	D/σ	
			Single sample	Truncated mean		cκ	κp
90% Ne + 10% C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	1.0	0.31	57	9.6	1.392	2.51	6.66
	2.0	0.32	47	8.1	1.335	2.37	6.80
95% Ar + 5% CH <sub>4</sub>	1.0	0.18	59	11.1	1.435	3.02	5.29
96.4% Xe + 3.6% C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	0.9	0.40	62	9.8	1.513	4.77	6.39
CH <sub>4</sub>	1.0	0.31	45	7.4	1.210	1.44	4.98
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	1.0	0.34	41	6.6	1.209	1.75	5.57
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	1.0	0.36	38	6.3	1.181	1.57	4.98
	2.0	0.37	31	5.7	1.139	1.30	4.35
	3.0	0.31	29	5.7	1.120	1.14	3.86
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	1.0	0.36	34	5.3	1.163	1.65	5.49

Source: I. Lehraus, R. Matthewson, and W. Tejessy, Nuc. Instr. Meth. 200: 199, 1982.

**Tab.2.2** Risoluzione in  $dE/dx$ , potere separatore e altre proprietà di alcune miscele di gas

In fig.2.9 è mostrato il potere separatore delle particelle in OPAL [14], nella regione della risalita relativistica. Si vede che questo esperimento riesce a raggiungere una separazione di almeno  $2\sigma$  fino a  $13 \text{ GeV}/c$  tra elettroni e pioni, e fino a  $20 \text{ GeV}/c$  tra pioni e kaoni o pioni e protoni. Una separazione tra kaoni e protoni è invece possibile solo fino a  $1.5\sigma$ .

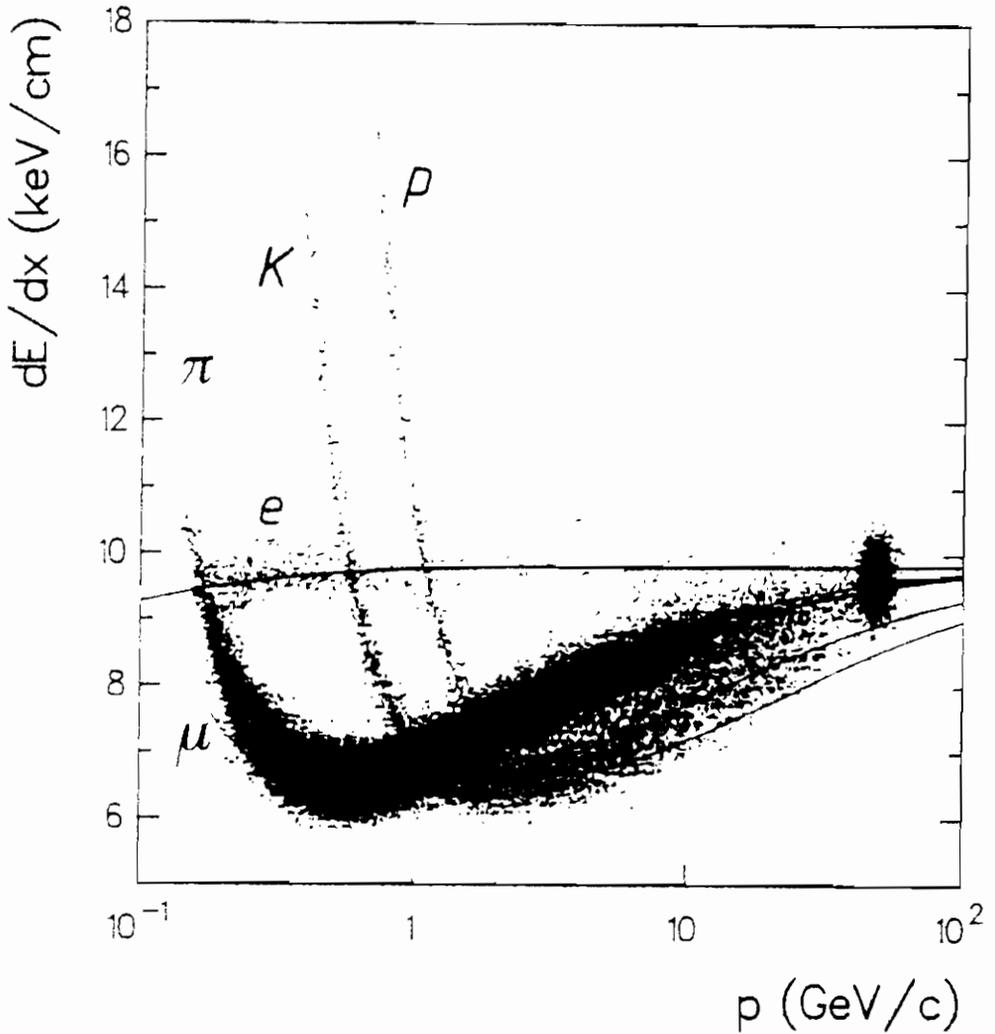


Fig.2.8 Perdita di energia in funzione dell'impulso nella Jet Chamber di OPAL

## 2.6 Indicatore statistico per l'ipotesi di massa

Come abbiamo visto nel § precedente, quindi, se si riesce, avendo a disposizione le due misure indipendenti di  $dE/dx$  e di  $p$ , a separare le bande corrispondenti alle particelle di diversa massa, si può attribuire a ogni traccia una certa *ipotesi di massa*.

