

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PAVIA

SCIENTIFICA ACTA

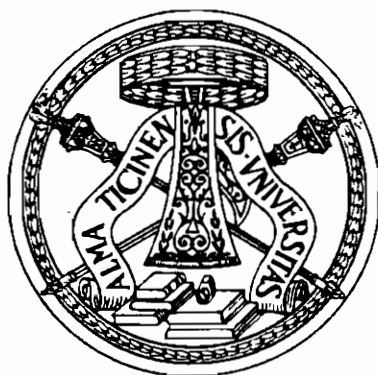
QUADERNI DEL DOTTORATO

VOLUME X

ANNO X

NUMERO 1

15 MARZO 1995



ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE

CENTRO STAMPA - DIPARTIMENTI FISICI
via Bassi, 6 27100 Pavia

INDICE

- 1 - FISICA DELLE INTERAZIONI FONDAMENTALI CON
NEUTRONI FREDDI - Alberto Guglielmi pag. 1
- 2 - EFFETTO DELLA DISPERSIONE SPAZIALE SULL'ASSORBIMENTO
ECCITONICO DEI CRISTALLI - Giavanna Panzarini pag. 79
- 3 - IL CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME
IN MOVIMENTO IN UN MEZZO ISOTROPO - Umberto Bellotti pag. 105

Alberto Guglielmi

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare

Sezione di Padova

**FISICA DELLE INTERAZIONI FONDAMENTALI
CON NEUTRONI FREDDI**

Lezioni tenute il 2-3-4 marzo 1993.

Introduzione

I neutroni freddi costituiscono una sonda utilissima impiegata nello studio della struttura intima della materia in molti settori della ricerca scientifica, a partire dalla biologia molecolare, chimica, scienza dei materiali, fisica nucleare per giungere fino all'infinitamente piccolo della fisica subnucleare. In ambito subnucleare la sperimentazione con neutroni liberi ha contribuito in misura sostanziale alla conoscenza della fisica delle interazioni deboli ed elettrodeboli ("Standard Model") attraverso lo studio del decadimento β del neutrone e dell'interazione neutrone-nucleone. Particolare importanza ha assunto inoltre in Cosmologia la determinazione della vita media del neutrone che costituisce un ingrediente fondamentale dei modelli del Big-Bang, della formazione delle stelle e del ciclo solare.

I neutroni lenti vengono impiegati anche in ricerche di fenomeni esotici nuovi, segnali della presenza di una nuova fisica oltre lo Standard Model quali le oscillazioni neutrone-antineutrone, il momento di dipolo elettrico del neutrone, la violazione delle simmetrie CP e T , la ricerca dell'assione, la determinazione della carica elettrica del neutrone.

La realizzazione di questo articolato programma di ricerca sulle interazioni fondamentali ha richiesto ampi studi e ricerche sulla produzione di fasci intensi di neutroni a bassissima energia, ottenuti per lo piú da reattori nucleari, e sul loro trasporto all'area sperimentale per centinaia di metri di distanza generalmente in particolari guide a riflessione totale.

La prima parte di queste lezioni è dedicata allo studio della dinamica di un fascio di neutroni lenti. Vengono quindi presentati gli esperimenti cruciali condotti con i neutroni freddi che hanno permesso la verifica della Fisica dello Standard Model e la ricerca di segnali della presenza di una nuova Fisica.

1. I fasci di neutroni a bassissima energia

Dai reattori nucleari si possono estrarre intensi fasci di neutroni come prodotto secondario della fissione nucleare. L'High Flux Reactor (HFR) dell'Istituto Max von Laue Paul Langevin (ILL) di Grenoble costituisce il maggiore reattore nucleare europeo espressamente dedicato alla ricerca fondamentale con i neutroni [1]. L'HFR è formato da un core di barre di 9 Kg di uranio arricchito al 93% di ^{235}U immerse in un moderatore (D_2O liquido a 300 K) (fig. 1) che, portando all'equilibrio termico i neutroni prodotti, permette l'autosostentamento del processo di fissione

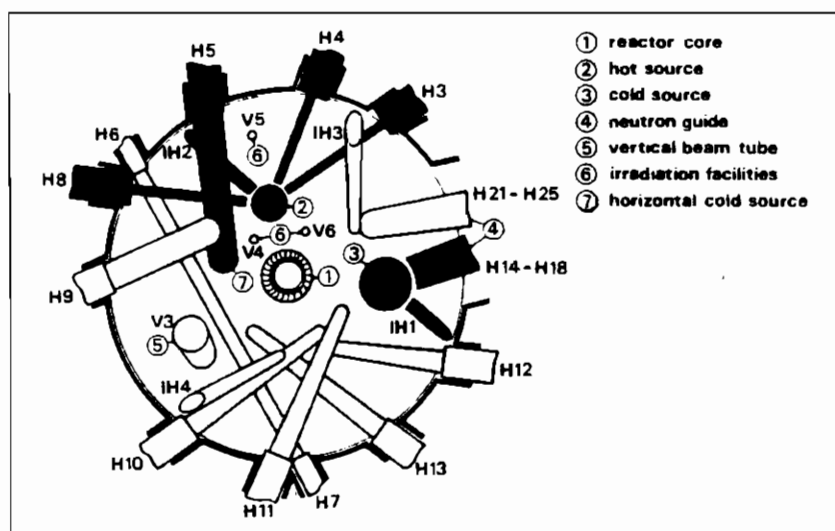
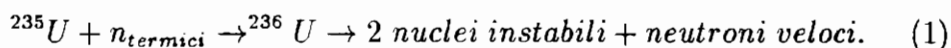


Fig. 1. Schema del reattore nucleare HFR di Grenoble [1].

La potenza erogata è pari a 58 MW, il flusso di neutroni al core risulta $1.5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. I neutroni, prodotti nella fissione dell'uranio con energie dell'ordine del MeV, termalizzano rapidamente nelle collisioni con i nuclei atomici del moderatore fino a raggiungere in media l'energia dei moti di agitazione termica dei nuclei del deuterio. All'equilibrio termico, i neutroni presentano uno spettro di energia assimilabile ad una distribuzione di Maxwell con picco per $E_0 = 25 \text{ meV}$ che corrisponde ad una velocità $v_0 = 2200 \text{ m s}^{-1}$ ed una lunghezza d'onda caratteristica $\lambda_0 = 1.8 \text{ \AA}$ (neutroni termici, $T = 300 \text{ K}$).

Per aumentare considerevolmente la densità di neutroni nella regione di bassa (alta) energia è necessario "raffreddare" (riscaldare) i neutroni prodotti dal reattore facendoli propagare in un materiale convertitore mantenuto ad una temperatura opportuna. L'HFR contiene inserite nel moderatore 2 sorgenti "fredde", 30 e 25 dm^3 di deuterio liquido a temperatura $T_f = 20 \text{ K}$, e una sorgente "calda", 10 dm^3 di grafite a $T_c = 2400 \text{ K}$ che spostano il picco dell'energia dei neutroni che le attraversano a 5 meV (neutroni freddi) e 0.2 eV (neutroni caldi) rispettivamente. L'estrazione dei neutroni dal reattore avviene per mezzo di opportuni condotti a vuoto, "beam tubes", variamente disposti in prossimità delle 3 sorgenti (fig. 1) in modo da fornire una vasta gamma di fasci di differenti energie (fig. 2).

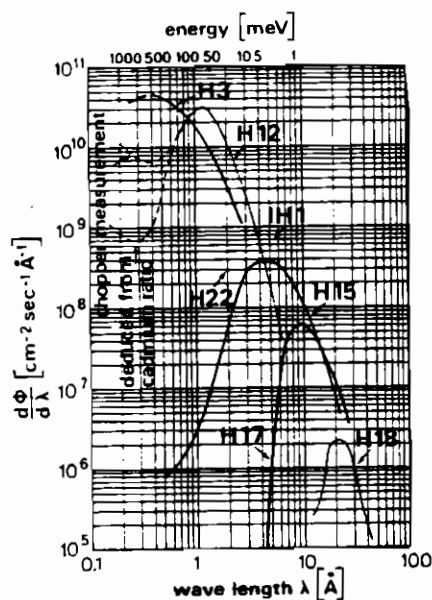


Fig. 2. Spettri dei vari fasci di neutroni all'ILL di Grenoble [1].

Neutroni termici e caldi vengono essenzialmente impiegati come “sonde” nucleari nello studio dello stato condensato della materia, i neutroni freddi vengono per lo piú utilizzati in fisica nucleare e fisica delle particelle elementari per lo studio delle interazioni fondamentali. I neutroni termici e freddi possono inoltre venire riflessi totalmente da specchi di materiali selezionati se l’angolo d’incidenza rispetto alla superficie riflettente non supera un valore limite. Questo fenomeno, particolarmente rilevante per i neutroni di bassa energia per i quali l’angolo limite raggiunge ampiezze significative, permette il trasporto di fasci intensi di neutroni freddi ($I \sim 10^9 \div 10^{11} \text{ s}^{-1}$) mediante riflessioni successive in speciali guide che possono estendersi per distanze $d \sim 100 \text{ m}$.

Le code estreme a bassissima energia dei neutroni freddi sono costituite da neutroni “ultrafreddi” (UCN, $E \leq 10^{-7} \text{ eV}$) che presentano inoltre la formidabile proprietá di venire riflessi totalmente indipendentemente dall’angolo d’incidenza sulle pareti. Pertanto gli UCN possono venire confinati in opportune scatole a pareti riflettenti (“bottiglie”) e osservati per tempi fantasticiamente lunghi, confrontabili con la vita media del neutrone $\tau \sim 890 \text{ s}$. Sono state realizzate anche “bottiglie magnetiche” in grado di confinare gli UCN mediante opportuni campi magnetici che interagiscono con il momento di dipolo magnetico del neutrone. Entrambe queste tecniche consentono attualmente di immagazzinare UCN con densità dell’ordine di 50 neutroni per cm^3 ; ulteriori studi sono in corso per incrementare questo numero.

Un fascio di neutroni può venire polarizzato pressoché totalmente in seguito all’azione di intensi campi magnetici.

In conclusione fasci intensi di neutroni lenti, anche polarizzati, sono disponibili per la sperimentazione fisica “in fascio” e “in bottiglia”.

1.1 Riflessione totale dei neutroni

L’interferenza fra onde di neutroni di bassissima energia diffuse dai nuclei alla superficie di alcuni materiali selezionati genera i fenomeni della diffrazione e riflessione totale dei neutroni. La propagazione del neutrone nella regione d’interfaccia vuoto-materiale riflettore è descritta, in analogia con l’elettromagnetismo, in termini di un indice di rifrazione n del mezzo rispetto al vuoto [2]:

$$n = \frac{k}{k_0} = \sqrt{1 - \frac{\lambda^2 N b_{coh}}{\pi}} \quad (2)$$

in cui \vec{k} (k_0) indica il vettore d'onda del neutrone nel mezzo (vuoto), λ la sua lunghezza d'onda, N e b_{coh} la densità di nuclei del mezzo e la corrispondente ampiezza di scattering coerente. Tale espressione si riferisce ad un riflettore composto da un solo elemento chimico in assenza d'interazioni magnetiche. Il fenomeno viene correttamente descritto introducendo nell'equazione di Schrodinger il potenziale ottico U , media spaziale locale del pseudopotenziale di Fermi:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U + E \right) \Psi(r) = 0 \quad (3)$$

$$U = \frac{2\pi\hbar^2}{m} N b_{coh} \quad (4)$$

in cui m indica la massa del neutrone, E la sua energia [2]. La presenza di una induzione magnetica \vec{B} nel mezzo riflettente comporta un ulteriore termine nell'hamiltoniana, $\Delta E = \pm\mu B$, generato dall'accoppiamento del momento magnetico del neutrone $\mu = 6 \cdot 10^{-18}$ MeV/T con \vec{B} .

I nuclei atomici con ampiezza di scattering coerente positiva presentano un indice di rifrazione $n < 1$ e quindi un potenziale ottico repulsivo che permette la riflessione totale dei neutroni di bassa energia (tab. I).

riflettore	b_{coh} (10^{-12} cm)	U (10^{-7} eV)	λ_{lim} (\AA)	Δk (10^{-2}\AA^{-1})
Be	0.77	2.4	590	1.05
C	0.66	1.9	650	1.01
Al	0.35	0.6	1220	0.53
Ni	1.03	2.4	580	1.07
^{58}Ni	1.44	3.3	490	1.27
Cu	0.79	1.7	690	0.87
Zn	0.59	1.0	900	0.69
Pb	0.96	0.8	1000	0.63

Tab. I. Valori caratteristici di alcuni materiali riflettori [2].

Il coefficiente di riflessione, rapporto tra l'intensità dei neutroni riflessi e quella del fascio incidente,

$$R = \left[\frac{(n^2 - \cos^2 \theta)^{1/2} - \sin \theta}{(n^2 - \cos^2 \theta)^{1/2} + \sin \theta} \right]^2 \quad (5)$$

diventa unitario se l'angolo d'incidenza rispetto alla superficie riflettente, θ , non supera un valore limite θ_c determinato dall'indice n (fig. 3):

$$\theta \leq \theta_c, \quad \cos \theta_c = n. \quad (6)$$

La condizione sull'angolo d'incidenza $\theta \leq \theta_c$ richiede che l'energia cinetica associata alla componente del vettore d'onda normale alla superficie riflettente non ecceda il valore del potenziale ottico:

$$E_{\perp} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m} \leq \frac{\hbar^2}{2m} k^2 \sin^2 \theta_c = U. \quad (7)$$

I valori delle ampiezze di scattering coerente e delle densità nucleari dei materiali riflettori, $b_{coh} \sim 10^{-12}$ cm e $N \sim 10^{23}$ nuclei per cm³, comportano angoli critici molto contenuti alle energie dei neutroni freddi ($\lambda \sim 10 \text{ \AA}$) $\theta_c \ll 1$ rad. Pertanto l'indice di rifrazione n può venire approssimato:

$$n = \cos \theta_c \simeq 1 - \frac{\theta_c^2}{2} \quad (8)$$

$$n \simeq 1 - \frac{\lambda^2}{2\pi} N b_{coh}. \quad (9)$$

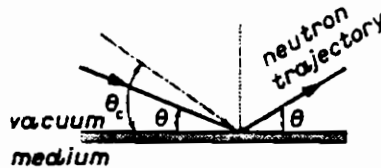


Fig. 3. Riflessione totale di un neutrone che incide la superficie riflettente con un angolo θ minore del valore limite θ_c .

Ne segue che l'angolo critico della riflessione totale dei neutroni freddi risulta proporzionale alla lunghezza d'onda del neutrone λ secondo una costante che dipende dalle caratteristiche del riflettore:

$$\theta_c = \sqrt{\frac{N b_{coh}}{\pi}} \cdot \lambda. \quad (10)$$

Dalla condizione $\theta \leq \theta_c$ si ricava che la componente normale del momento del neutrone incidente, k_{\perp} , non può superare un valore limite Δk :

$$k_{\perp} \leq \Delta k = k \sin \theta_c = 2 \sqrt{N b_{coh} \pi}. \quad (11)$$

Appare quindi naturale esprimere l'angolo critico come prodotto della lunghezza d'onda del neutrone λ e di Δk , parametro a sua volta determinato dalle caratteristiche fisiche del materiale:

$$\theta_c = \frac{\Delta k}{2\pi} \cdot \lambda. \quad (12)$$

Il migliore riflettore presente in natura è il ^{58}Ni caratterizzato da $b_{coh} = 1.4 \cdot 10^{-12}$ cm e quindi $\Delta k = 1.27 \cdot 10^{-2} \text{Å}^{-1}$ in grado di riflettere neutroni di lunghezza d'onda $\lambda = 10 \text{Å}$ fino ad un angolo d'incidenza $\theta \sim 1^\circ$.

Se l'energia cinetica del neutrone E risulta inferiore al potenziale ottico l'angolo critico risulta $\theta_c = 90^\circ$ e quindi il neutrone viene sempre riflesso indipendentemente dall'ampiezza dell'angolo d'incidenza. Infatti la condizione

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m\lambda} \leq U \quad (13)$$

individua una lunghezza d'onda limite, caratteristica di ogni materiale,

$$\lambda_{lim} = \sqrt{\frac{\pi}{N b_{coh}}} \quad (14)$$

per cui i neutroni con $\lambda \geq \lambda_{lim}$ vengono totalmente riflessi per qualunque angolo d'incidenza: neutroni ultrafreddi (UCN) [2]. Per il Nickel $\lambda_{lim} \simeq 580 \text{Å}$ a cui corrisponde una velocità limite dei neutroni $v \leq 6.8 \text{ m s}^{-1}$.

1.2 Trasporto di neutroni freddi in guide

Fasci intensi di neutroni di bassa energia possono venire trasportati a centinaia di metri di distanza dalla sorgente con guide che sfruttano il meccanismo della riflessione totale nel trasporto dei neutroni per riflessioni successive [2, 3, 4]. In pratica le guide di neutroni sono tubi a vuoto di sezione rettangolare con le pareti (lastre di vetro) ricoperte internamente da uno strato di materiale riflettore spesso $\sim 1000\text{\AA}$, normalmente Ni o ^{58}Ni . Per angoli d'incidenza $\theta \leq \theta_c$ la riflettività effettiva risulta $w \simeq 0.98 \div 0.99$ a causa della penetrazione della funzione d'onda del neutrone nello spessore finito dello strato riflettente e delle inevitabili irregolarità presenti sulla superficie del vetro.

Una guida di neutroni rettilinea, se sufficientemente lunga, trasporta solo neutroni per riflessioni successive, preferenzialmente quelli di bassa energia per i quali l'angolo critico è grande, mentre espelle per trasmissione attraverso le pareti gran parte dei neutroni veloci e della radiazione γ generati nel reattore dal processo di fissione (noise). La reiezione del noise è pressoché totale con una guida curvata in un piano in modo da escludere geometricamente traiettorie dirette ingresso-uscita senza riflessioni sulle pareti (guida "no direct view"). Pertanto grande attenzione è stata rivolta allo studio della fenomenologia del trasporto dei neutroni in una guida curva, strumento in grado di fornire fasci intensi e puri di neutroni a bassa energia e che comprende, come caso particolare per raggi di curvatura infiniti, la guida rettilinea.