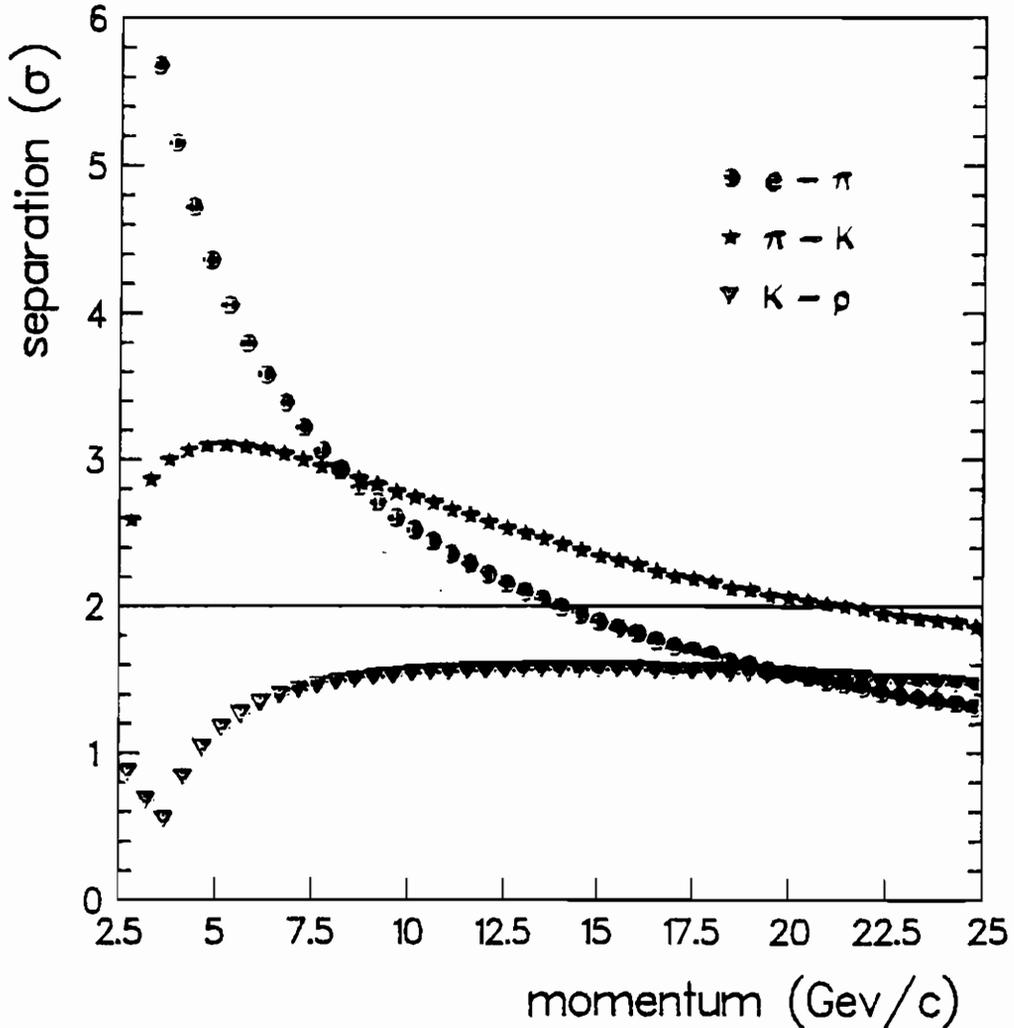


Fig.2.9 Potere separatore in OPAL

Che valore statistico ha questa ipotesi? Oppure, in altri termini, qual'è la probabilità di sbagliare attribuendo una certa massa sulla base dell'appartenenza a una banda piuttosto che a un'altra nel grafico  $dE/dx$  vs  $p$ ?

Esporremo ora un metodo empirico che, per quanto non ancora illustrato in letteratura, è già stato utilizzato in alcuni esperimenti (es. Asterix e ora Obelix al CERN).

In base alla massa che si può assegnare a una particella di dato impulso (es.  $\pi$ ,  $K$ ,  $p$ ), lo stesso valore di  $p$  dà luogo a diversi valori di  $\beta$ , secondo la relazione

$$p = m_{(\pi, K, p)} \beta_{(\pi, K, p)} \gamma_{(\pi, K, p)}. \quad (2.4)$$

Si può pertanto costruire una variabile normalizzata

$$x = \frac{(dE/dx)_{mis}}{(dE/dx)_{Bethe, \beta}}, \quad (2.5)$$

definita come il rapporto tra la  $dE/dx$  sperimentale misurata dal rivelatore e la  $dE/dx$  teorica data dalla formula di Bethe nella quale sono stati inseriti i valori diversi di  $\beta$  ( $\beta_\pi, \beta_K, \beta_p$ ) ottenuti dalla (2.4) con la misura sperimentale dell'impulso.

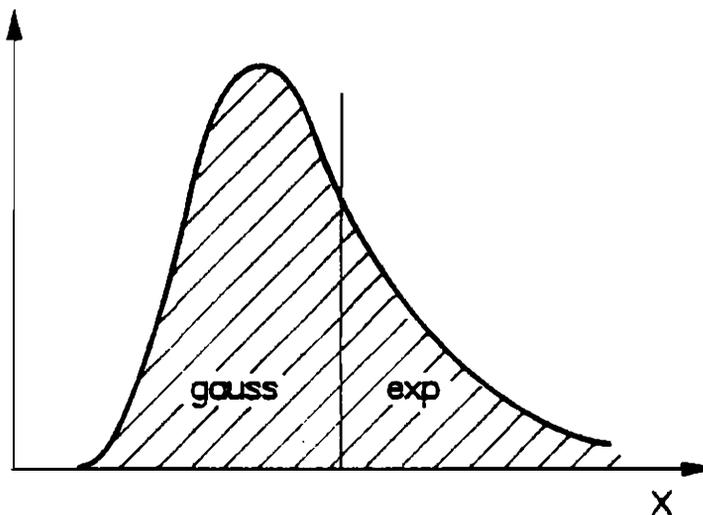


Fig.2.10 Funzione  $x = \frac{(dE/dx)_{mis}}{(dE/dx)_{Bethe, \beta}}$

Si ottengono in questo modo tre diversi  $x_\pi, x_K, x_p$ , che corrispondono, secondo la definizione (2.5) per così dire, alla deviazione della distribuzione reale di  $dE/dx$  rispetto al suo valor medio di Bethe nei tre casi di diversa massa.

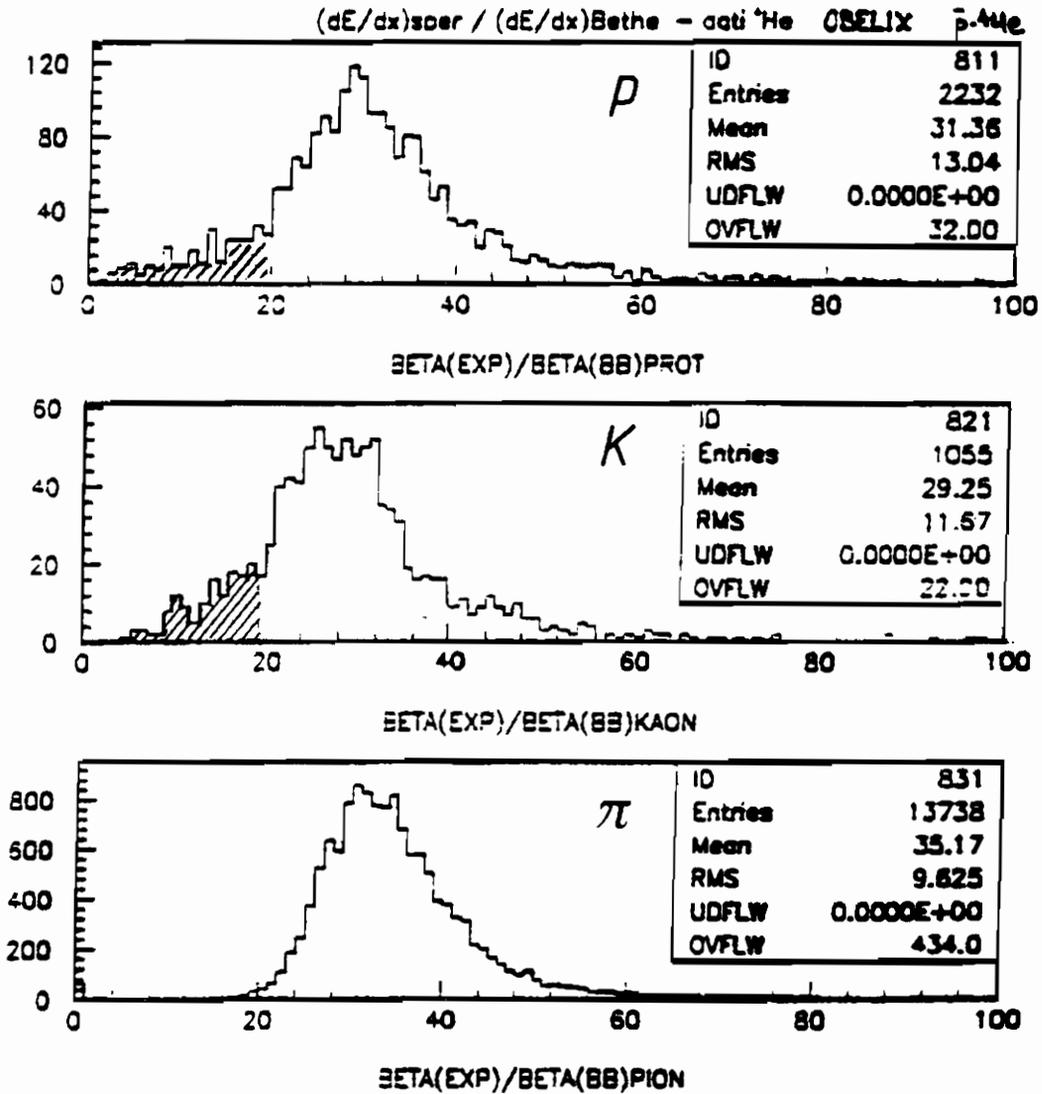


Fig.2.11 Distribuzione di  $x = \frac{(dE/dx)_{mis}}{(dE/dx)_{Bethe,\beta}}$   
 (dati da annichilazione a riposo  $\bar{p}-^4He$ ,  
 esp.Obelix, CERN, 1992)

Selezionando, con tagli cinematici sul grafico  $dE/dx$  vs  $p$ , campioni di  $\pi$ ,  $K$ ,  $p$ , si verifica *sperimentalmente* che  $x_\pi, x_K, x_p$  si distribuiscono secondo tre funzioni gaussiane con coda esponenziale (v. fig. 2.10), con parametri (da determinare mediante fit) dipendenti dal tipo di particella e dal tipo di bersaglio.