Una guida curva è formata da segmenti di guida diritta, a sezione rettangolare costante disposti orizzontalmente su un arco di circonferenza. Di norma la guida presenta una sezione $a \times b$ e un raggio di curvatura ρ costanti, con $a \times b \simeq 5 \times 10 \text{ cm}^2$ e $\rho \simeq 10^2 \div 10^3 \text{ m}$. Curvature così esigue permettono di trascurare la struttura poligonale e di trattare il calcolo della propagazione dei neutroni approssimando il canale reale con una guida continua ideale di sezione e raggio di curvatura costante. La simmetria del sistema suggerisce per la descrizione del moto del neutrone nella guida l'impiego delle coordinate r, y, s ($0 \leq r \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq s \leq L$) (fig. 4). Alle energie dei neutroni freddi l'angolo critico non eccede 0.1 rad e quindi il fascio di neutroni trasportato è piuttosto ben collineato. La componente longitudinale del momento del neutrone \vec{P}_s è praticamente conservata, mentre quelle trasversali $\vec{P}_{r,y}$ risultano proporzionali alla divergenza angolare orizzontale e verticale del neutrone:

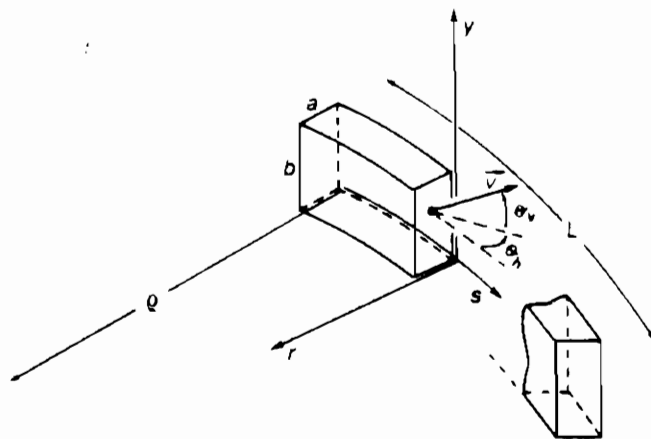


Fig. 4. Sistema di coordinate impiegato nella guida curva.

$$P_s \simeq m v \quad P_r \simeq -m v \theta_h \quad P_y \simeq m v \theta_v. \quad (15)$$

Dall'ortogonalità delle pareti della guida e dall'invarianza della sua sezione ne conseguono la facoltà di descrivere la propagazione del neutrone separando il moto nel piano radiale (r, θ_h) da quello nel piano verticale (y, θ_v).

Moto radiale

Con semplici considerazioni geometriche si riconosce che a seguito di uno spostamento longitudinale Δs , la divergenza angolare orizzontale del neutrone θ_h varia della quantità $\Delta\theta_h = \Delta s/\rho$ (fig. 5). Il moto radiale del neutrone tra due riflessioni successive è quindi regolato dall'equazione differenziale ($\theta_h = -dr/ds$) [5]:

$$\frac{d^2 r}{ds^2} + \frac{1}{\rho} = 0. \quad (16)$$

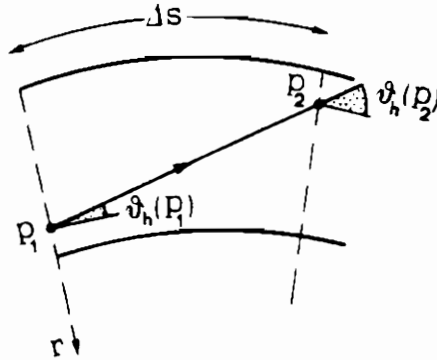


Fig. 5. Variazione della divergenza θ_h associata allo spostamento Δs .

Si individuano chiaramente due classi differenti di traiettorie del neutrone entro la guida: 1) "garland" se il cammino sul piano orizzontale è una linea poligonale inscritta nella parete della guida concava, 2) "zig-zag" caratterizzata da riflessioni alternate su entrambe le pareti verticali (fig. 6) [3, 4, 5]. Nel piano radiale "delle fasi" (r, θ_h) le corrispondenti traiettorie $\Gamma_{h,1}$, $\Gamma_{h,2}$ (fig. 6) sono descritte dalla legge di variazione della divergenza angolare con la distanza radiale dalla parete concava che si ottiene dalla (16) [4, 5]:

$$\theta_h(r) = \pm \sqrt{(\theta_h^0)^2 - \frac{2r}{\rho}}, \quad 0 \leq r \leq a \quad (17)$$

in cui $\theta_h^0 = \sqrt{(\theta_{h,in})^2 + 2r_{in}/\rho}$ è l'angolo d'incidenza del neutrone sulla parete concava, determinato dalle condizioni iniziali $(r_{in}, \theta_{h,in})$ all'ingresso della guida. Percorrendo una traiettoria garland ($\Gamma_{h,1}$) il neutrone si discosta dalla parete concava della guida fino alla distanza massima $r^* = \rho/2 \cdot (\theta_h^0)^2$.

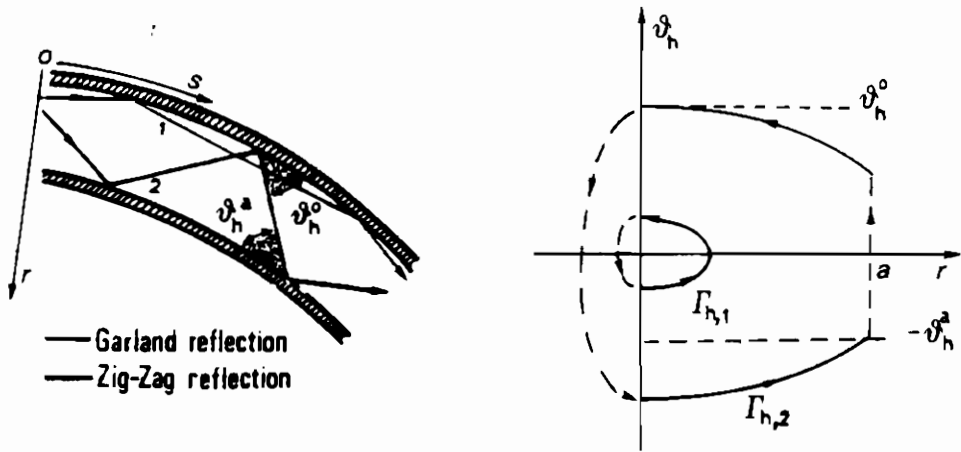


Fig. 6. Traiettorie "garland" e "zig-zag" e corrispondenti $\Gamma_{h,1}$ e $\Gamma_{h,2}$ nel piano (r, θ_h) [5].

Il trasporto in guida richiede che l'angolo d'incidenza del neutrone sulla parete concava sia $\theta_h^0 \leq \theta_c$ (l'eventuale angolo d'incidenza sulla parete convessa risulta $\theta_h^a = \sqrt{(\theta_h^0)^2 - 2a/\rho} < \theta_h^0$). In tali condizioni il neutrone si propaga nella guida circolando confinato in una linea Γ_h selezionata in base a θ_h^0 dato che in una riflessione $\theta_h \rightarrow -\theta_h$. Ne segue che per ogni lunghezza d'onda λ esiste una traiettoria critica Γ_h^c di equazione θ_h^c caratterizzata da angoli d'incidenza sulla parete concava $\theta_h^0 = \theta_c(\lambda)$ che racchiude nel piano (r, θ_h) tutte le traiettorie Γ_h che i neutroni di questa lunghezza d'onda possono descrivere entro la guida (fig. 7). Per $\lambda < \lambda_h^* = (\pi/\Delta k) \cdot \sqrt{8a/\rho}$ i neutroni si propagano esclusivamente via "garland reflection" mentre entrambe le due modalità "garland" e "zig-zag" sono seguite alle più basse energie per $\lambda \geq \lambda_h^*$.

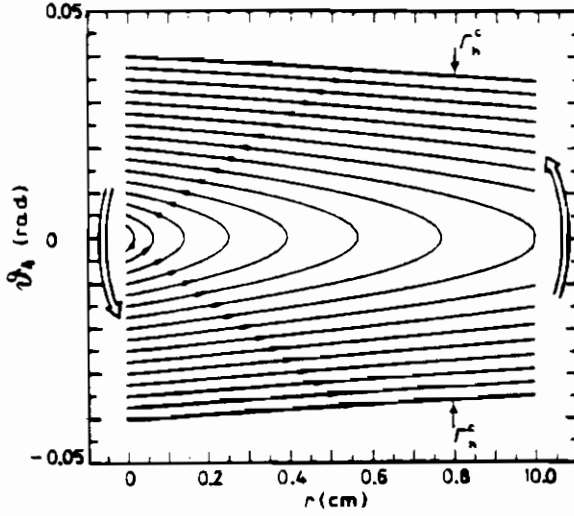


Fig. 7. Traiettorie Γ_h calcolate per $\lambda = 20\text{\AA}$, $\rho = 500$ m, $a = 10$ cm. $\Delta k = 1.27 \cdot 10^{-2} \text{\AA}^{-1}$ ($\theta_c = 40$ mrad) [5].

Moto verticale

La forza di gravità agisce sui neutroni curvando le loro traiettorie verso il basso con l'effetto di variare la divergenza angolare verticale θ_v (fig. 8). In perfetta simmetria col moto radiale ($r \rightarrow y$, $\theta_h \rightarrow -\theta_v$, e $\rho \rightarrow \frac{v^2}{g}$, g : accelerazione di gravità) l'equazione differenziale della traiettoria del neutrone nel piano verticale risulta:

$$\frac{d^2 y}{ds^2} + \frac{g}{v^2} = 0. \quad (18)$$

Le due corrispondenti classi di traiettorie caratteristiche $\Gamma_{v,1}$, $\Gamma_{v,2}$ nel piano (y, θ_v) sono descritte dall'equazione [4, 5]:

$$\theta_v(y) = \pm \sqrt{(\theta_v^0)^2 - \frac{2gy}{v^2}} \quad (19)$$

in cui $\theta_v^0 = \sqrt{\theta_{v,in}^2 + \frac{2gy_{in}}{v^2}}$ è l'angolo d'incidenza del neutrone sulla parete

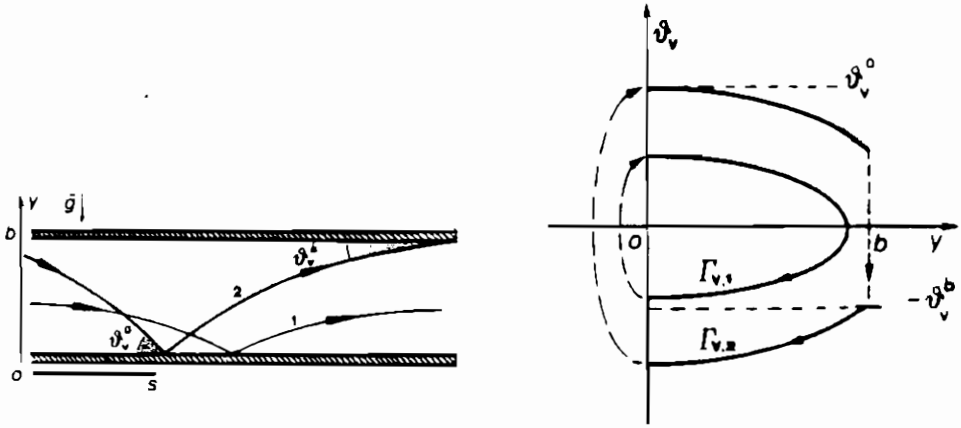


Fig. 8. Traiettorie in guida e corrispondenti $\Gamma_{v,1}$ e $\Gamma_{v,2}$ nel piano (y, θ_v) [5].

inferiore, $(y_{in}, \theta_{v,in})$ la posizione e la divergenza della particella all'ingresso della guida. Per $\theta_v^0 = \theta_c$, la traiettoria critica Γ_v^c viene descritta dall'equazione approssimata [4]:

$$\theta_v^c = \pm \theta_c \cdot \left(1 - \frac{\alpha y}{\Delta k^2}\right), \quad \alpha = 2.4 \cdot 10^{-7} \text{ \AA}^{-2} \text{ cm}^{-1}. \quad (20)$$

L'effetto introdotto dalla forza di gravità, trascurabile nella descrizione del moto dei neutroni freddi entro la guida, diventa rilevante nel trasporto dei neutroni di energia più bassa, specialmente di neutroni UCN ($v \leq 6 \text{ m s}^{-1}$).

Caratteristiche del fascio trasportato

Intensità, distribuzioni spaziale e angolare del fascio trasportato da una guida curva possono venire determinate analiticamente considerando la guida curva dotata di riflettività ideale ($w = 1$) per $\theta \leq \theta_c$ e sufficientemente lunga da non permettere il trasporto mediante traiettorie senza riflessioni.

In accordo con il teorema di Liouville, l'influenza di una qualunque interazione esterna che agisca collettivamente sui neutroni, quale la forza di gravità e la riflessione speculare, non può alterare la densità di neutroni nello spazio

delle fasi e quindi in (r, θ_h) e (y, θ_v) durante la propagazione entro la guida. Pertanto, in presenza di un flusso di neutroni iniziale costante e isotropo, ciascuna componente del fascio trasportato $dI/d\lambda$ ($s^{-1} \text{Å}^{-1}$) popolerà uniformemente le regioni delimitate dalle traiettorie critiche Γ_h^c e Γ_v^c . Il fascio sarà quindi caratterizzato da uno spettro di lunghezze d'onda [4]:

$$\left(\frac{dI}{d\lambda}\right)_{TR} = \frac{1}{2\pi ab} \left(\frac{dI}{d\lambda}\right)_{IN} \xi_h(\lambda) \cdot \xi_v(\lambda) \quad (21)$$

in cui IN (TR) si riferiscono a ingresso (uscita) dalla guida e $\xi_h(\lambda), \xi_v(\lambda)$ indicano l'emittanza orizzontale e verticale del fascio per lunghezza d'onda, cioè la misura dell'area delle regioni delimitate da Γ_h^c, Γ_v^c rispettivamente:

$$\xi_h(\lambda) = 2 \int_0^{r^* \leq a} |\theta_h^c| dr = \frac{2}{3} \rho f \theta_c(\lambda)^3 \quad (22)$$

$$\xi_v(\lambda) = 2 \int_0^b |\theta_v^c| dy = 2b \theta_c(\lambda) \cdot \left(1 - \frac{\alpha b}{2\Delta k^2}\right) \quad (23)$$

dove

$$f = \begin{cases} 1 & \text{se } \lambda \leq \lambda^* = \frac{\pi}{\Delta k} \sqrt{\frac{8a}{\rho}} \\ 1 - \left(1 - \frac{2a}{\rho \theta_c^2}\right)^{3/2} & \text{se } \lambda > \lambda^*. \end{cases} \quad (24)$$

Se si assume che i neutroni sono prodotti dalla sorgente in modo isotropo con una distribuzione di velocità di Maxwell, $f(v) dv$, il fascio collimato che emerge da un beam-tube (non riflettente) della vasca del reattore sarà caratterizzato da uno spettro $F(v) dv \propto v \cdot f(v) dv$. Pertanto lo spettro delle lunghezze d'onda del fascio propagato in una successiva guida curva risulta proporzionale a λ^{-5} pesato per l'efficienza di trasporto $e(\lambda)$:

$$\frac{dI}{d\lambda} \propto \frac{m}{kT}^{3/2} \frac{1}{\lambda^5} \cdot e^{-(mc^2/2kT\lambda^2)} \cdot e(\lambda) \quad (25)$$

$$e(\lambda) = \frac{\xi_h(\lambda) \cdot \xi_v(\lambda)}{2\pi ab} = \frac{2\rho}{3\pi a} \theta_c(\lambda)^4 f \cdot \left(1 - \frac{\alpha b}{2\Delta k^2}\right) \quad (26)$$

in cui k indica la costante di Boltzmann e T la temperatura dei neutroni.

L'efficienza di trasporto della guida curva dipende fortemente dalle qualità ottiche del riflettore. L'utilizzo dell'isotopo ^{58}Ni ($\Delta k = 0.0127 \text{Å}^{-1}$) al posto del

Ni naturale ($\Delta k = 0.0107 \text{\AA}^{-1}$) permette di raddoppiare l'intensità delle componenti del fascio con lunghezza d'onda $\lambda \leq \lambda^*$ per le quali $e(\lambda) \propto \theta_c^4(\lambda) = \Delta k^4 \cdot \lambda^4$. La guida curva manifesta inoltre una forte azione di filtro in favore delle componenti piú lente del fascio con piú grande λ (neutron-beam cooling). Una tale selezione è operata, anche se in minor misura molto piú contenuta, dalla guida diritta in cui $e_S \propto \theta_c^2 = \Delta k^2 \cdot \lambda^2$. Ancora, variando il rapporto a/ρ e di conseguenza $e(\lambda)$, si possono selezionare nel trasporto regioni diverse dello spettro energetico iniziale dei neutroni alla sorgente ottenendo così fasci di differente temperatura (fig. 9).

All'uscita della guida curva il flusso di neutroni con una selezionata λ , $d\phi/d\lambda$, risulterà proporzionale all'accettanza angolare della guida per riflessione totale [4]:

$$\Delta\omega(\lambda, r, y) = 4 |\theta_h^c| \cdot |\theta_v^c| = 4 \theta_h^* \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda^*}\right)^2 - \frac{r}{a}} \cdot \theta_c(\lambda) \cdot \left(1 - \frac{\alpha y}{\Delta k^2}\right). \quad (27)$$

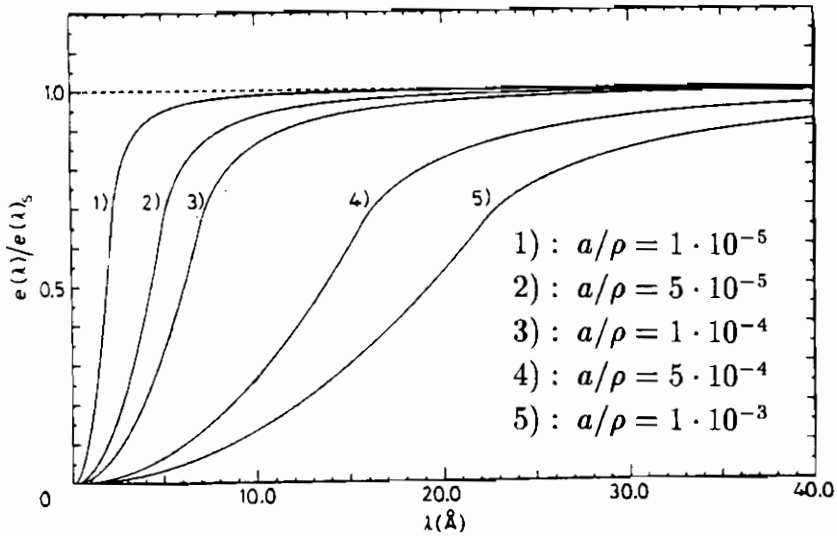


Fig. 9. Rapporto della efficienza di trasporto $e(\lambda)$ e $e_S(\lambda)$ in funzione di λ per differenti valori di a/ρ [4].

A bassa energia, per $\lambda \geq \lambda^*$, domina la propagazione "zig-zag" e quindi il profilo orizzontale del fascio è praticamente piatto. Per $\lambda < \lambda^*$, le componenti più dure del fascio seguono invece le traiettorie "garland" e quindi i neutroni emergono addensati nei pressi della parete concava della guida (fig. 10).