Si vedano al proposito in fig.2.11 i risultati ottenuti dall'esperimento Obelix nello studio dell'annichilazione a riposo  $\bar{p} - ^4He$ : le funzioni  $x$  seguono sostanzialmente la forma gaussiana-esponenziale (le code a sinistra nelle distribuzioni di kaoni e protoni si riferiscono a pioni mal riconosciuti - a cui quindi corrisponde un più alto valore di  $\beta$  che abbassa la  $x$ - e possono pertanto essere considerate spurie).

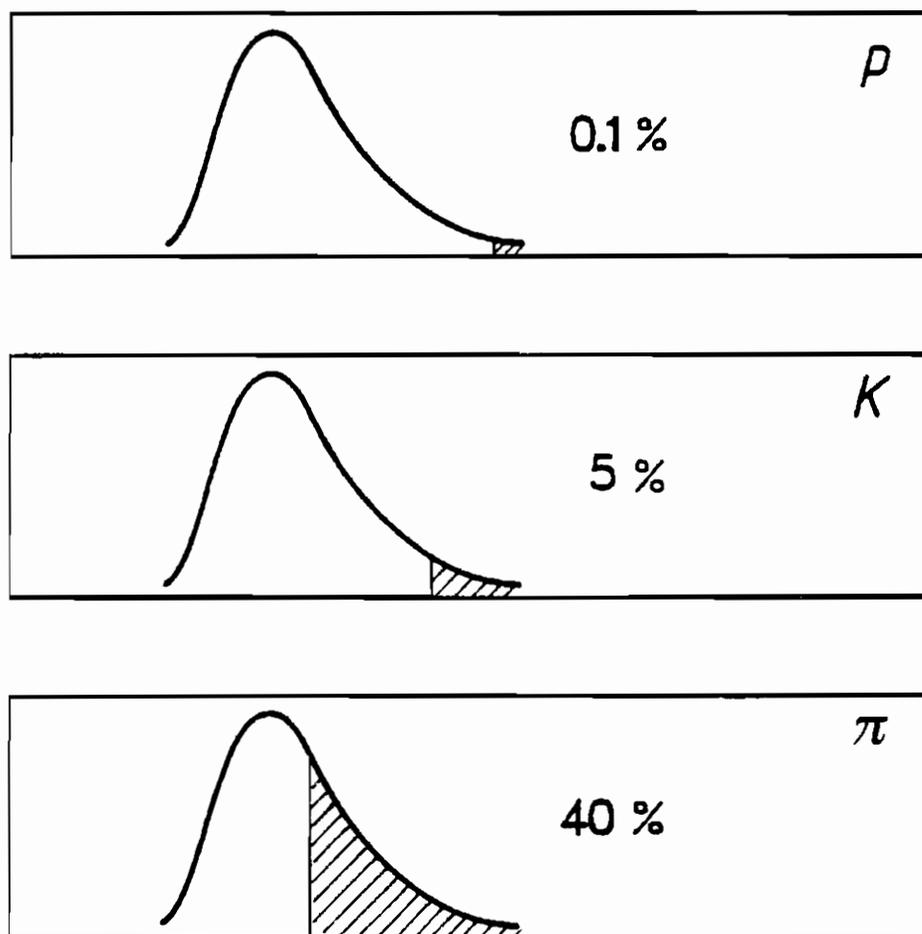


Fig.2.12 Indicatore statistico per l'ipotesi di massa

La funzione  $x$  può essere utilizzata per calcolare la *probabilità* che una data particella sia  $\pi$ , K o p: la probabilità maggiore si avrà quando la  $x$  per una data ipotesi di massa si trova vicino al massimo della corrispondente curva. Bisogna però porre attenzione al fatto che le diverse ipotesi di massa *non* sono indipendenti: in altri termini, una probabilità alta ad es. di pione non implica automaticamente una probabilità bassa di protone o di kaone, che permetta di escludere queste altre possibilità. Non vale quindi la condizione fondamentale che la somma di tutte le probabilità sia 1, e pertanto non è rigorosamente possibile parlare di probabilità vera e propria per una data ipotesi. Si può tuttavia assegnare a una data ipotesi di massa un *indicatore statistico* (l'integrale della coda della funzione a partire dal valore  $x$  selezionato) nel significato di *intervallo di confidenza* (= probabilità di sbagliare rigettando l'ipotesi): ad es. nel caso illustrato in fig.2.12, la particella in questione si può ritenere un pione al 40 % *c.l.*, un kaone al 5 % e un protone al 0.1 %. Con semplici algoritmi software è così possibile gestire queste informazioni e quindi riconoscere la massa di ogni particella con un ben preciso intervallo di confidenza.

## 2.7 Conclusioni

Abbiamo così brevemente illustrato un metodo oggi ampiamente in uso negli esperimenti di Fisica delle particelle per identificare le particelle cariche nel loro passaggio in una camera a drift. In estrema sintesi, i punti salienti di questa procedura sono:

- \* La perdita di energia per ionizzazione è proporzionale alla *carica* raccolta all'anodo in una camera a drift.
- \* La carica è raccolta a ogni filo di anodo interessato dal passaggio della particella e dà luogo a un *campionamento* di  $n$  misure indipendenti; la  $dE/dx$  corrisponde alla *media* di queste misure.
- \* Ma, per la particolare *forma* della distribuzione statistica, da calcoli numerici si è visto che l'errore sulla media risulta più piccolo se si "tagliano" opportunamente i valori più alti di perdita di energia (metodo della *media troncata*).
- \* Una volta determinato il valore di  $dE/dx$ , in base all'*impulso* misurato si assegna un'*ipotesi di massa* alla particella.
- \* Distribuendo la "deviazione" della  $dE/dx$  rispetto al valor medio di Bethe, è possibile assegnare all'ipotesi di massa un *indica-*

tore statistico corrispondente all'intervallo di confidenza con cui quell'ipotesi può essere accettata.

## Bibliografia

1. R.Fernow, *Introduction to experimental particle physics*, Cambridge University Press, 1986
2. N.Bohr, *Phil.Mag.* 25(1913)
3. J.Jackson, *Classical Electrodynamics*, New York: Wiley, 1962
4. H.A.Bethe, *Ann.Physik* 5(1930)325
5. L.Landau, E.Lifchitz, *Physique Théorique - Tome IV: Théorie Quantique Relativiste*, Éditions MIR, Moscow (1972)
6. S.Ahlen, *Theoretical and experimental aspects of the energy loss of relativistic heavily ionizing particles*, *Rev.Mod.Phys.* 52(1980)121
7. J.D.Bjorken, S.D.Drell, *Relativistic Quantum Mechanics*, McGraw Hill (1964)
8. R.M.Sternheimer, *Phys.Rev.*88(1952)851; R.M.Sternheimer, M.J. Berger, S.M.Seltzer, *Density effect for the ionization loss of charged particles in various substances*, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 30(1984)261.
9. C.Serre, *Evaluation de la perte d'énergie unitaire et du parcours de particules chargées traversant un absorbant quelconque*, CERN Report 67-5(1967)
10. L.Landau, *Jour.of Phys.* VI(1944)201; *J.Phys.USSR* 8(1944)204
11. P.V.Vavilov, *Sov.Phys.Jept* 5(1957)749
12. C.Tschalar, *Nucl.Instr.and Meth.* 61(1968)141
13. R.Talman, *Nucl.Instr.and Meth.* 159(1979)189
14. OPAL Collaboration, K.Ahmet et al., *Nucl.Instr.and Meth.* A305(1991)275
15. M.Hauschild et al., *Particle Identification with the OPAL Jet Chamber*, CERN-PPE/91-130, subm.to *Nucl.Instr.and Meth.*
16. D.Jeanne et al., *Nucl.Instr.and Meth.* 111(1973)287
17. V.M.Grishin, G.I.Merson, *Nucl.Instr.and Meth.* A274(1989)551
18. V.C.Ermilova, L.P.Kotenko, G.I.Merson, *Nucl.Instr.and Meth.* 145(1977)555
19. W.W.M.Allison, J.H.Cobb, *Relativistic charged particle identification by energy loss*, *Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.*30(1980)253