La divergenza orizzontale e verticale del fascio trasportato dalla guida curva, $\Theta_h = 2|\theta_h^c|$, $\Theta_v = 2|\theta_v^c|$ dipendono pure da λ, r, y . I valori medi $\langle \Theta_h \rangle$ e $\langle \Theta_v \rangle$, calcolati sulla sezione trasversale della guida, rivelano una dipendenza caratteristica da λ^3 (per $\lambda \leq \lambda^*$) e λ :

$$\langle \Theta_h \rangle = \frac{1}{a} \xi_h = \frac{\rho}{12a} f \left(\frac{\Delta k}{\pi} \right)^3 \lambda^3 \quad (28)$$

$$\langle \Theta_v \rangle = \frac{1}{b} \xi_v = \frac{\Delta k}{\pi} \lambda \cdot \left(1 - \frac{\alpha b}{2 \Delta k^2} \right). \quad (29)$$

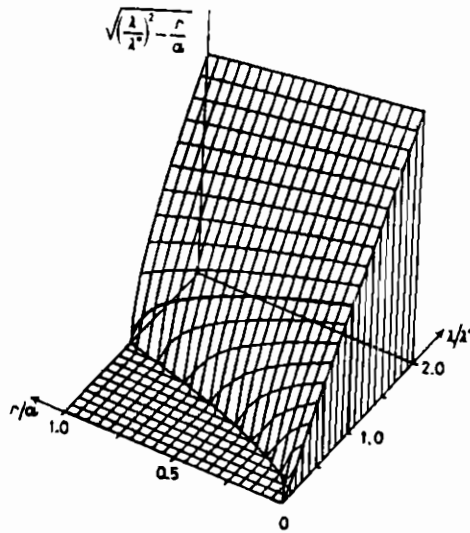


Fig. 10. Distribuzione orizzontale del fascio di neutroni al termine della guida in funzione di r/a e λ/λ^* [4].

Caso reale: matrici di trasporto

Lo studio dei dettagli di ogni singola traiettoria dei neutroni entro la guida è richiesto se il canale non è sufficientemente lungo (presenza di direct-view) o se la sua geometria si discosta sensibilmente dalla forma caratteristica ideale,

oppure se si considerano le perdite associate al coefficiente di riflessione effettivo $w < 1$ per $\theta \leq \theta_c$. Analogamente è necessario seguire l'evoluzione del gas di neutroni lungo lo sviluppo della guida se il fascio non risulta sufficientemente omogeneo e/o isotropo all'ingresso del canale.

Un approccio alternativo al classico metodo di Monte Carlo in cui una traiettoria è determinata riflessione dopo riflessione, consiste nel definire e calcolare, in analogia con i fasci di particelle cariche negli acceleratori, una matrice di trasporto M , caratteristica per ogni particolare guida, costruita come prodotto di operatori di traslazione T e riflessione R alternati [5]. Per una traiettoria con n riflessioni entro la guida in $s = s_1, \dots, s_n$ si avrà:

$$M = T(L - s_n) \cdot \prod_{i=1}^n R T(s_i - s_{i-1}). \quad (30)$$

Nella realtà poi una beam line risulta composta da differenti moduli variamente connessi: guide rettilinee, guide curve e gap per l'estrazione di fasci secondari e inserzione di strumenti. La determinazione della matrice di trasporto associata, prodotto ordinato delle matrici associate ai singoli moduli, permette di calcolare con precisione le caratteristiche fisiche del fascio di neutroni freddi. Un programma di calcolo basato su un tale algoritmo risulta sensibilmente più rapido di un corrispondente classico programma di Monte Carlo permettendo di raggiungere una più alta statistica nel calcolo e quindi una migliore definizione dei parametri del fascio trasportato. Tale metodo è stato applicato con successo allo studio delle proprietà del fascio di neutroni freddi H53 impiegato per la ricerca dell'oscillazione neutrone-antineutrone presso l'ILL di Grenoble (cfr. 3.1) (fig. 11) [5]. I neutroni, estratti con un tubo di zircalloy nei pressi della sorgente fredda HCS, sono immessi in una guida con riflettore ^{58}Ni curvata nella sua parte centrale ($\rho = 400$ m) complessivamente lunga 63 m e con una sezione costante pari a 6×12 cm². L'efficienza di trasporto della guida raggiunge il 33% per $\lambda \geq 30 \text{ \AA}$ (fig. 12). La fig. 13 mostra il flusso dei neutroni trasportati $d\phi/d\lambda$ in funzione di λ , le distribuzioni della divergenza angolare orizzontale e verticale e i profili orizzontale e verticale del flusso di cattura $\Phi_c = \int (d\Phi/d\lambda) \cdot \lambda \cdot d\lambda$ calcolati e confrontati con le corrispondenti misure di T.O.F. (spettro) e attivazione su oro (flusso di cattura). La fig. 14 illustra l'evoluzione dei neutroni con $\lambda = 2 \text{ \AA}$ lungo il canale H53 in (r, θ_h) e i corrispondenti profili radiale e angolare.

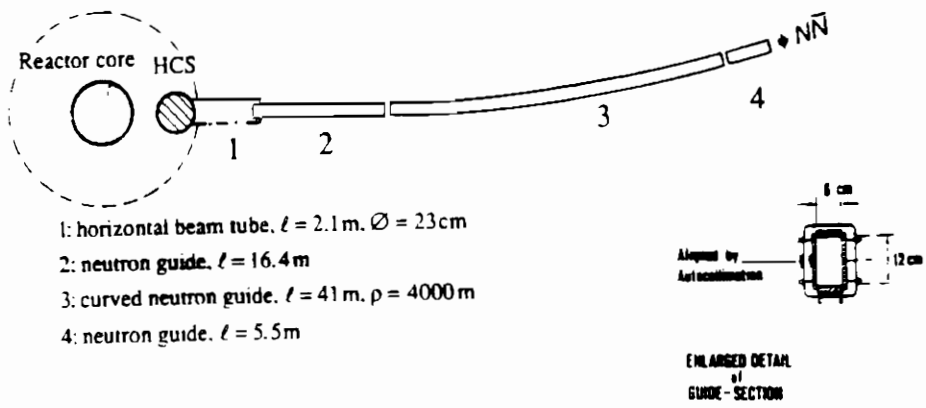


Fig. 11. Il canale H53 all'HFR dell'ILL (proiezione orizzontale) [5].

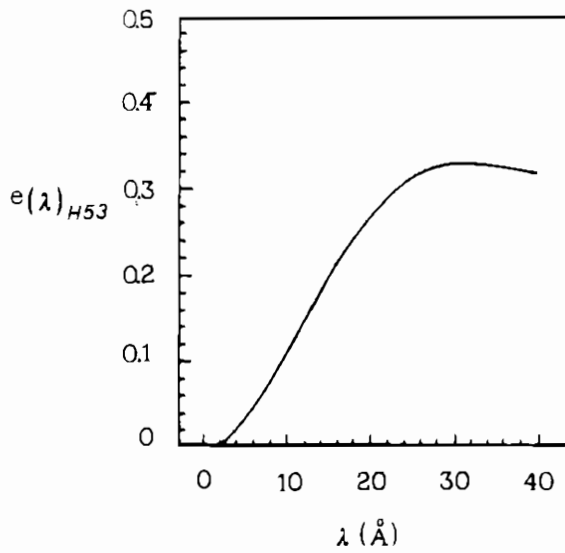


Fig. 12. Efficienza di trasporto $e(\lambda)_{H53}$ in funzione di λ [5].

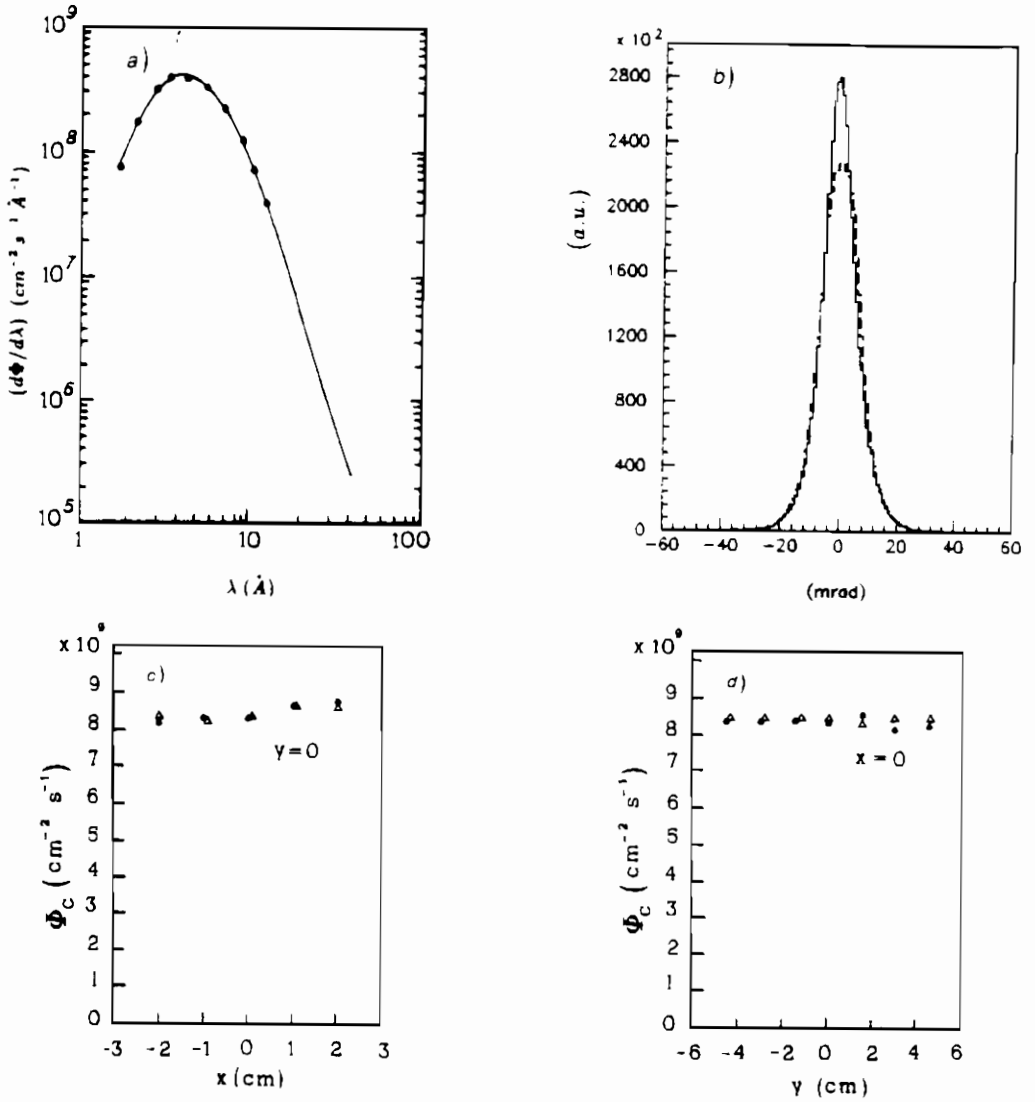


Fig. 13. Caratteristiche del fascio H53: misure (●) e calcoli (—) dello spettro (a), distribuzioni calcolate delle divergenze angolari orizzontale e verticale (in tratteggio) (b), profilo orizzontale (c) e verticale (b) del flusso di cattura misurato (●) e calcolato (Δ) [5].

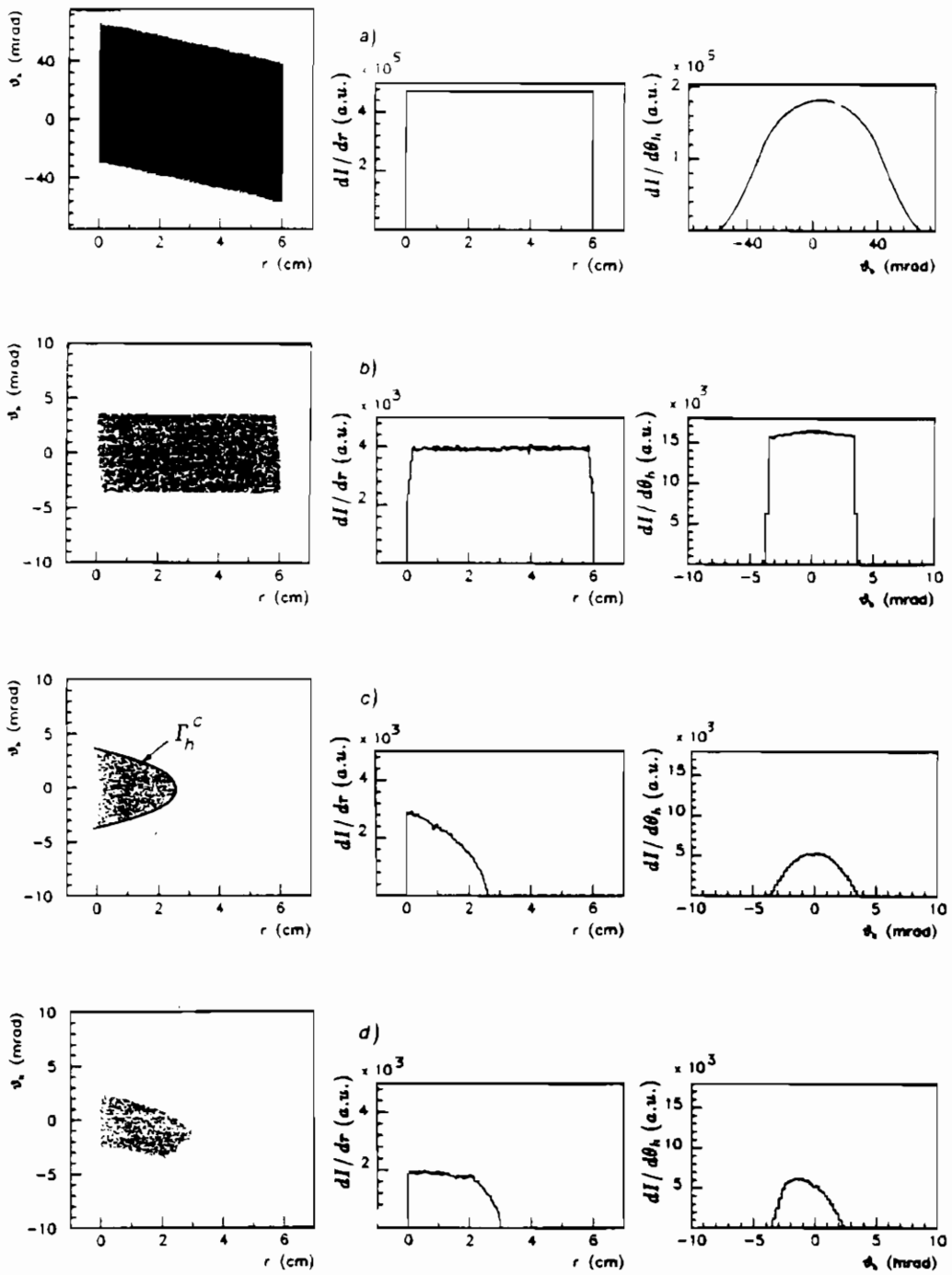


Fig. 14. Distribuzioni dei neutroni con $\lambda = 2\text{\AA}$ in (r, θ_h) e i corrispondenti profili calcolati all'ingresso della prima guida a), all'ingresso b) e all'uscita della guida curva c) e all'uscita del canale H53 d) [5].

1.3 Neutroni ultrafreddi

Il neutrone è una particella elettricamente neutra ($q < 10^{-21} e$), dotata di massa ($m = 939.6 \text{ MeV}$) spin e momento magnetico ($\mu = 6 \cdot 10^{-18} \text{ MeV/T}$), che decade per interazione debole con $\tau \simeq 890 \text{ s}$ e che interagisce quindi con campi di forza:

- i) magnetici \vec{B} , con un'energia $\Delta E/B \sim 10^{-7} \text{ eV/T}$;
- ii) gravitazionali, con $\Delta E/h \sim 10^{-7} \text{ eV/m}$ sulla superficie terrestre;
- iii) nucleari: il potenziale medio nucleare di Fermi vale $U \sim 2 \cdot 10^{-7} \text{ eV}$ per elementi con $b_{coh} \sim 10^{-12} \text{ cm}$.

Pertanto i neutroni ultrafreddi (UCN), caratterizzati da un'energia $E \leq 10^{-7} \text{ eV}$ ($v \leq 6 \text{ ms}^{-1}$, $\lambda \geq 660 \text{ \AA}$), possono venire confinati per mezzo dell'azione di campi magnetici, della forza di gravità terrestre e più semplicemente da pareti materiali di opportuni materiali riflettori [6].

La prima proposta di estrarre i neutroni ultrafreddi e di isolarli risale al 1959 [7] mentre i primi esperimenti sono stati eseguiti, pressoché contemporaneamente, nel 1968 a Dubna [8] e a Monaco [9].

All' HFR di Grenoble [10] i neutroni, prelevati in prossimità della prima sorgente fredda, vengono inizialmente raffreddati e selezionati mediante una guida verticale curva e quindi immessi in una turbina dove cedono gran parte della loro energia (fig. 15). La turbina, dotata di 690 specchi di Ni disposti lungo la sua circonferenza ($\phi = 1.7 \text{ m}$), ruota ad una velocità periferica $v_t \sim 25 \text{ m s}^{-1}$ e converte, per riflessione, i neutroni con velocità media $v \sim 50 \text{ m s}^{-1}$ in UCN con velocità di pochi metri al secondo. Gli UCN vengono quindi immagazzinati in una apposita "bottiglia" a pareti riflettenti: valori tipici del flusso sono $\phi_{UCN} \simeq 3 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ cui corrispondono una densità di neutroni ultrafreddi pari a $\rho_{UCN} \sim 50 \text{ cm}^{-3}$.

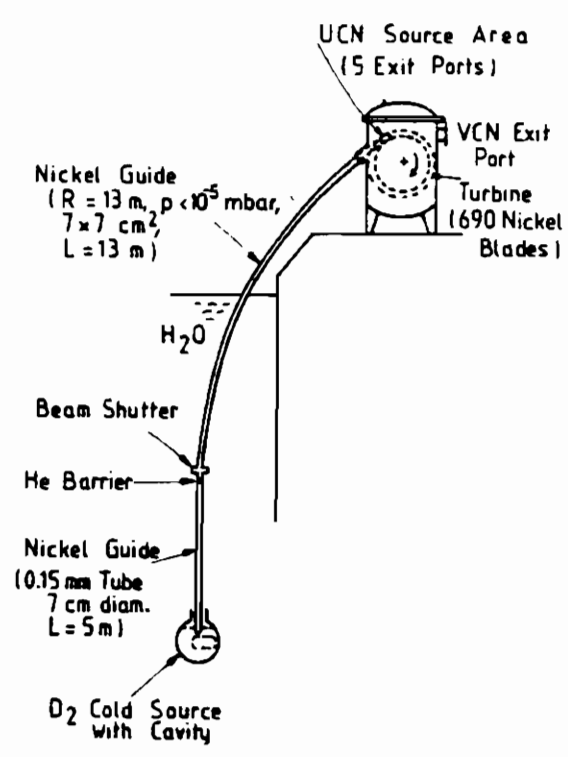
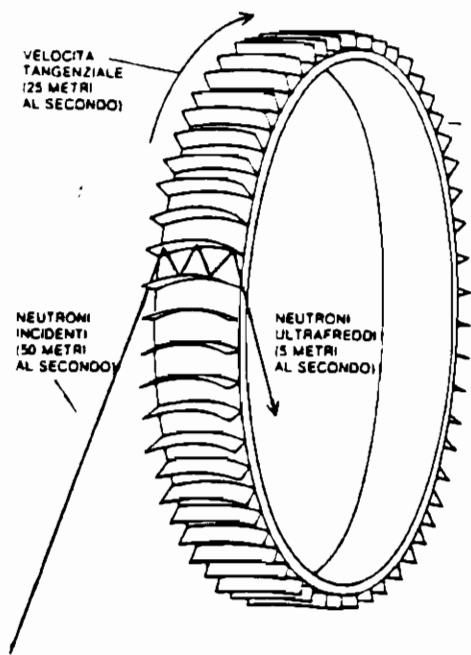


Fig. 15. Il sistema guida e turbina per UCN dell'ILL di Grenoble [10].