Volume I - n. 1 4/3/1986	CINQUANTA ANNI DI INTERAZIONI DEBOLI: DALLA TEORIA DI FERMI ALLA SCOPERTA DEI BOSONI PESANTI - Marcello Conversi	pag. 1
Volume I - n. 2 1/7/1986	EFFECTS OF DIOXINS ON NATURE AND SOCIETY - Opening talk, Sergio P. Ratti DIOXIN IN MISSOURI - Armon F. Yanders DEMONSTRATION OF INNOVATIVE REMEDIAL ACTION TECHNOLOGIES AT UNITED STATES MILITARY DIOXIN CONTAMINATED SITES - Terry L. Stoddard TIMES BEACH DIOXIN RESEARCH FACILITY - Robert J. Schreiber	pag. 3 pag. 11 pag. 23 pag. 41
Volume II - n. 1 15/9/1987	E.P.A. RISK ASSESSMENT OF CHLORINATED DIBENZO-P-DIOXIN AND DIBENZOFURANS (CCDs/CDFs) - Donald G. Barnes, Patricia Roberts RECENT INTERNATIONAL COOPERATION IN EXCHANGE OF INFORMATION ON DIOXIN - Donald G. Barnes CHLORACNE AND THE AGENT ORAGE PROBLEM IN THE U.S.A. - B.Fischmann CONVEGNO SU "LA CONOSCENZA ATTUALE DELLA INTERAZIONE GRAVITA- ZIONALE" - MOTIVAZIONI DEL CONVEGNO - Sergio P. Ratti LA CONOSCENZA ATTUALE DELLA INTERAZIONE GRAVITAZIONALE: UN PROBLEMA APERTO - Sergio P. Ratti, Roberto Silvotti SVILUPPI RECENTI SULLA CONOSCENZA DELLA COSTANTE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE - Anna Grassi, Giuliano Strini LIMITI SPERIMENTALI SULLA MISURA DELL'ACCELERAZIONE DI GRAVITA' - Roberto Cassinis CONSEGUENZE SPERIMENTALI DELLA IPOTESI DI ESISTENZA DI UNA QUINTA INTERAZIONE - Fabrizio Massa VERIFICA DEL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA E FORZE TRA PARTICELLE ELEMENTARI - Bruno Bertotti	pag. 51 pag. 63 pag. 69 pag. 3 pag. 5 pag. 19 pag. 31 pag. 43 pag. 81 pag. 3
Volume II - n. 2 10/12/1987	TRANSIZIONE LIQUIDO SOLIDO - Mario Tosi EQUAZIONI DI MAXWELL NEL VUOTO ED ELETTRODINAMICA QUANTISTICA - Emilio Zavattini	pag. 27
Volume III - n. 1 6/6/1988	METODI DI DILATAZIONE ANALITICA E RISONANZE IN SISTEMI QUANTISTICI NON RELATIVISTICI - Fausto Borgonovi CAMPO ELETTRICO ED EMISSIONI DA CARICHE IN UN MEZZO - Michele Spada SPETTROSCOPIA VIBRAZIONALE DI SUPERRETTICOLI SEMICONDUKTORI - Luciano Colombo SOLITONI IN FISICA NUCLEARE - Marco Radici ASPETTI NON LOCALI DEL COMPORTAMENTO QUANTISTICO - Oreste Nicrosini	pag. 1 pag. 13 pag. 29 pag. 51 pag. 83
Volume III - n. 2 4/7/1988	CARATTERIZZAZIONE OTTICA IN SITU DI FILMS SOTTILI - Alessandra Piaggi TRANSIZIONI DI WETTING - Tommaso Bellini FORZE A TRE CORPI NEI GAS RARI - Silvia Celi	pag. 1 pag. 23 pag. 49
Volume III - n. 3 15/12/1988	FLAVOUR PHYSICS - Luciano Maiani THE STANDARD ELECTROWEAK MODEL: PRESENT EXPERIMENTAL STATUS - Pierre Darrriulat WHY BE EVEN-HANDED? - Martin M. Block	pag. 1 pag. 27 pag. 47
Volume IV - n. 1 6/4/1989	LA FISICA DEI COLLIDER - Paolo Bagnaia, Fernanda Pastore	pag. 1
Volume IV - n. 2 15/6/1989	SOLAR WIND AND PHYSICS OF THE HELIOSPHERE - Bruno Coppi THE IGNITOR PROJECT - Bruno Coppi, Francesco Pegoraro	pag. 2 pag. 32
Volume IV - n. 3 15/9/1989	SPETTROSCOPIA ELLISSOMETRICA NEI SOLIDI - Alessandra Piaggi UNA INTRODUZIONE AL SUPERCONDUCTING SUPERCOLLIDER - R. Diaferia FENOMENI DI TRASPORTO IN SISTEMI HAMILTONIANI - Fausto Borgonovi	pag. 3 pag. 23 pag. 49
Volume V - n. 1 15/3/1990	MULTI-BODIED PHASE SPACE - A NEW APPROACH - Martin M. Bloch SCATTERING BRILLOUIN RISONANTE - Cristina Bosio METODO DI RINORMALIZZAZIONE PER LO STUDIO DELLA STRUTTURA ELET- TRONICA DI SUPERRETTICOLI - Saverio Moroni MECCANISMI DI CONDUCEBILITA' IONICA MEDIATI DA DIFETTI ESTRINSECI - IL CASO DEL QUARZO - Alberto Paleari STATISTICHE QUANTISTICHE ED INDISTINGUIBILITA' - Gianluca Introzzi	pag. 1 pag. 20 pag. 40 pag. 57 pag. 69
Volume V - n. 2 15/6/1990	FISICA DELLE ALTE ENERGIE ALLE KOAN FACTORIES - Renato Diaferia NEUTRONI FREDDI E NEUTRONI ULTRAFREDDI - Gianluca Raselli TRANSIZIONI ORDINE-DISORDINE NELLE DISPERSIONI COLLOIDALI - Paolo Di Trapani	pag. 1 pag. 15 pag. 51
Volume VI - n. 1 p. I - 11/10/1991	LE UNITA' DI MISURA DELLA RADIOPROTEZIONE - Sergio P. Ratti L'INCIDENTE NUCLEARE DI CHERNOBYL - Giuseppe Belli NORMATIVA E PRINCIPI DI RADIOPROTEZIONE - Argeo Benco APPENDICE 1 - Pubblicazioni I.C.R.P. - Argeo Benco APPENDICE 2a) - Il regime giuridico dell'impiego pacifico dell'energia nucleare APPENDICE 2b) - Elenco di provvedimenti di interesse per le attività di impiego pacifico dell'energia nucleare e delle radiazioni ionizzanti APPENDICE 2c) - Raccolta di Circolari Ministeriali relative all'utilizzazione delle sostanze radioattive e delle macchine radiogene APPENDICE 2d) - Raccolta di Circolari Ministeriali relative al trasporto delle sostanze radioattive RADIOATTIVITA' AMBIENTALE E RADIOECOLOGICA - Arrigo Cigna	pag. 1 pag. 7 pag. 17 pag. 56 pag. 59 pag. 64 pag. 78 pag. 85 pag. 87