Né la forza di gravità, né le interazioni con le pareti della turbina possono cambiare la densità nello spazio delle fasi di un gas di neutroni in equilibrio termico: la densità degli UCN in bottiglia non può comunque superare quella della sorgente.

In alternativa, è stato messo a punto il metodo degli UCN super-termici che utilizza come mezzo refrigerante He_4 superfluido ad una temperatura inferiore a 2K [11]. I neutroni freddi entrano in una bottiglia attraversandone le pareti ricoperte internamente da He_4 superfluido in cui termalizzano, diventando così UCN. Le pareti della bottiglia, trasparenti ai neutroni incidenti ($\lambda \leq 10\text{\AA}$) diventano opache per quelli di lunghezza d'onda maggiore che vengono creati all'interno della bottiglia e intrappolano così gli UCN. L'elio può poi essere prosciugato quando è stato accumulato un numero sufficiente di neutroni. In tal modo è stato superato il problema della fuga degli UCN attraverso il foro d'ingresso che si riscontrava nelle bottiglie classiche. Questa tecnica degli UCN super-termici appare quindi molto interessante e promettente per nuovi sviluppi anche se necessita di ulteriori studi e perfezionamenti [12].

Misure accurate mostrano che i valori dei tempi d'immagazzinamento dei neutroni in una bottiglia riflettente, limitati dalla vita media $\tau \sim 890$ s, sono significativamente minori di quelli previsti e che il conteggio dei neutroni immagazzinati e di quelli che sfuggono dal recipiente diminuiscono nel tempo con la stessa velocità. Sembra quindi che i neutroni acquistino energia in seguito a diffusione anelastica su impurità (ioni ossidrili OH) assorbite sulla superficie delle pareti per poi venire persi per trasmissione attraverso le pareti stesse (fig. 16). Il tempo d'immagazzinamento risulta quindi inversamente proporzionale al numero medio di rimbalzi e dipende inoltre dalla velocità dei neutroni oltre che dalle dimensioni e dalla forma del recipiente.

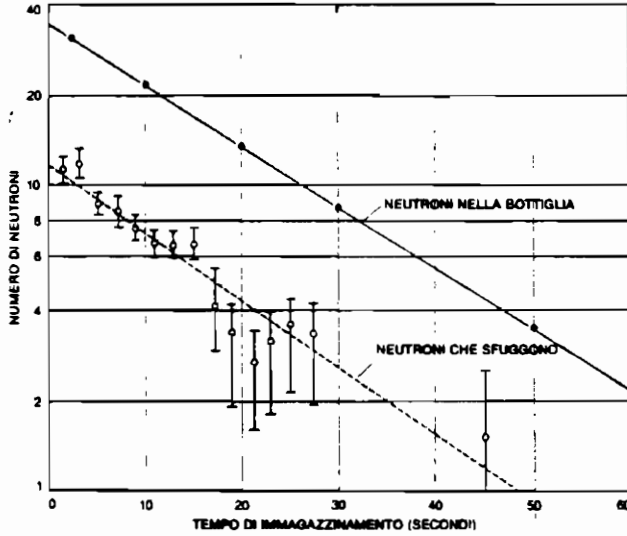


Fig. 16. Risultati sperimentali sul contenimento di UCN in bottiglia [6].

Per confinare gli UCN evitando nel contempo interamente le loro complesse interazioni con le pareti delle bottiglie materiali si può sfruttare l'interazione tra il momento di dipolo magnetico $\vec{\mu}$ del neutrone e un campo magnetico \vec{B} a gradiente esapolare con polarità nord e sud disposte alternativamente attorno a un cilindro (bottiglia magnetica). La configurazione delle linee di forza che rappresentano la direzione di \vec{B} è piuttosto complicata; tuttavia $|\vec{B}| = 0$ lungo l'asse del cilindro mentre in tutte le direzioni lontane dall'asse $|\vec{B}|$ aumenta con il quadrato della distanza (fig. 17a). La risposta del neutrone all'azione di un tale campo dipende dall'orientamento dello spin e quindi di $\vec{\mu}$. Se $\vec{\mu}$ è parallelo a \vec{B} , il neutrone è sottoposto ad una forza che lo allontana dall'asse del cilindro, se $\vec{\mu}$ è antiparallelo a \vec{B} , la forza è diretta verso il centro. Ripiegando il cilindro su se stesso si ottiene una bottiglia magnetica a forma di toro (fig. 17b) nella quale i neutroni descrivono traiettorie a spirale attorno all'asse. Sulla base di queste considerazioni è stato costruito all'ILL l'anello di accumulazione NESTOR (NEutron STORAGE Ring, fig.18), diametro pari a $\sim 1m$ con $B \sim 3.5$ T ($I = 200$ A), che permette di immagazzinare i neutroni con $\lambda \geq 200\text{\AA}$, per circa $t_{im} = 45'$ [13].

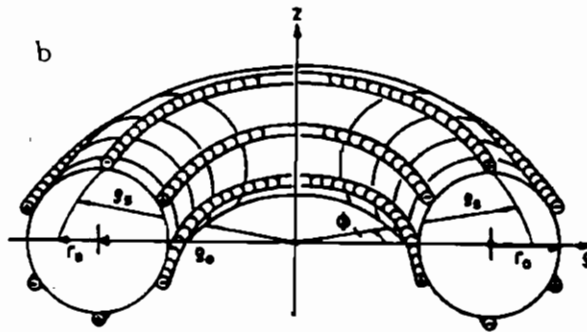
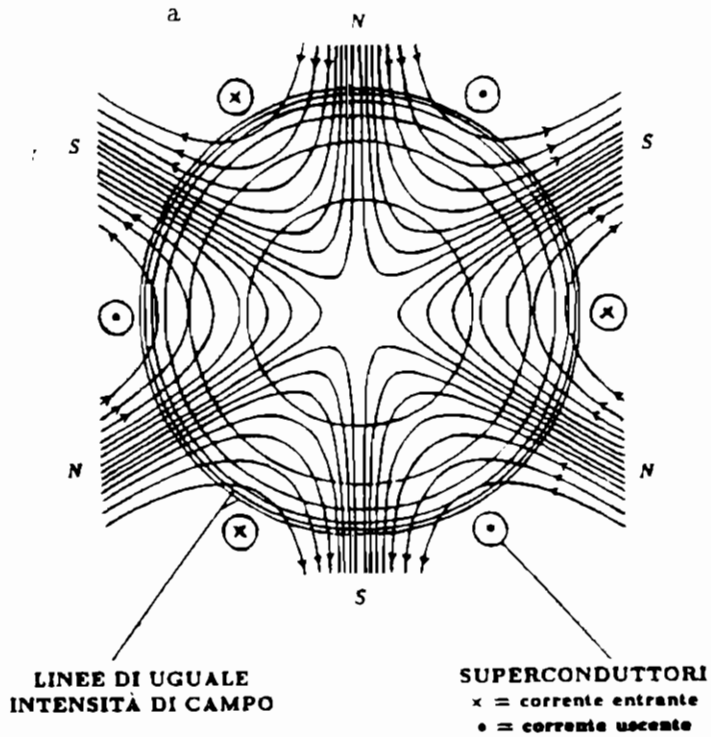


Fig. 17. Configurazione di campo magnetico esapolare a) e di bottiglia magnetica toroidale b) [6].

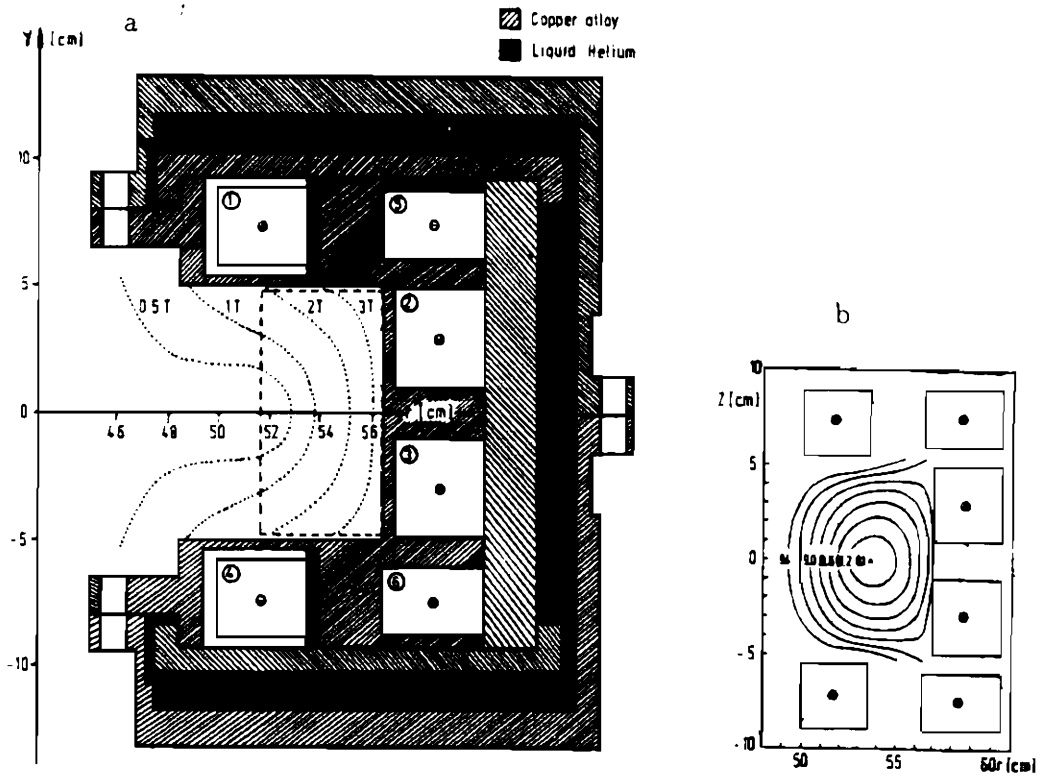


Fig. 18. a) Sezione trasversale del magnete superconduttore NESTOR; le linee tratteggiate delimitano il volume di confinamento racchiuso dalle 6 bobine, quelle punteggiate indicano le linee di egual intensità di campo magnetico. b) Linee equipotenziali per neutroni con velocità $v = 15 \text{ m s}^{-1}$ [13, 27].

1.4 Neutroni polarizzati

I fasci di neutroni freddi possono venire polarizzati pressoché totalmente facendo riflettere i neutroni su opportuni specchi magnetizzati. Infatti in presenza di una induzione magnetica \vec{B} nel mezzo riflettente il neutrone incontra, alla superficie riflettente, un potenziale ottico [2]:

$$U = \frac{2\pi h^2}{m} Nb_{coh} \pm \mu B \quad (31)$$

dove $\vec{\mu}$ è il momento magnetico del neutrone e il segno positivo o negativo corrisponde rispettivamente a stati di spin del neutroni paralleli o antiparalleli al campo \vec{B} . In corrispondenza ai due indici di rifrazione

$$n_{\pm} = \left(1 - \lambda^2 \frac{Nb_{coh}}{\pi} \pm \frac{\lambda^2 m}{2\pi^2 h^2} \mu B \right)^{1/2} \quad (32)$$

si individuano pertanto i due corrispondenti angoli d'incidenza limite:

$$\theta_c^{\pm} = \lambda \cdot \left(\frac{Nb_{coh}}{\pi} \pm \frac{m}{2\pi^2 h^2} \mu B \right)^{1/2}. \quad (33)$$

Appare quindi possibile selezionare in un fascio di neutroni monoenergetico quelli con un angolo di riflessione $\theta_c^- < \theta < \theta_c^+$.

Per una certa classe di materiali sottoposti ad un intenso campo magnetico, ad es. il Co quando l'intensità di B supera il 65% del valore di saturazione, si ha:

$$\frac{Nb_{coh}}{\pi} \leq \frac{m}{2\pi^2 h^2} \mu B. \quad (34)$$

In tale caso lo specchio magnetizzato non riflette i neutroni con spin antiparalleli a \vec{B} dato che, per questi ultimi, il potenziale ottico diventa negativo e l'angolo θ_c^- perde di significato fisico. Il fascio riflesso è quindi polarizzato nella direzione di \vec{B} con un grado P

$$P = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \quad (35)$$

essendo $N_+(N_-)$ il numero di neutroni nel fascio con spin parallelo (antiparallelo) a \vec{B} .

La polarizzazione per riflessione richiede che la superficie dello specchio costituisca un effettivo confine magnetico in modo che l'interazione magnetica agisca sulla riflessione totale.

Gli specchi polarizzatori hanno mostrato una rapidissima evoluzione negli ultimi 10 anni. I primi esemplari erano ingombranti e in grado di polarizzare con $P \sim 0.7$ solo fasci di qualche μm^2 di sezione. I piú recenti "supermirror" invece sono in grado di polarizzare pressoché completamente ($P = 0.98$) fasci di sezione di 10 cm^2 . Molte delle tecniche piú familiari dell'ottica della luce, quali l'interferenza di specchi multistrati e di specchi antiriflettenti, sono state traslate dal range di lunghezza d'onda dei μm della luce a quello degli Å dei neutroni freddi nella realizzazione di questi specchi originariamente proposti da Mezei [14]. I neutroni vengono riflessi da una struttura di strati spessi 100 Å di Co magnetizzato alternati a strati di titanio non magnetizzato dello stesso spessore. Per ottenere la riflessione di Bragg per un piú ampio spettro di λ dei neutroni incidenti e con vari angoli d'incidenza, lo spessore di questi strati varia lungo la direzione di propagazione del fascio. Con questi accorgimenti si sono ottenuti angoli di riflessione totale 3 volte maggiori di quelli realizzati con un singolo strato. Questi multistrati sono evaporati su lastre di vetro spesse 0.2 mm impilate in stack con gap di 1 mm in modo da coprire una grande sezione del fascio. L'intera stack è poi leggermente curvata in modo da evitare traiettorie di "direct view" attraverso il dispositivo e viene normalmente magnetizzata per mezzo di un set di magneti permanenti.

2. Interazioni elettrodeboli del neutrone e tests di Standard Model

Tutti i fenomeni fisici subnucleari finora osservati hanno trovato una corretta descrizione nell'ambito del ben noto "Standard Model" delle interazioni elettrodeboli e forti, modello basato sul gruppo di simmetria $G_{123} = U(1)_Y \times SU(2)_L \times SU(3)_C$. Le correnti della lagrangiana dell'interazione debole, somma di una parte leptonica ed una adronica, sono caratterizzate da una struttura vettore - vettore assiale, $V - A$, che comporta la massima violazione della simmetria di parità e della coniugazione di carica.

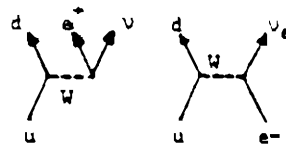
La conoscenza precisa delle costanti dell'interazione debole e quindi del tempo di vita del neutrone è risultata fondamentale non solo nella fisica delle particelle ma anche in cosmologia, essenziale nel calcolo della velocità di formazione dell'idrogeno nel sole e nelle stelle in genere e in particolare della temperatura del sole e del flusso dei neutrini solari. Anche il rapporto tra l'abbondanza dell'elio primordiale e dei protoni presenti dopo il Big-Bang risulta direttamente correlato al numero di neutrini N_ν e al tempo di vita media del neutrone. Il risultato pre-LEP, $N_\nu = 2.6 \pm 0.3$ [15], ottenuto a partire dal valore della vita media del neutrone, in accordo con la più precisa determinazione $N_\nu = 2.89 \pm 0.11$ ottenuta già nel 1990 al LEP studiando il decadimento del bosone vettore Z^0 [16], fornisce un ulteriore forte supporto ai modelli cosmologici del Big-Bang.

Gli esperimenti di decadimento del neutrone hanno assunto una grande importanza per la misura della costante d'interazione assiale. Inoltre la determinazione dei parametri del decadimento del neutrone risulta essenziale per il calcolo di numerosi processi semileptonici, come illustrato in fig. 19.

Solar Cycle:

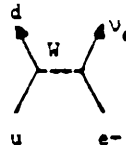
$$pp \rightarrow D e^+ \nu_e$$

$$ppe^- \rightarrow D \nu_e$$



Neutron Star Formation:

$$pe^- \rightarrow n \nu_e$$

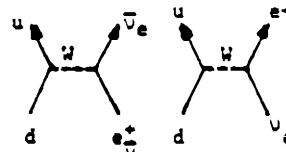


Big Bang:

$$ne^+ \leftrightarrow p \bar{\nu}_e$$

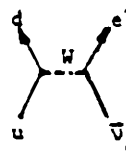
$$n \nu_e \leftrightarrow pe^-$$

$$n \rightarrow pe \nu_e$$



Neutrino Detectors:

$$p \bar{\nu}_e \rightarrow ne^+$$

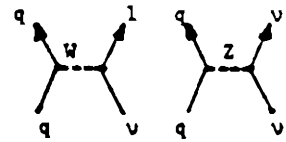


Neutrino Reactions:

(low energy or forward scattering limit)

$$\bar{\nu}_\mu p \rightarrow \mu^+ n$$

$$\nu_\mu n \rightarrow \mu^- \bar{p}$$



W, Z Production in proton colliders:

$$p\bar{p} \rightarrow W + X \rightarrow e^+ \nu_e$$

$$p\bar{p} \rightarrow Z^0 + X \rightarrow \nu\bar{\nu}, l^+ l^- \text{ etc}$$

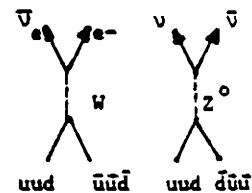


Fig. 19. Processi semileptonici che richiedono la conoscenza dai dati del decadimento beta del neutrone.

2.1 Il decadimento β del neutrone

Un neutrone libero decade per interazione debole in protone elettrone e antineutrino dell'elettrone con un tempo caratteristico di dimezzamento pari a 890 s. La misura è notoriamente difficile soprattutto perché il fenomeno avviene con un piccolo rilascio di energia, $\Delta E \simeq 783$ KeV. In un tipico esperimento "in fascio" una frazione piccolissima dei neutroni che attraversano l'apparato, normalmente $10^{-6} \div 10^{-8}$, decade nel volume del rivelatore.

Il decadimento β del neutrone viene descritto nell'ambito dello Standard Model mediante il Lagrangiano d'interazione:

$$L = -\frac{1}{2} \frac{G_F}{\sqrt{2}} \langle p | J_\lambda^h | n \rangle \bar{e} \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \nu_e \quad (36)$$

in cui G_F è la costante di Fermi, $G_F/(\hbar c)^3 \simeq 1.167 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$. L'ampiezza adronica dipende da un solo parametro libero, $\lambda = g_A/g_V$, rapporto fra le costanti d'accoppiamento della corrente assiale e vettore:

$$\langle p | J_\lambda^h | n \rangle = V_{ud} \bar{p} [\gamma_\lambda (1 + \lambda \gamma_5) + i \frac{\mu_p - \mu_n}{2m_p} \sigma_{\lambda\nu} q_\nu] n \quad (37)$$

in cui $V_{u,d}$ è l'elemento di matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) che genera il mixing dei quarks u e d , μ_p e μ_n indicano i momenti magnetici del protone e del neutrone e m_p è la massa del protone. Il processo è quindi caratterizzato da una probabilità:

$$dW \propto (g_V^2 + 3g_A^2) \cdot F(E_e) \cdot [1 + a \frac{\vec{P}_e \cdot \vec{P}_\nu}{E_e E_\nu} + \langle \vec{\sigma}_n \rangle \cdot (A \frac{\vec{P}_e}{E_e} + B \frac{\vec{P}_\nu}{E_\nu})] \quad (38)$$

in cui \vec{P}_e , E_e e \vec{P}_ν , E_ν indicano rispettivamente l'impulso e l'energia dell'elettrone e dell'antineutrino prodotti, $F(E_e)$ la distribuzione di energia dell'elettrone. Il parametro a costituisce il coefficiente di correlazione tra \vec{P}_e e $\vec{\nu}$, i coefficienti dell'asimmetria beta A e B correlano rispettivamente \vec{P}_e e $\vec{\nu}$ alla polarizzazione media del neutrone $\langle \vec{\sigma}_n \rangle$. Correzioni radiative ed effetti di magnetismo debole apportano variazioni dell'ordine del 1% ai parametri [17].

Nella descrizione della teoria $V - A$ delle interazioni deboli i coefficienti a , A , B vengono espressi in termini del rapporto delle costanti di accoppiamento assiale e vettoriale $\lambda = g_A/g_V$:

$$a = \frac{1 - \lambda^2}{1 + 3\lambda^2}, \quad A = -\frac{2\lambda(\lambda + 1)}{1 + 3\lambda^2}, \quad B = \frac{2\lambda(\lambda - 1)}{1 + 3\lambda^2}. \quad (39)$$

In pura teoria $V - A$, $\lambda = -1$ e quindi i due parametri a e A si annullano. Pertanto, in prima approssimazione, la misura di queste due quantità fornisce il valore di off-set di λ da -1 generato dalla rinormalizzazione della costante assiale. La vita media del neutrone dipende da g_V e g_A secondo la relazione:

$$\tau^{-1} = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} f^R (g_V^2 + 3g_A^2) \quad (40)$$

in cui m_e è la massa dell'elettrone e f^R il fattore spazio delle fasi, $f^R = 1.71465 \pm 0.00015$ [17].

Numerosi esperimenti sono stati effettuati con i neutroni freddi per determinare i parametri a , A , B mediante misure di correlazione angolare e la vita media del neutrone τ .

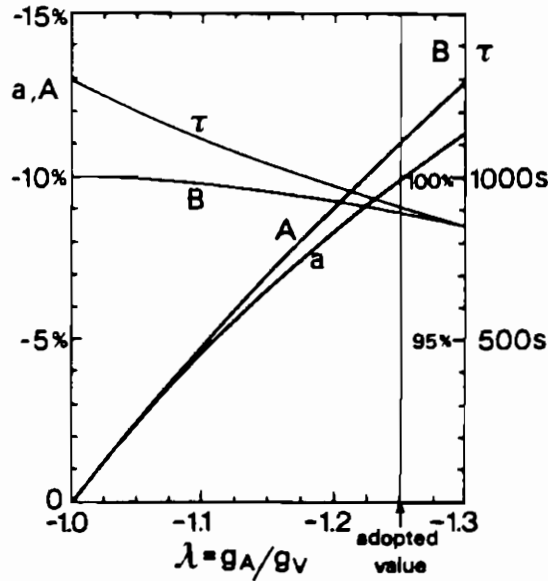


Fig. 20. Dipendenza dei coefficienti di correlazione angolare a , A , B e del tempo di vita τ da λ .

2.2 Misure di correlazione angolare

Dall'eq. (38) si ricava che l'angolo di emissione del neutrino rispetto a quella dell'elettrone prodotti nel β -decay è correlata alla velocità v dell'elettrone tramite il parametro a :

$$dW \propto 1 + \frac{v}{c} a \cos\theta. \quad (41)$$

L'esperimento che ha raggiunto la maggior sensibilità è stato effettuato da Stratowa nel 1978 al reattore ASTRA (7MW di potenza) del centro di ricerca di Seibersdorf misurando l'energia del protone senza richiedere la coincidenza col segnale dell'elettrone associato [18]. Il canale di decadimento era ricavato in un beam tube posto al centro del reattore (fig. 21). I protoni emergenti, selezionati e accelerati mediante un campo elettrico, incidevano su di una lamina di alluminio che agiva come convertitore $p - e$. L'energia del protone veniva determinata mediante due contatori a scintillazione che registravano, in coincidenza, gli elettroni secondari emessi da entrambi i lati della lamina di Al (fig. 22). Le misure hanno fornito il valore $a = -0.1017 \pm 0.0051$ che, tenuto conto delle correzioni radiative e degli effetti di rinculo del protone, hanno condotto al risultato: $\lambda = -1.259 \pm 0.017$ (fig. 23).

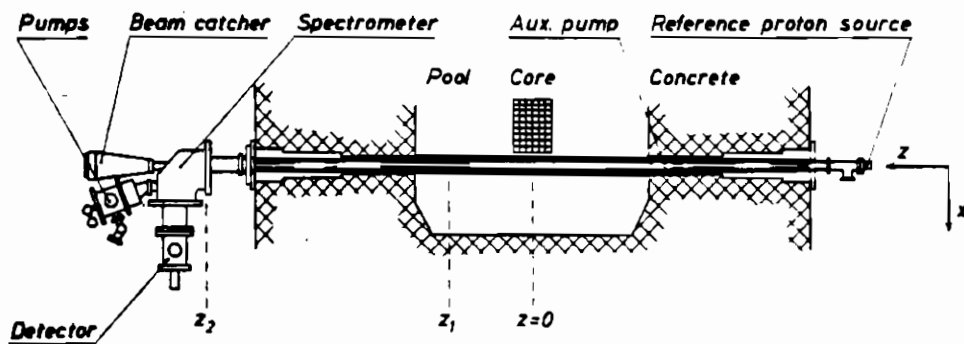


Fig. 21. L'apparato sperimentale impiegato per la misura del coefficiente di correlazione angolare a [18].

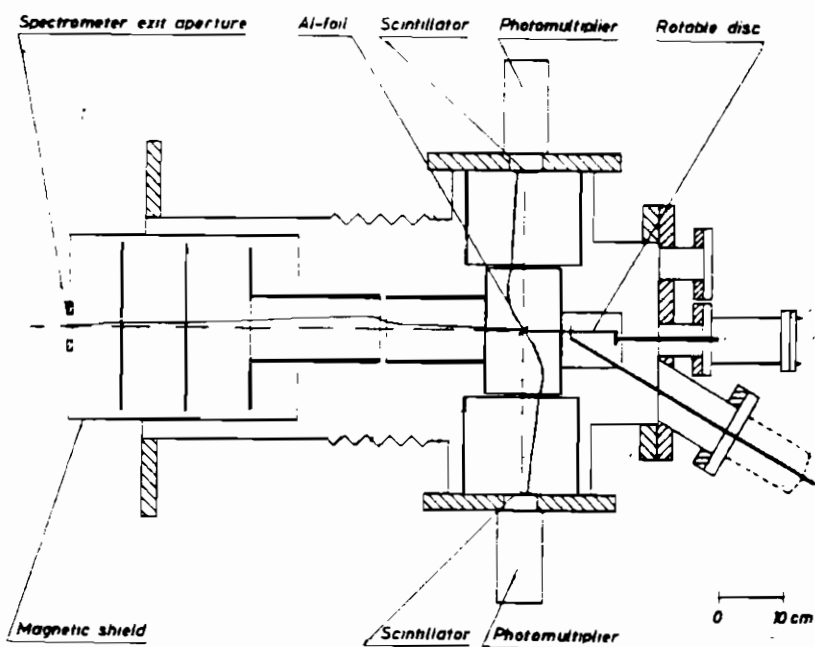


Fig. 22. Schema dello spettrometro [18].

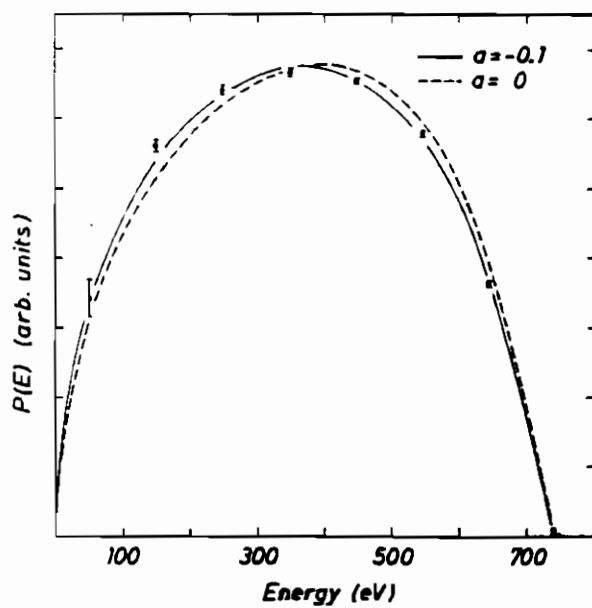


Fig. 23. Spettro di energia di p misurato nel decadimento β del neutrone paragonato al calcolo teorico per $a = -0.1$ e $a = 0$ [18].

La determinazione del coefficiente A richiede la rivelazione della polarizzazione degli elettroni emessi nel decadimento di neutroni polarizzati:

$$dW \propto 1 + \frac{v}{c} \langle \sigma_n \rangle A \cos\theta. \quad (42)$$

Pertanto nell'esperimento il valore di A veniva determinato a partire dalle misure delle frequenze di conteggio N^+ e N^- degli e^- di entrambe le polarizzazioni:

$$A_{exp} = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} = \frac{v}{c} \langle \sigma_n \rangle \langle \cos\theta \rangle A. \quad (43)$$

La soppressione degli eventi di fondo richiedeva l'utilizzo di piccoli volumi fiduciali di decadimento, ridotte accettanze angolari per il rivelatore di e^- e inoltre la coincidenza $e - p$ per l'acquisizione dell'evento, limitando così la sensibilità dell'esperimento. Queste difficoltà vennero superate con lo spettrometro superconduttore PERKEO (fig. 24), caratterizzato da un'alta accettazione angolare $\Delta\omega \sim 4\pi$ per gli e^- in grado di acquisire eventi di decadimento senza la richiesta di coincidenza elettrone protone nel segnale di trigger [19]. Il fascio era costituito da neutroni freddi pulsati e polarizzati pressoché totalmente ($P \sim 97\%$). L'esperimento ha determinato per l'assimetria A il valore $A = -0.1146 \pm 0.0019$.

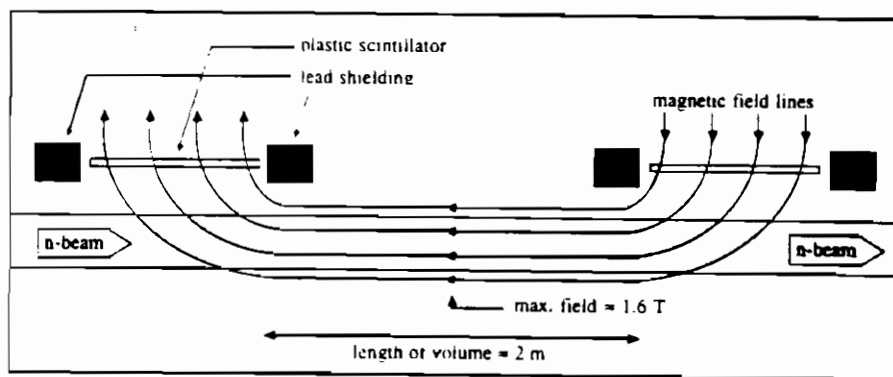


Fig. 24. Diagramma schematico della configurazione del campo magnetico e del rivelatore in PERKEO [19].

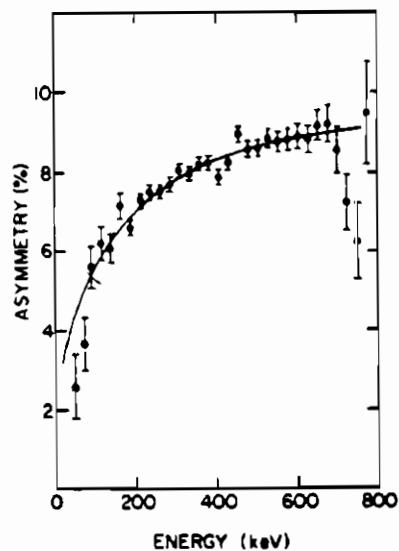


Fig. 25. Misura dell'asimmetria β in funzione dell'energia effettuata con PERKEO (punti) confrontata con la previsione teorica corretta per la risposta del rivelatore, effetti di magnetismo debole e correzioni radiative (curva continua) [19].

In modo del tutto analogo è stata determinata l'asimmetria B a partire dai prodotti di decadimento di neutroni lenti polarizzati. Tuttavia tale misura non ha permesso di estrarre informazioni precise sul rapporto g_A/g_V a causa della debole dipendenza di B da λ (fig. 20).

In tab. II sono elencati i risultati dei principali esperimenti di misura dei parametri di correlazione del decadimento β del neutrone e i corrispondenti valori calcolati di λ . L'analisi comprensiva di tutte le misure effettuate ha permesso di fissare per λ il valore:

$$\lambda = -1.261 \pm 0.004. \quad (44)$$

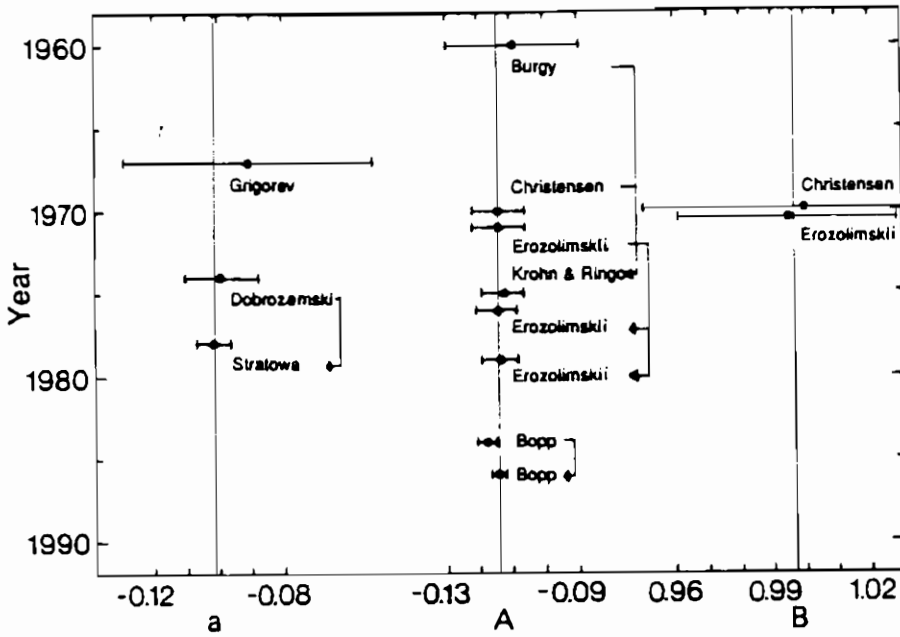


Fig. 26. Risultati sperimentali delle misure dei parametri a , A , B .

Laboratorio	Argonne	Kurchatov	ILL Grenoble	Vienna
metodo	[20](*) coincidenza	[21](*) coincidenza	[19] spettro	[18] spettro
polarizzazione	$e - p$	$e - p$	e	p
n rate (s^{-1})	$(79.0 \pm 1.5)\%$	$(77 \pm 2)\%$	$(97.4 \pm 0.5)\%$	
A	0.1	0.1	160	80
a	-0.1116 ± 80	-0.1126 ± 50	-0.1146 ± 19	-0.1017 ± 51
λ	-1.249 ± 22	-1.257 ± 13	-1.262 ± 5	1.259 ± 17

Tab. II. Risultati degli esperimenti piú sensibili alla misura di λ effettuati con i neutroni (*: corretti successivamente).

2.3 Misura della vita media del neutrone

Per la misura del tempo di vita τ del neutrone sono state messe a punto due tecniche sperimentali complementari rivolte all'utilizzo dei neutroni freddi e ultrafreddi:

a) "in fascio": richiede il conteggio dei prodotti di decadimento dei neutroni di un fascio di neutroni lenti;

b) "in bottiglia": si basa sul conteggio dei neutroni UCN sopravvissuti dopo un intervallo di tempo Δt in una bottiglia di confinamento.

Misura "in fascio"

L'esperimento rivela i protoni e gli elettroni che provengono dal decadimento dei neutroni in un selezionato volume fiduciale V ricavato entro il beam-tube che trasporta il fascio di neutroni. La frequenza di questi eventi di decadimento C_d dipende da τ e da N , numero medio di neutroni presenti nel volume V , determinato a partire dal flusso di cattura Φ_c :

$$C_d = -\frac{dN}{dt} = \frac{N}{\tau} \quad (45)$$

$$N = \rho_n V = \frac{\Phi_c V}{v_0}, \quad v_0 = 2200 \text{ m/s.} \quad (46)$$

Nell'esperimento effettuato all'ILL [22] i protoni emessi nel processo venivano catturati mediante una trappola elettromagnetica di Penning, coassiale al fascio continuo di neutroni, e inviati, dopo un certo intervallo di tempo in modo da ridurre il noise associato al fascio, ad un rivelatore a stato solido (fig. 27, 28). La lunghezza variabile della trappola, composta da segmenti distinti ciascuno a potenziale indipendente, permetteva una determinazione accurata del volume fiduciale di decadimento. In questo modo la vita media del neutrone è stata misurata in $\tau = 893.6 \pm 5.3$ s. Simili esperimenti sono stati effettuati al Kurchatov Institute [23].