	EFFETTI BIOLOGICI DELLE RADIAZIONI IONIZZANTI - Marco Caprotti	pag. 107
Volume VI - n. 1	MODELLO PREVISIONALE DELLA CONCENTRAZIONE DI $^{90}\text{Sr}$ , $^{134}\text{Cs}$ E $^{137}\text{Cs}$	
p. II - 11/10/1991	NELLA CATENA ALIMENTARE - Arrigo Cigna	pag. 117
	L'AMBIENTE E LA RADIOPROTEZIONE IN RELAZIONE AD INCIDENTI NUCLEARI - Arrigo Cigna	pag. 131
	INCIDENTE NUCLEARE "CHERNOBYL" E SUE RIPERCUSSIONI SULLA CATENA ALIMENTARE - R. Cazzaniga, G. Dominici, A. Malvicini, E. Sangalli	pag. 157
	PRIMA VALUTAZIONE DELL'IMPATTO RADIOLOGICO AMBIENTALE NELLA ZONA DI ISPIRA IN RELAZIONE ALL'INCIDENTE NUCLEARE DI CHERNOBYL - Argeo Benco	pag. 177
	APPROCCIO FRATTALE ALLA DESCRIZIONE DELLA RADIOATTIVITA' IN ARIA IN ITALIA DOPO CHERNOBYL - Gianfausto Salvadori	pag. 201
Volume VII - n. 1	ELECTRON ENERGY LOSS SPECTROSCOPY - Marco Amiotti	pag. 1
15/3/1992	LIVELLI ELETTRONICI PROFONDI IN SEMICONDUTTORI E LORO CARATTERIZZAZIONE - Adele Sassella	pag. 35
	LA RICERCA DEL BOSONE DI HIGGS AI FUTURI ACCELERATORI - G. Montagna	pag. 57
	SIMMETRIA CHIRALE E TEOREMA DI GOLDBERGER-TREIMAN - Carlo Gobbi	pag. 81
Volume VII - n. 2	CRESCITA, CARATTERIZZAZIONE ED APPLICAZIONI DEI LANGMUIR-BLODGETT FILMS - Marco Amiotti	pag. 1
15/10/1992	LA CATODOLUMINESCENZA - Vittorio Bellani	pag. 35
	CORRELAZIONI ELETTRONICHE IN OSSIDI DI METALLI DI TRANSIZIONE - Luigi Sangaletti	pag. 63
Volume VIII - n. 1	TEORIA DELLE STRINGHE IN DIMENSIONE NON CRITICA - Alberto Vancheri	pag. 1
15/1/1993	ROTTURA ESPLICITA E SPONTANEA DI SIMMETRIE CONTINUE GLOBALI NEL MODELLO STANDARD - Antonio Defendi	pag. 25
	APPLICAZIONI DELLA $\mu^+\text{SR}$ NELLA STRUTTURA DELLA MATERIA - P. Carretta	pag. 39
	EFFETTI FOTORIFRAATTIVI IN CRISTALLI IONICI - Enrico Giulotto	pag. 75
Volume VIII - n. 2	L'UNITA' DELLA SCIENZA. IL CASO DELLA FISICA, OGGI - G. Salvini	pag. 1
15/4/1993	APPLICAZIONI DELLA $\mu^+\text{SR}$ NELLA STRUTTURA DELLA MATERIA - P. Carretta	pag. 37
	MODELLO A TETRAEDRI PER LA FUNZIONE DIELETTRICA DI SOLIDI AMORFI - A. Sassella	pag. 73
	INTRODUZIONE ALLE RETI NEURALI - C. Macchiavello	pag. 93
Volume VIII - n. 3	RPC: STATUS AND PERSPECTIVES - R. Santonico	pag. 1
15/6/93	PERFORMANCE OF E771 RPC MUON DETECTOR - E. Gorini (E771 Coll.)	pag. 13
	THE MUON TRIGGER HODOSCOPE OF THE BEAUTY HADRO-PRODUCTION EXPERIMENT WA92; PERFORMANCES AND PRELIMINARY RESULTS ON BEUTY MUONIC DECAYS - G. Martellotti, D. Orestano (Beatrice Coll.)	pag. 29
	THE RPC TRIGGER SYSTEM FOR THE L3 FORWARD BACKWARD MUON DETECTOR - S. Patricelli	pag. 37
	RESULTS FROM THE RD5 EXPERIMENT AT CERN - A. Di Ciaccio (RD5 Coll.)	pag. 45
	LEVEL 1 MUON TRIGGER IN THE ATLAS EXPERIMENT AT THE LARGE HADRON COLLIDER - A. Nisati (ATLAS Coll.)	pag. 61
	RPC BASED MUON TRIGGER FOR THE CMS DETECTOR AT LHC - G. Wrochna (CMS Coll.)	pag. 73
	AN RPC MUON SYSTEM FOR SDC AT SSCL - G. Introzzi (Pavia SDC Group)	pag. 83
	A MUON TRIGGER FOR LHB - R. Santacesaria	pag. 103
	MINI: A HORIZONTAL MUON TELESCOPE IMPLEMENTED WITH RESISTIVE PLATE CHAMBERS - G. Iaselli	pag. 115
	T&T: A NEW DESIGN FOR A FRONT-END TIME DIGITIZER ELECTRONICS	
	M. Ambrosio, G.C. Barbarino, A. Lauro, G. Osteria, G. Agnetta, O. Catalano, L. Scarsi, A. Lanza, G. Liguori, P. Torre	pag. 123
	ATMOSPHERIC AND ACCELERATOR NEUTRINO PHYSICS WITH RPCS IN THE SOUDAN 2 CAVERN - D.J.A. Cockerill	pag. 133
	STUDY OF THE CHARACTERISTICS OF RESISTIVE PLATE CHAMBERS IN THE RD5 EXPERIMENT - L. Pontecorvo (RD5 Coll.)	pag. 145
	OPERATION OF RESISTIVE PLATE CHAMBERS WITH PURE $\text{CF}_3\text{BR}$ - R. Cardarelli	pag. 159
	WLDC: A DRIFT CHAMBER WITH A PAD RPC FOR MUON DETECTION AT LHC	
	H. Faissner, Th. Moers, R. Priem, B. Razen, D. Rein, H. Reithler, D. Samm, R. Schleichert, H. Schwarthoff, H. Tuchscherer, H. Wagner	pag. 167
	GLASS ELECTRODE SPARK COUNTER - G. Bencivenni, G. Felici, E. Iacussa, C. Gustavino, M. D'Incecco	pag. 181
	RPC READOUT FOR PARTICLE ASTROPHYSICS - M. Bonori, U. Contino, F. Massa	pag. 193
	RESULTS OF TESTS OF PROTOTYPE RESISTIVE PLATE CHAMBERS - I. Crotty, J. Lamas Valverde, G. Laurenti, M.C.S. Williams, A. Zichichi	pag. 199
	GLASS ELECTRODES RPC: PERFORMANCE AND WORKING MODEL - M. Bonori, U. Contino, F. Massa	pag. 207
	FAST PARALLEL RPC READOUT SYSTEM - A. Lanza, G. Liguori, P. Torre, M. Ambrosio, G.C. Barbarino, M. Iacovacci, A. Lauro, G. Osteria, G. Agnetti, O. Catalano, L. Scarsi	pag. 219
	DATA ACQUISITION SYSTEMS DEVELOPED AT CAEN - F. Catarsi, C. Landi, G. Franchi, M. Lippi	pag. 225