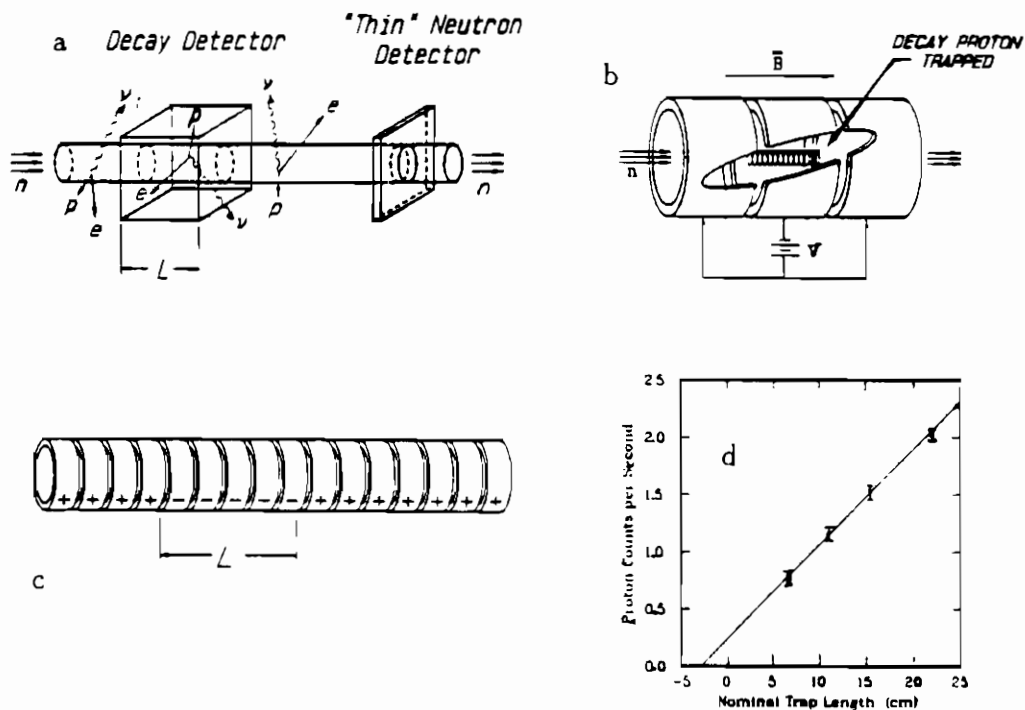


Fig. 27. Schema dell'apparato sperimentale (a) e della trappola elettromagnetica (b, c) impiegati per la misura di τ all'ILL [22]. La frequenza dei p veniva rilevata per varie lunghezze della trappola (d).

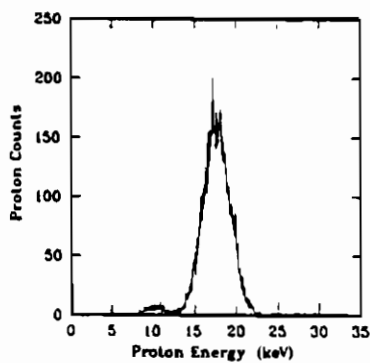


Fig. 28. Tipico spettro misurato dei protoni di decadimento: il rapporto segnale-fondo risultava pari a ~ 500 [22].

L'impiego di un fascio di neutroni pulsato permette di effettuare la selezione on-line degli eventi di fondo in quanto il rivelatore registra i prodotti di decadimento soltanto nell'intervallo di tempo in cui il bunch di neutroni è completamente contenuto entro il volume fiduciale dello strumento. Un ulteriore vantaggio è offerto dalla possibilità di misurare direttamente il fondo nelle stesse condizioni di misura escludendo il fascio dall'apparato con un chopper. Questo metodo ("storage in flight") è stato impiegato nella misura effettuata con lo spettrometro PERKEO (fig. 29), $\tau = 876 \pm 21$ s. su una lunghezza di decadimento $L = 2$ m [19, 24].

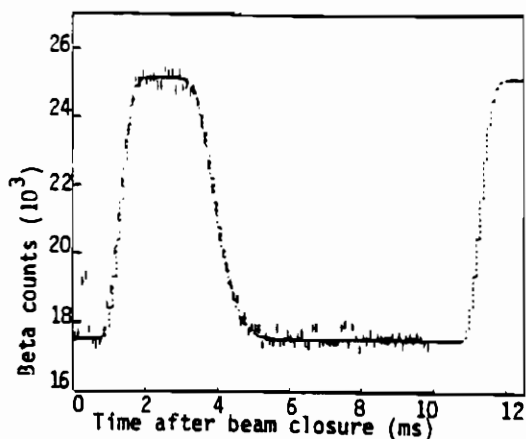


Fig. 29. Frequenza degli e^- misurati in PERKEO con un fascio pulsato in funzione del tempo trascorso dalla chiusura dell'otturatore del fascio. La curva tratteggiata corrisponde alla stima del numero di neutroni confinati nel volume fiduciale dello strumento [24].

Misura "in bottiglia"

Entrambe le tecniche di confinamento degli UCN, con pareti materiali e con campi magnetici, hanno permesso di effettuare misure eccellenti della vita media del neutrone raggiungendo sensibilità sperimentali elevate.

La bottiglia di confinamento viene inizialmente caricata con un numero fissato di neutroni di bassissima energia, $N(0)$; dopo un intervallo di tempo Δt si contano i neutroni sopravvissuti:

$$N(\Delta t) = N(0) \cdot \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_{eff}}\right). \quad (47)$$

Il tempo effettivo τ_{eff} dipende oltre che dalla vita media del neutrone τ , dalla rapidità con cui i neutroni vengono persi nei rimbalzi sulle pareti della bottiglia:

$$\frac{1}{\tau_{eff}} = \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{loss}}. \quad (48)$$

Pertanto il ciclo riempimento - misura viene ripetuto piú volte con l'avvertenza di variare l'intervallo di tempo Δt in modo da poter estrarre il valore $1/\tau_{loss}$ dal fit dei valori $1/\tau_{eff}$ in funzione di Δt .

Un esperimento è stato condotto al Kurchatov di Mosca con una camera con pareti di alluminio ricoperte da acqua pesante raffreddata a 80 K (fig. 30) [25]. La velocità delle perdite dei neutroni è risultata proporzionale all'area della superficie della camera che poteva venire variata inserendo diversi piatti ricoperti di D_2O ghiacciato. In tal modo si è determinato il valore τ_{loss} e quindi $\tau = (900 \pm 11)$ s.

Una interessante variante della bottiglia a confinamento per riflessione è stata studiata e costruita da W. Mampe all'ILL [26]. Il dispositivo prevedeva una parete mobile in modo da permettere ai neutroni cammini liberi medi ℓ di differente lunghezza (fig. 31); l'extrapolazione del tempo di vita a volumi infiniti per $1/\ell \rightarrow 0$ forniva il valore corretto di $1/\tau$. Le pareti interne della camera erano formate da lastre di vetro particolarmente pulite e lisce su cui era stato depositato un sottile oil film di $F_3CCF_2OCF_2CF_5$, sostanza totalmente priva di idrogeno che possiede eccellenti proprietà di riflessione dei neutroni UCN. Le perdite di neutroni risultavano in questo modo molto contenute ($\tau_{loss} \sim 1$ h) permettendo di effettuare una misura precisa della vita media del neutrone: $\tau = (887.6 \pm 3)$ s.

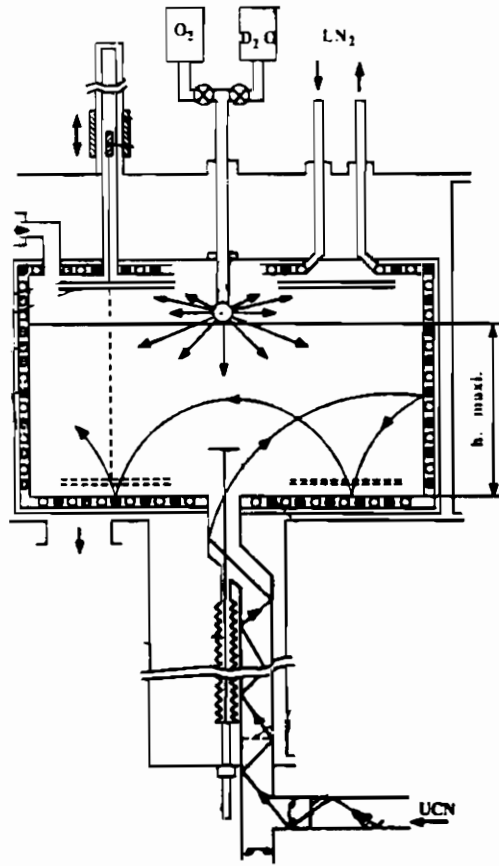


Fig. 30. Schema della bottiglia di confinamento per UCN con pareti di alluminio ricoperte da acqua pesante ghiacciata. I piatti mobili 1, 2 permettono di variare il volume della bottiglia [25].

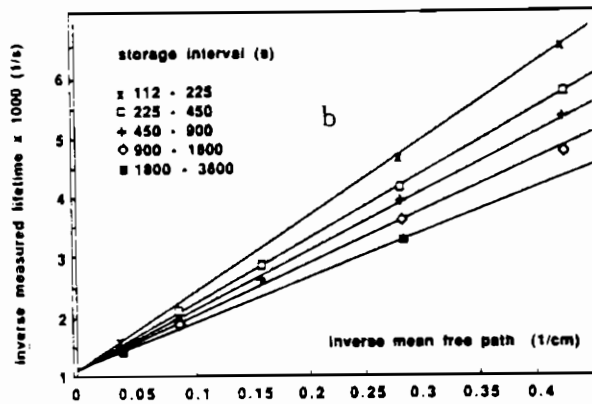
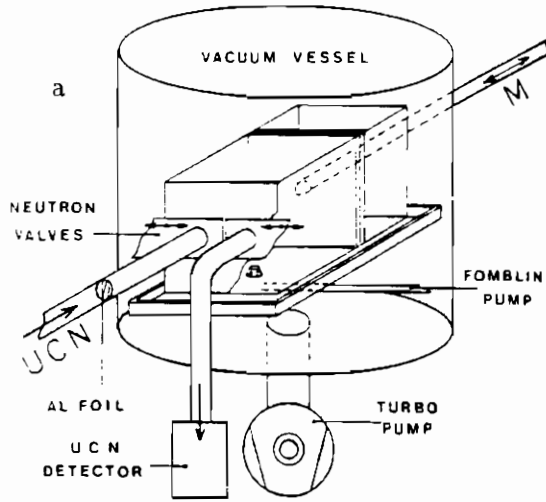


Fig. 31. Schema della bottiglia di Mampe (a); plot del reciproco del tempo di vita del neutrone in funzione del corrispondente cammino libero medio reciproco per differenti intervalli di immagazzinamento (b) [26].

L'esperimento di confinamento magnetico con neutroni di energia intermedia fra gli UCN e i neutroni freddi condotto da Paul all'ILL con NESTOR (cfr. par. 1.3) ha misurato per τ il valore (876.7 ± 9.9) s (fig. 32) [27]. La maggior parte dei neutroni si collocava su orbite stabili entro il toro e di fatto le perdite sulle pareti, dovute a orbite instabili, erano caratterizzate da una piccola costante di tempo.

Combinando i diversi risultati dei piú recenti esperimenti (tab. III) si perviene per la vita media del neutrone al valore finale:

$$\tau = (889.6 \pm 2.3)s. \quad (49)$$

È interessante notare come le precisioni piú elevate sui parametri a , A , τ siano state raggiunte mediante esperimenti che seguivano gli approcci piú semplici alla misura.

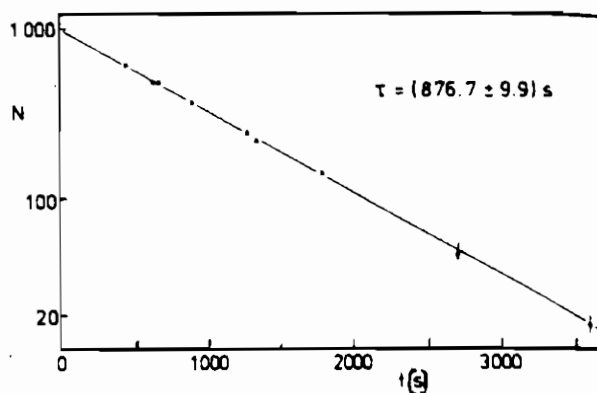


Fig. 32. L'esponenziale del decadimento β dei neutroni misurato all'ILL con l'anello di accumulazione NESTOR [27].

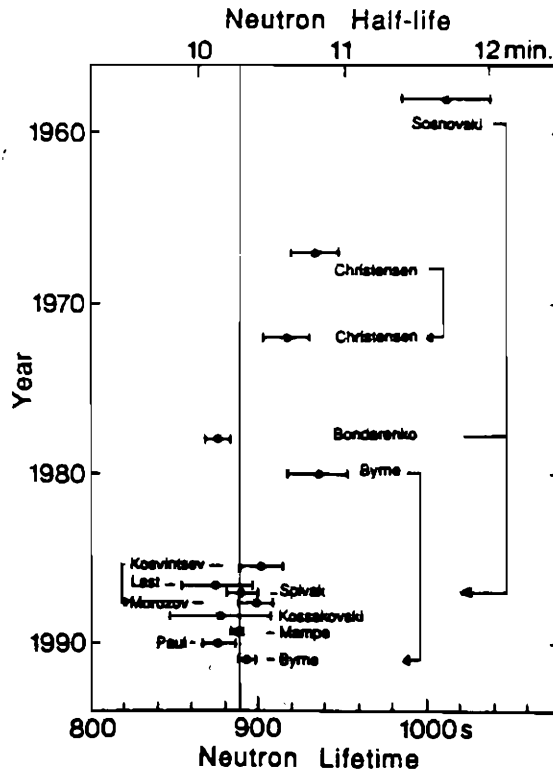


Fig. 33. Risultati delle misure del tempo di vita del neutrone.

Collaborazione	metodo	τ (s)
Sussex-NIST-ILL-Geel-Glasgow [22]	fascio continuo	893.6 ± 5.3
Kurchatov [23]	fascio continuo	891 ± 9
Heidelberg-ILL-Argonne [24]	fascio pulsato	876 ± 21
Kurchatov [25]	UCN in bottiglia	900 ± 11
ILL-Risley-Sussex-Rhode Island [26]	UCN in bottiglia	887.6 ± 3
Bonn-Wuppertal-Heidelberg-ILL [27]	UCN in bottiglia magnetica	876.7 ± 9.9

Tab. III. Le piú recenti e precise misure del tempo di vita del neutrone.

2.4 Verifiche di Standard Model

Le misure dei parametri a , A , B , λ , τ del decadimento β del neutrone hanno permesso di effettuare numerosi tests di S.M. determinando le costanti g_A e g_V a partire dalle sole informazioni ottenute dal decadimento del neutrone. Nel piano (g_V, g_A) la retta corrispondente alla misura di λ interseca l'ellisse individuata dalle misure di τ permettendo così di determinare i valori delle costanti di accoppiamento deboli del neutrone (fig. 34) [30]:

$$\lambda = \frac{g_A}{g_V} = -1.261 \pm 0.004$$

$$g_V^n = (1.4197 \pm 0.0041) \times 10^{-62} \text{ Jm}^3 \quad (50)$$

$$g_A^n = (-1.7910 \pm 0.0025) \times 10^{-62} \text{ Jm}^3.$$

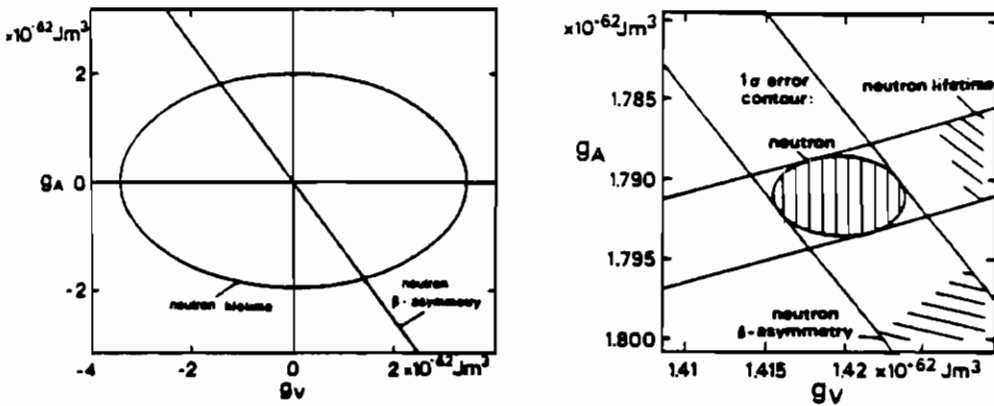


Fig. 34. Le costanti deboli g_A e g_V ottenute dalle misure dell'assimetria β e della vita media τ del neutrone [30].

I tests condotti con i neutroni freddi hanno permesso di indagare sulla struttura stessa dello S.M., verificando:

- i) l'assenza nella lagrangiana elettrodebole di termini associati a correnti deboli right che, oltre a confermare la struttura dello S.M., ha permesso di fissare importanti limiti sui parametri dei successivi modelli left-right simmetrici (cfr. par. 3.4);
- ii) la misura della fase $\phi = 180^0$ prevista fra le correnti vettoriale e assiale, $g_A/g_V = |\lambda| \cdot \exp(i\phi)$, che ha permesso di escludere la presenza di termini che violano la simmetria di riflessione temporale T fino a 10^{-3} (cfr. par. 3.3);
- iii) l'universalità delle interazioni deboli: la costante g_V misurata nelle transizioni nucleari super permesse di Fermi pure [28]

$$g_V^{nucl} = (1.4149 \pm 0.0008) \times 10^{-62} \text{ Jm}^3, \quad (51)$$

coincide con il corrispondente valore rilevato nel decadimento dei neutroni liberi (50), risultato che conferma la conservazione della corrente vettore (CVC) al livello di 3×10^{-3} (fig. 35).

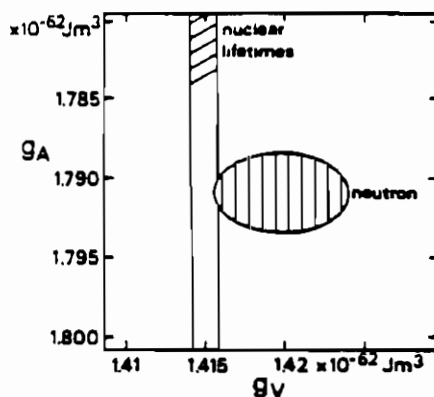


Fig. 35. Test della conservazione della corrente debole vettoriale (CVC) [30].

La costante di Fermi G_F che si misura nel decadimento del μ è legata a g_V attraverso la matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa V che descrive la rotazione degli autostati delle interazioni deboli dei quarks relativamente ai loro autostati di massa. Nell'ipotesi di unitarietà della matrice V

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1 \quad (52)$$

g_V può venire espressa come

$$g_V = \sqrt{1 - |V_{us}|^2 - |V_{ub}|^2} \cdot G_F \quad (53)$$

Si può quindi determinare il valore di g_V in modo indipendente considerando soltanto i decadimenti dei quarks delle più alte generazioni:

$$g_V^{h.g.} = (1.4172 \pm 0.0014) \times 10^{-62} \text{ Jm}^3 \quad (54)$$

pervenendo così ad un'ulteriore verifica dell'universalità delle interazioni deboli e dell'unitarietà della matrice di mixing di CKM (fig. 36).

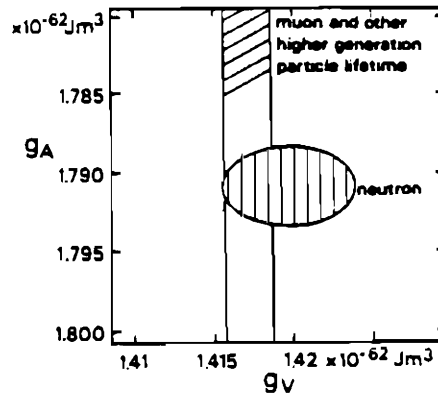


Fig. 36. Test dell'universalità delle interazioni deboli e dell'unitarietà della matrice di CKM [30].

Un interessante termine di paragone del neutrone è costituito dall'iperone Λ^0 che decadendo $\Lambda^0 \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ ne rappresenta quindi il partner "strano". Differenze significative rilevate nei decadimenti delle due particelle furono inizialmente attribuite a possibili effetti di rottura della simmetria $SU(3)$ di flavor. Gli ultimi piú recenti esperimenti indicano tuttavia per λ il valore $\lambda = -1.21 \pm 0.04$ [29] in discreto accordo con il corrispondente valore ottenuto dagli esperimenti con i neutroni (44) limitando l'eventuale rottura di $SU(3)$ al 3% (fig. 37).

Valutando globalmente tutte le informazioni scaturite dalla sperimentazione con e senza neutroni (fig. 37) si perviene per la costante vettoriale e assiale alla determinazione:

$$g_V = (1.4158 \pm 0.0008) \times 10^{-62} \text{ Jm}^3 \quad (55)$$

$$g_A = (-1.7900 \pm 0.0029) \times 10^{-62} \text{ Jm}^3.$$

che fissa per la λ di S.M. il valore:

$$\lambda = -1.264 \pm 0.002. \quad (56)$$

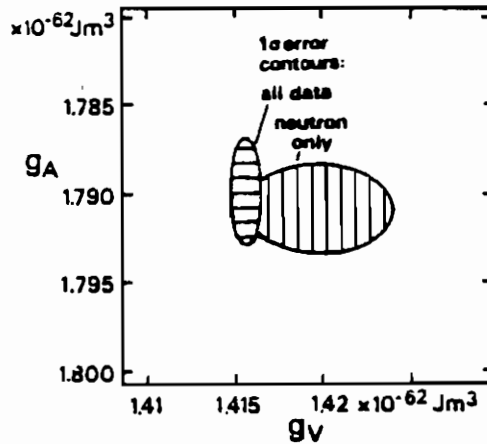


Fig. 37. Valutazione complessiva delle costanti g_V e g_A [30].

3. Oltre lo Standard Model

I neutroni freddi e ultrafreddi sono stati largamente impiegati nella ricerca di fenomeni nuovi in grado di segnalare la presenza di nuova Fisica a scale di energia ben oltre la massa dei bosoni vettoriali dello Standard Model. Ai reattori nucleari sono stati condotti esperimenti di ricerca delle oscillazioni neutrone-antineutrone, previste da vari modelli di unificazione delle interazioni fondamentali e del momento di dipolo elettrico del neutrone, intimamente legato alla violazione della simmetria T . Ancora, sono state effettuate varie misure sul decadimento β dei neutroni per ricercare violazioni della simmetria T e indagare sulla presenza di componenti *right* nelle correnti elettrodeboli, cioè di nuove interazioni invarianti per parità. Sono stati condotti inoltre esperimenti di misura della carica elettrica del neutrone e di ricerca dell'assione, quale possibile soluzione al problema della violazione di CP della QCD.

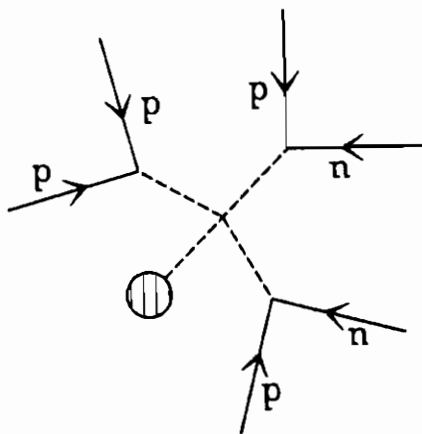


Fig. 38. Grafico associato al processo di oscillazione $n - \bar{n}$.

3.1 Ricerca dell'oscillazione neutrone-antineutrone

Il tentativo di unificare le interazioni fondamentali della natura ha portato a formulare teorie *G.U.T.* in cui leptoni e quarks sono interpretabili come diverse manifestazioni di un'unica entità (supermultipletto di una stessa rappresentazione irriducibile) e a introdurre quindi interazioni che non conservano il numero barionico B e leptonico L . In questo contesto emergono processi con $\Delta B = 2$, $\Delta L = 0$ che mescolano gli stati di neutrone n e antineutrone \bar{n} e danno luogo alle transizioni $n\bar{n}$ [31]. Questi fenomeni trovano una naturale collocazione nei modelli left-right simmetrici (cfr. par. 3.4): il quadro teorico, tuttavia, non fornisce previsioni quantitative precise. La rivelazione delle oscillazioni $n\bar{n}$ costituirebbe la prima osservazione di processi che violano il numero barionico e il segnale della presenza di una nuova fisica oltre lo Standard Modell.

A seguito di una interazione $\Delta B = 2$, $\Delta L = 0$ uno stato inizialmente puro n può sviluppare una componente \bar{n} con probabilità [32]:

$$P_{\bar{n}}(t) = \frac{\delta m^2}{\delta m^2 + \Delta E^2} \sin^2(\sqrt{\delta m^2 + \Delta E^2} \cdot t) \quad (57)$$

in cui $\delta m = \tau_{n\bar{n}}^{-1}$ all'ordine piú basso della teoria perturbativa, è l'energia della transizione $n\bar{n}$, $2\Delta E = |V_n - V_{\bar{n}}|$ è la differenza di energia tra gli stati di n e \bar{n} dovuta alla presenza di perturbazioni esterne e t il tempo di evoluzione del sistema.

In natura i neutroni sono confinati entro i nuclei atomici, dove il potenziale nucleare genera una differenza di energia tra n e \bar{n} , $\Delta E \sim 10^2$ MeV. In alternativa i neutroni "liberi" che si possono estrarre dai reattori nucleari sotto forma di fascio, sperimentano l'azione del campo magnetico terrestre B_t e quindi $\Delta E \sim 3 \cdot 10^{-18}$ MeV a causa del diverso accoppiamento fra il momento di dipolo di n e di \bar{n} con B_t . Considerando tempi di oscillazione $\tau_{n\bar{n}} \sim 10^8$ s, $\delta m \sim 10^{-29}$ MeV e quindi si riconosce che in entrambe le circostanze le sollecitazioni esterne tendono a sopprimere l'oscillazione $n\bar{n}$ azzerandone l'ampiezza. Se le perturbazione esterne vengono ridotte fino a soddisfare la "condizione di quasi libertà" (c.q.l.) [32]

$$\Delta E \cdot t \ll 1, \quad (58)$$

l'ampiezza dell'oscillazione tende all'unità come nel caso dei neutroni liberi:

$$P_{\bar{n}}(t) = \left(\frac{t}{\tau_{n\bar{n}}} \right)^2 \quad (t \ll \tau_{n\bar{n}}). \quad (59)$$

Un esperimento di misura diretta dell'oscillazione $n\bar{n}$ richiede un intenso fascio di neutroni lenti propagati per lunghe distanze L in canali opportunamente schermati dal campo magnetico terrestre (cfr. c.q.l.) e mantenuti ad alto vuoto in modo da ridurre drasticamente le interazioni fascio-materia. Al termine della regione di drift i possibili antineutroni generati nel fascio vengono fatti annichilare su di un bersaglio sottile. Un rivelatore registrerà quindi l'evento di annichilazione caratterizzato da circa 2 GeV di energia con momento totale pressoché nullo suddivisi in media fra 5π , Il tempo caratteristico dell'oscillazione sarà quindi (cfr. eq. (59)):

$$\tau_{n\bar{n}} = \sqrt{\frac{IT\epsilon}{\bar{N}}} t \quad (60)$$

dove I (s^{-1}) indica l'intensità del fascio di neutroni, T (s) il tempo di presa dati, ϵ l'efficienza di rivelazione di \bar{n} , t (s) è il tempo di propagazione in c.q.l. nel canale di drift ed infine \bar{N} è il numero degli eventi di oscillazione registrati.

In questo tipo di esperimento la fenomenologia dell'oscillazione $n\bar{n}$ permette la misura diretta degli eventuali eventi di fondo ripristinando il campo magnetico terrestre nella regione di drift con la soppressione del segnale di $n\bar{n}$.

Vari esperimenti di misura diretta sono stati condotti ai reattori nucleari (tab. IV). Nessun evento di segnale è stato rivelato ed è stato stabilito il limite $\tau_{n\bar{n}} > 0.9 \times 10^8$ s al 90% C.L.. Nel seguito è illustrato l'esperimento $N\bar{N}2$ che ha raggiunto la sensibilità più elevata [35]. Il set-up sperimentale è illustrato in fig. 39. Nella intera regione di drift, un volume di circa 100 m^3 la pressione veniva mantenuta a valori inferiori a 10^{-2} Pa per mezzo di due pompe turbomolecolari mentre l'intensità del campo magnetico era ridotta a valori inferiori a 10 nT grazie ad uno schermo passivo di μ -metal e ad un attivo costituito da un sistema di solenoidi. Una guida a pareti divergenti ($\delta = 3$ mrad) parallelizzava le traiettorie dei neutroni (figg. 40, 41) permettendo così di contenere il fascio in un bersaglio di grafite di 110 cm di diametro (fig. 42) e di realizzare un tempo di propagazione dei neutroni in c.q.l. pari a $t = 0.109$ s [36]. L'apparato di rivelazione, inteso alla ricostruzione del vertice delle tracce dell'evento e dell'energia depositata, era costituito da un rivelatore di vertice

e un calorimetro traccianti formati da contatori a streamer limitata (fig. 43). Due gusci concentrici di contatori a scintillazione erano impiegati nel trigger e permettevano la misura del tempo di volo delle particelle cariche discriminando così il verso entrante/uscente delle tracce registrate. Tutto il rivelatore era protetto dalla radiazione cosmica da un sistema di veto formato da contatori a scintillazione per la componente carica e da uno strato di 10 cm di piombo per fermare la componente neutra.

Limiti sperimentali su $\tau_{n\bar{n}}$ compresi fra 0.5 e 1.1×10^8 s sono stati anche derivati dalle misure del tempo di vita della stabilità nucleare della materia; tuttavia tali determinazioni soffrono delle incertezze dovute alle assunzioni del modello nucleare impiegato [37]. Inoltre, è improbabile che il valore di δm ottenuto da misure sui neutroni legati nei nuclei atomici non sia soggetto alla presenza delle forze forti e pertanto la sola misura di $\tau_{n\bar{n}}$ indipendente dai modelli risulta quella diretta con neutroni liberi [38].

Esperimento Collaborazione	$N\bar{N}$ [33] CERN-ILL-Padova Ruth.-Sussex	NADIR [34] Pavia-Roma	$N\bar{N}2$ [35] Heidelberg-ILL Padova-Pavia
potenza del reattore	57 MW	0.25 MW	58 MW
neutroni	freddi	termici	freddi
I (s^{-1})	$1.5 \cdot 10^9$	$3.2 \cdot 10^{10}$	$1.3 \cdot 10^{11}$
L (m)	2.7	18.5	68
B (nT)	< 100	< 800	< 10
t (s)	0.026	0.008	0.109
ϵ (%)	30	8	52
$\tau_{n\bar{n}}$ (s)	$> 1.3 \cdot 10^6$	$> 0.5 \cdot 10^6$	$> 0.9 \cdot 10^8$

Tab. IV. Principali parametri degli esperimenti di ricerca diretta dell'oscillazione $n\bar{n}$ e limiti raggiunti al 90% C.L. su $\tau_{n\bar{n}}$.

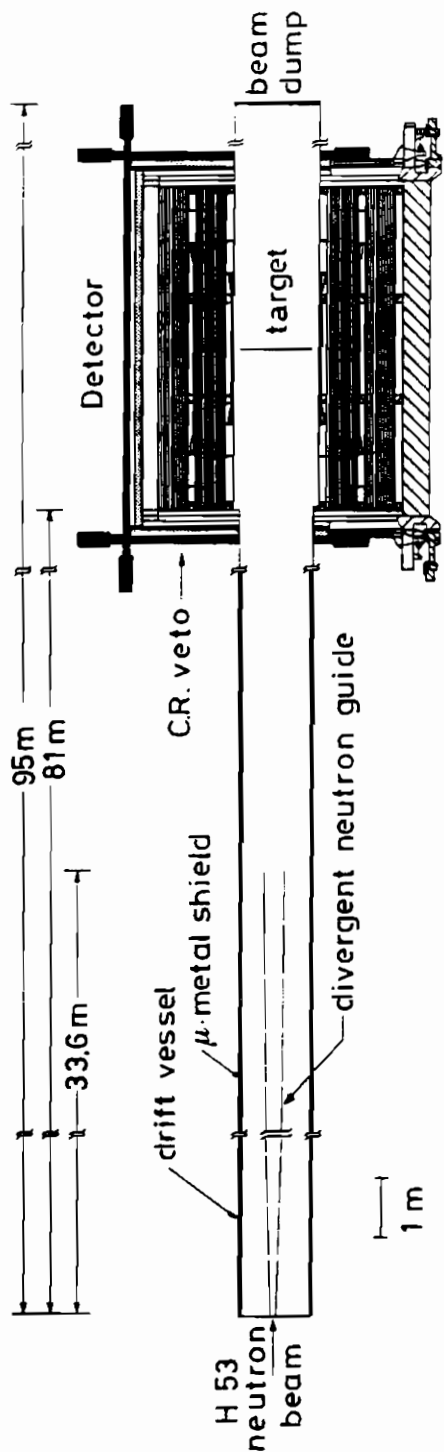


Fig. 39. L'apparato sperimentale $N\bar{N}2$ per la ricerca delle oscillazioni $n\bar{n}$ [35].

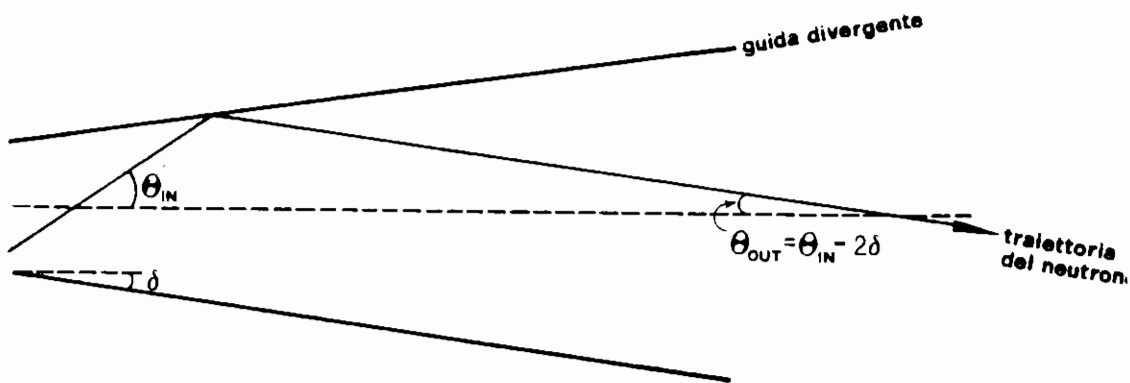


Fig. 40. L'azione della guida divergente: la divergenza θ del neutrone viene ridotta di 2δ ad ogni riflessione.

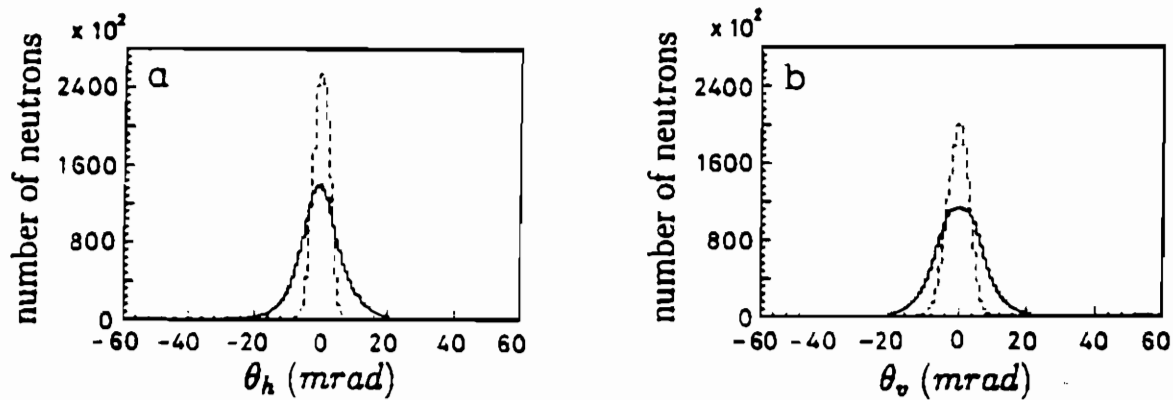


Fig. 41. Distribuzione angolare orizzontale (a) e verticale (b) del fascio di neutroni all'ingresso (—) e all'uscita (- - -) della guida divergente [36].

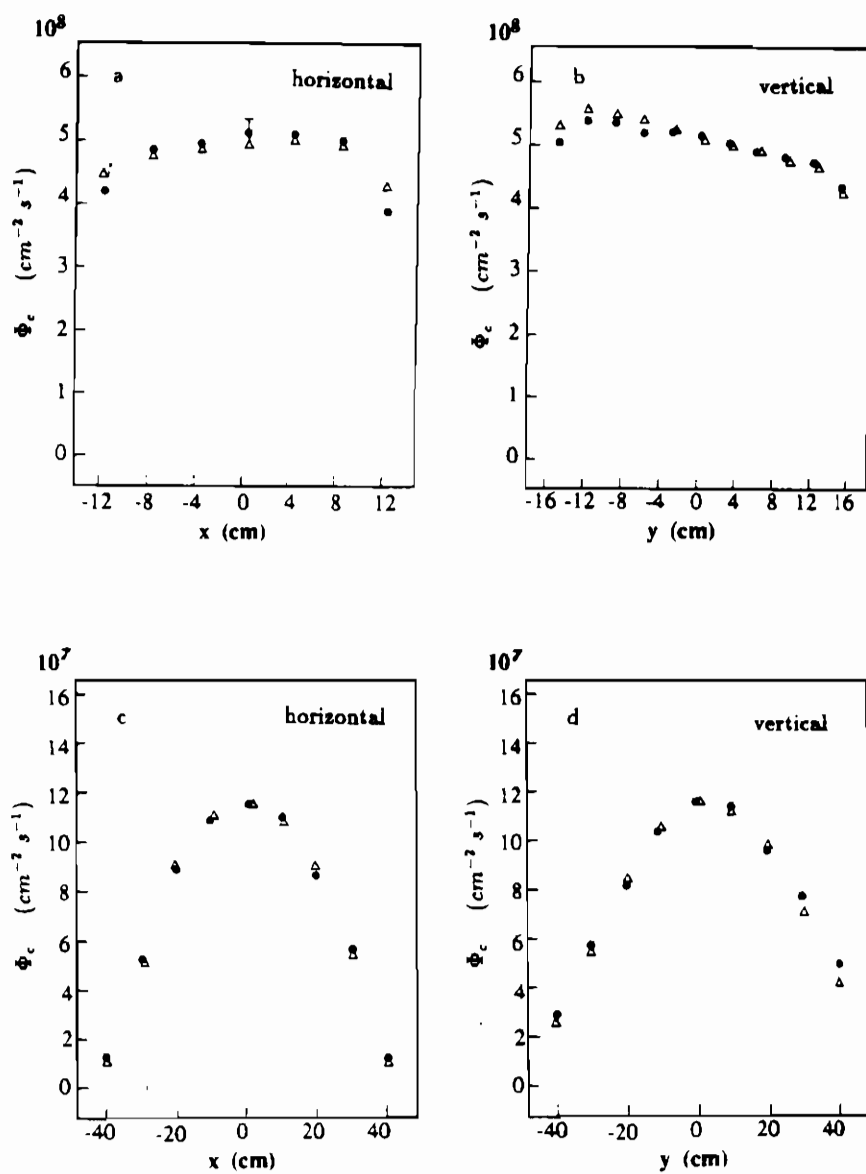


Fig. 42. Profilo orizzontale e verticale del flusso di cattura Φ_c del fascio di neutroni all'uscita della guida divergente (a,b) e sul bersaglio (c,d); (Δ) valori sperimentali, (\bullet) dati di MonteCarlo [36].