Volume IX - n. 1 15/4/1994	RETICOLI DISORDINATI: IL MODELLO DI ANDERSON - R. Farchioni	pag. 1
	BREVE INTRODUZIONE ALLA TEORIA QUANTISTICA DELLA STIMA - M. Paris	pag. 23
	SUSY - M. Cacciari	pag. 36
Volume IX - n. 2 15/11/94	MASSE DEL QUARK TOP E DEL BOSONE DI HIGGS NEL MODELLO STANDARD - F. Piccinini	pag. 79
	DIELETTROFORESI: LIEVITAZIONE A CONTROLLO REAZIONATO - L. Laboranti	pag. 97
	PROPRIETÀ FISICHE DI CLUSTER METALLICI - V. Bellani	pag. 1
	APPLICAZIONI DI RETI NEURALI ALLA FISICA DELLE ALTE ENERGIE - P. Vitulo	pag. 18
	CRITTOGRAFIA QUANTISTICA - C. Macchiavello	pag. 47
Volume X - n. 1 15/3/95	IL "PARADOSSO" DEI GEMELLI - M. Cacciari	pag. 64
	TRANSIZIONI DI FASE NEL PRIMO UNIVERSO - S. Rolli	pag. 77
	SULLA STABILITÀ DINAMICA DELLA BICICLETTA - M. Paris	pag. 102
	FISICA DELLE INTERAZIONI FONDAMENTALI CON NEUTRONI FREDDI A. Guglielmi	pag. 1
	EFFETTO DELLA DISPERSIONE SPAZIALE SULL'ASSORBIMENTO ECCITONICO DEI CRISTALLI - G. Panzarini	pag. 79
Volume X - n. 2 15/6/95	IL CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME IN MOVIMENTO IN UN MEZZO ISOTROPO - U. Bellotti	pag. 105
	SPETTROSCOPIA VIBRAZIONALE A RISOLUZIONE TEMPORALE - P. Calvi	pag. 1
	IL CONTROLLO DEI SISTEMI CAOTICI - M. Maris	pag. 25
	ASPETTI SPERIMENTALI DELLA FISICA DEI MESONI B A LEP - L. Viola	pag. 59
Volume X - n. 3 15/12/95	AN INTRODUCTION TO THE PERTURBATIVE QCD POMERON AND TO JET PHYSICS AT LARGE RAPIDITIES - V. Del Duca	pag. 91
	DIFFUSIONE DI LUCE DA SUPERFICI RUGOSE - M. Patrini	pag. 1
	PRINCIPI E APPLICAZIONI DELLE SPETTROSCOPIE A DIFFRAZIONE DI ELETTRONI - L. Rossi	pag. 25
	IONI DI TERRE RARE IN SEMICONDUTTORI - E. Pavarini	pag. 49
	PERDITA DI ENERGIA PER IONIZZAZIONE - P. Montagna	pag. 85