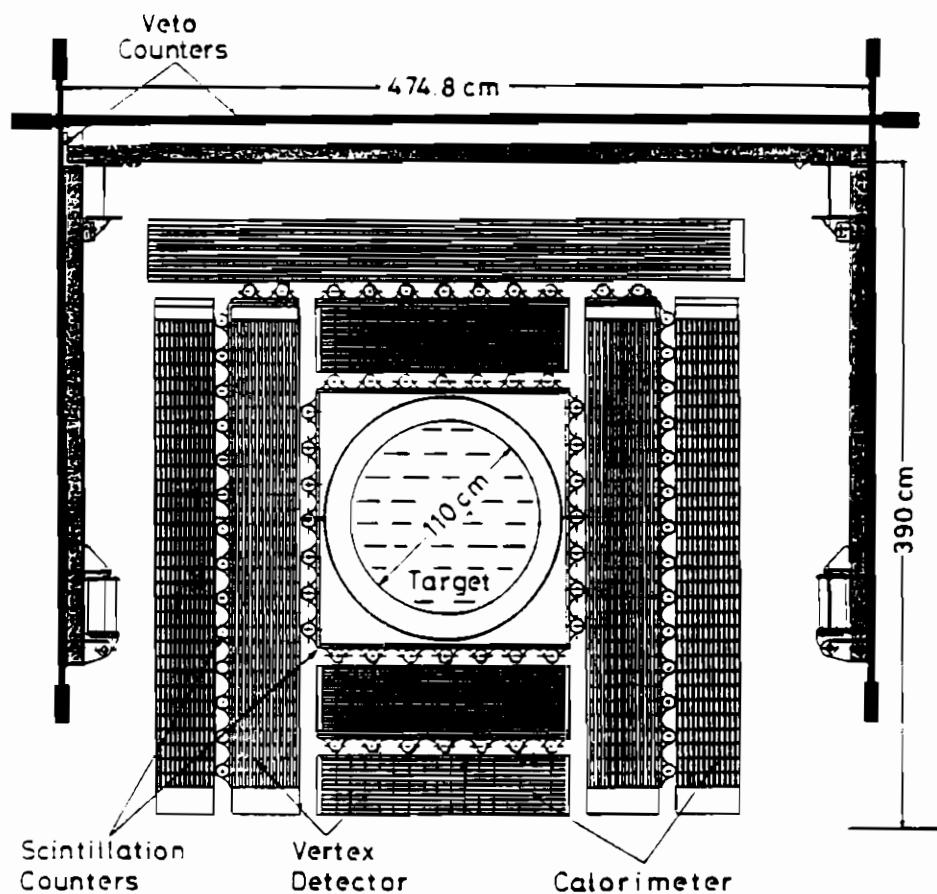


Fig. 43. Sezione trasversale del rivelatore [35].

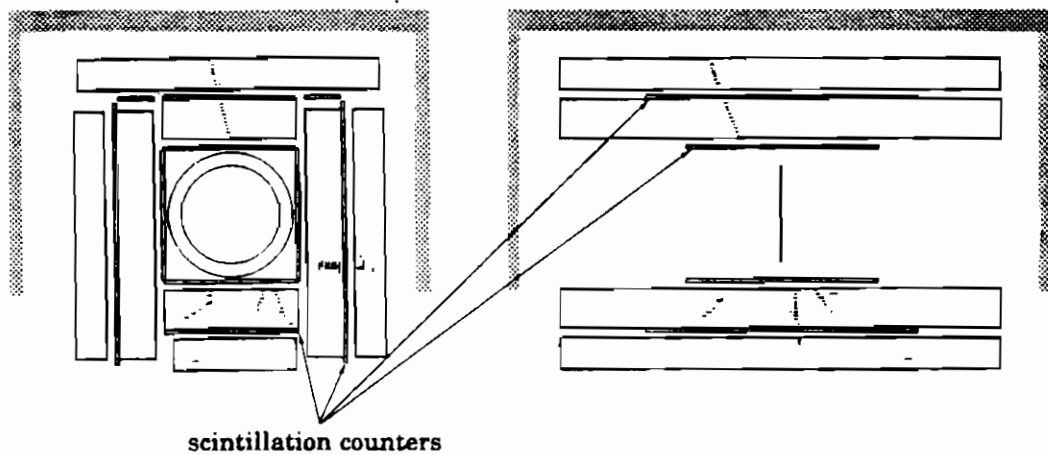


Fig. 44. Interazione di un raggio cosmico neutro sulla parete del tubo a vuoto nella zona del bersaglio [35].

3.2 Ricerca del Momento di Dipolo Elettrico del neutrone

L'origine della non conservazione di CP e T (C coniugazione di carica, P parità, e T inversione temporale) osservata nel decadimento dei K^0 , costituisce uno dei maggiori problemi irrisolti della fisica fondamentale. L'esistenza di interazioni che violano CP assume inoltre una grande rilevanza in cosmologia in quanto permette di spiegare l'asimmetria tra materia e antimateria barionica riscontrata nell'universo, cioè l'alto rapporto riscontrato tra barioni e fotoni. La misura di un momento di dipolo elettrico (EDM) del neutrone non nullo costituirebbe la prima manifestazione diretta della non conservazione di T e potrebbe far luce considerevolmente sul meccanismo della rottura della simmetria di CP e T . Infatti il termine dell'hamiltoniana che descrive l'accoppiamento dell'EDM del neutrone, \vec{d} , con un campo elettrico esterno \vec{E} , $H = \vec{d} \cdot \vec{E} \propto \vec{S} \cdot \vec{E}$, con \vec{S} spin del neutrone, viola entrambi P e T in quanto per parità $(\vec{S}, \vec{E}) \rightarrow (\vec{S}, -\vec{E})$ mentre $(\vec{S}, \vec{E}) \rightarrow (-\vec{S}, \vec{E})$ per riflessione temporale.

Una stima del valore atteso dell'EDM del neutrone può essere ottenuta mediante semplici considerazioni dimensionali:

$$d_n = \text{carica} \times \text{lunghezza} \times f = e G M f = 10^5 \frac{e f}{M} \simeq 10^{-20} f \text{ e cm} \quad (61)$$

in cui e indica la carica del protone, M la massa del nucleone, G la costante di Fermi (l'EDM è associato alla violazione di P e quindi richiede accoppiamenti deboli) ed f è l'ampiezza della violazione di P . Per $f \sim 10^{-3}$ (come nel caso dei $K^0 - \bar{K}^0$) si ottiene:

$$d_n \sim 10^{-23} \text{ e cm.} \quad (62)$$

Lo Standard Model può facilmente incorporare la violazione di CP grazie ad un fattore di fase complesso presente nel mixing fra le tre generazioni dei quarks (matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa), ma prevede per l'EDM un valore molto piccolo

$$d_n \sim 10^{-33} \div 10^{-31} \text{ e cm} \quad (63)$$

ben oltre la sensibilità degli esperimenti finora effettuati, $d_n \leq 10^{-25}$ e cm.

Il fattore di fase complesso della violazione di T che nasce dal mixing fra due generazioni di quarks nei modelli left-right simmetrici (cfr. par. 3.4) può dare origine ad un EDM del neutrone più rilevante, legato alla violazione di CP [39]:

$$d_n = 3.6 \cdot 10^{-24} \left| \frac{\epsilon}{\epsilon'} \right| e \text{ cm.} \quad (64)$$

in cui ϵ , ϵ' sono i parametri della violazione di CP nei decadimenti dei K^0 , che si ottengono dalle misure nei decadimenti dei K_L^0 , K_S^0 in $\pi^+ \pi^-$ e in $\pi^0 \pi^0$. Dal limite attuale misurato $|\frac{\epsilon}{\epsilon'}| = (3.3 \pm 1.1) \cdot 10^{-3}$, si ricava un valore per l'EDM probabilmente alla portata della sensibilità attesa in un prossimo futuro da una nuova generazione di esperimenti:

$$d_n \simeq 10^{-26} e \text{ cm.} \quad (65)$$

Le ricerche sperimentali dell'EDM del neutrone utilizzano il metodo del campo oscillante separato di Ramsey (precessione dello spin del neutrone) [40]. Neutroni polarizzati trasversalmente precedono per un certo tempo Δt attorno un debole campo magnetico \vec{B}_0 con frequenza di Larmor ω_0 descrivendo un angolo $\Delta\phi_0 = \omega_0 \cdot \Delta t = 2\mu B_0/\hbar \cdot \Delta t$. Un campo elettrico $\pm \vec{E}$ è sovrapposto a \vec{B}_0 con direzione parallela o antiparallela in modo che all'hamiltoniana totale d'interazione del neutrone:

$$H = \vec{\mu} \cdot \vec{B}_0 \pm \vec{d}_n \cdot \vec{E} \quad (66)$$

corrisponda un angolo di fase globale:

$$\phi_{\pm} = (\omega_0 \pm \omega) \cdot \Delta t, \quad \omega = 2 d_n \frac{E}{\hbar} \quad (67)$$

Le misure vengono effettuate alternando run di misura con \vec{E} e \vec{B} paralleli e antiparalleli in modo da poter rilevare uno spostamento dell'angolo di precessione:

$$\Delta\phi = \phi_+ - \phi_- = 4 d_n E \frac{\Delta t}{\hbar} \quad (68)$$

segnale della violazione della simmetria T per effetto dell'EDM. Un'elevata sensibilità sperimentale richiede un grande numero N di neutroni freddi che

interagiscono per un lungo tempo Δt con un intenso campo elettrico E . L'indeterminazione sulla misura di d_n risulta:

$$\delta d_n \simeq \frac{\hbar}{2 E \Delta t \sqrt{N}}. \quad (69)$$

In tab. V sono riportate le caratteristiche dei due esperimenti che hanno raggiunto la piú alta sensibilità utilizzando neutroni UCN a Gatchina- Leningrad e all'ILL- Grenoble.

esperimento	Leningrad [41]	Grenoble [42]
flusso UCN ($\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$)	$0.6 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^4$
volume di confinamento (ℓ)	10	5
tempo di confinamento (s)	50	80
campo E (KV/cm)	15	15
sensibilità/giorno ($e \text{ cm/day}$)	$2.5 \cdot 10^{-25}$	$2 \cdot 10^{-25}$
d_n ($e \text{ cm}$)	$-(14 \pm 6)10^{-26}$	$-(3 \pm 5)10^{-25}$
limite su d_n (95 % C.L.)	$< 2.6 \cdot 10^{-25} e \text{ cm}$	$< 1.2 \cdot 10^{-25} e \text{ cm}$

Tab. V. Principali parametri degli esperimenti di Leningrad e Grenoble.

Nell'esperimento dell'ILL i neutroni UCN, selezionati con una lamina magnetizzata trasparente soltanto ai neutroni di una ben definita polarizzazione, venivano accumulati in una bottiglia con le pareti di berillio immersa in un campo magnetico uniforme $B_0 = 1\mu T$ (fig. 45). In 10 s venivano immagazzinati $5 \cdot 10^4$ UCN in un volume $V = 5\ell$. Un breve impulso di un campo magnetico $\vec{B}_1 \cos(\omega t)$ perpendicolare a \vec{B}_0 con $\omega \simeq \omega_0$ modificava la polarizzazione da parallela \vec{B}_0 a perpendicolare a \vec{B}_0 e \vec{B}_1 (NMR $\pi/2$ -flip). Lo spin del neutrone precedeva quindi liberamente attorno a \vec{B}_0 con frequenza $\nu = \omega_0/2\pi = 30 \text{ Hz}$.

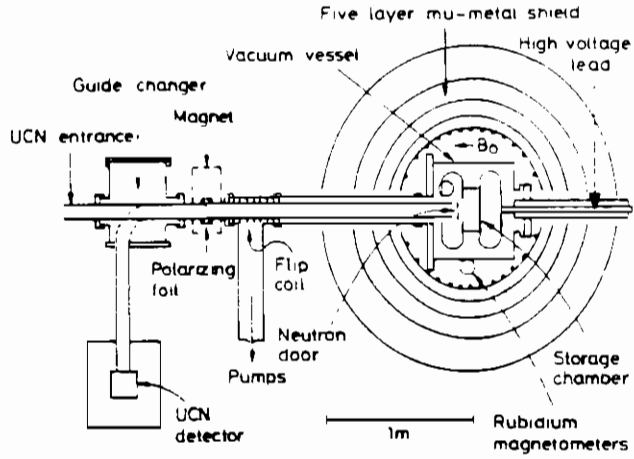


Fig. 45. Apparato sperimentale per la ricerca dell'EDM a Grenoble [42].

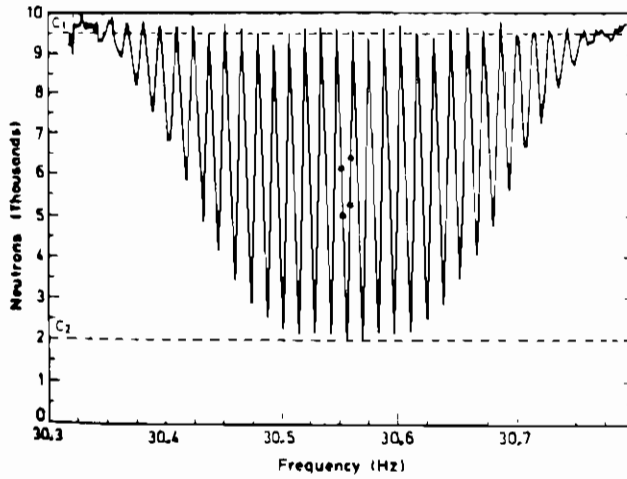


Fig. 46. Curva di risposta del rivelatore [42].

Dopo 80 s i neutroni subivano un secondo NMR flip in fase col primo. Se B_1 era pulsato esattamente con $\omega = \omega_0$ i neutroni precedevano in fase con l'oscillatore e il secondo flip ruotava la polarizzazione di altri $\pi/2$ nello stato

down. In questo modo la polarizzazione iniziale veniva ristabilita ogniqualvolta si realizzava nel tempo Δt una differenza di fase pari a $\pi, 3\pi, \dots$ ecc. Alla fine i neutroni venivano fatti defluire dalla bottiglia attraverso il polarizzatore che agiva come un analizzatore. I neutroni venivano contati da un rivelatore ad ${}^3\text{He}$ collegato alla bottiglia con una guida. La fig. 46 mostra la risposta del rivelatore in funzione della frequenza ν dell'oscillatore. La polarizzazione iniziale del neutrone veniva ristabilita per ogni incremento $\Delta\nu = 1/\Delta t$. Per la ricerca dell'EDM ω veniva scelto in modo da avere la massima sensibilità nella risposta del rivelatore. Si registravano quindi le variazioni di conteggio dei neutroni a seguito dell'inversione del campo elettrico \vec{E} applicato lungo la direzione di \vec{B} . L'esperimento di Grenoble ha posto il limite

$$d_n < 1.2 \cdot 10^{-25} \text{ e cm} \quad 95\% \text{ C.L.} \quad (70)$$

Il raggiungimento di sensibilità sperimentali piú elevate appare legato ad ulteriori incrementi del valore del campo \vec{E} , limitato dalle proprietà elettriche del materiale delle pareti della bottiglia, e del numero totale di neutroni (attualmente la densità di UCN $\rho \sim 10^4/\ell$).

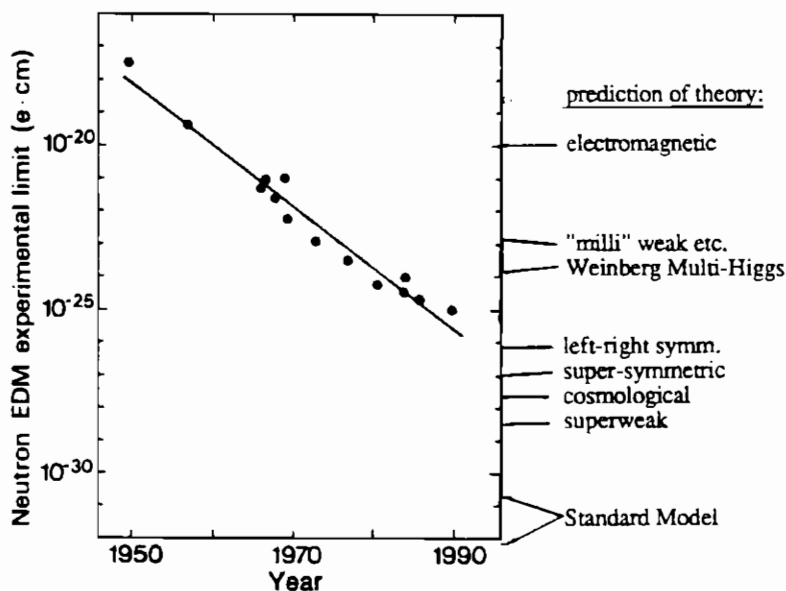


Fig. 47. Sensibilità sperimentale sull'EDM del neutrone raggiunta nel tempo.

3.3 Neutroni freddi e violazione di T

La scoperta della violazione di CP nei K^0 , ha segnato l'avvio di numerose ricerche sulla non conservazione di T oltre a quelle sull'EDM e ai classici tests di bilancio dettagliato di reazioni nucleari. Particolare attenzione è stata dedicata alla ricerca di termini di correlazione che violano T nel decadimento β di neutroni polarizzati e nelle reazioni nucleari indotte [43].

Un primo termine che viola T , accessibile alla sensibilità sperimentale, è costituito dalla correlazione tra lo spin del neutrone $\vec{\sigma}_n$, l'impulso dell'elettrone \vec{P}_e e del neutrino \vec{P}_ν :

$$dW \propto D \langle \vec{\sigma}_n \rangle \cdot \frac{\vec{P}_e \times \vec{P}_\nu}{E_e E_\nu} \quad (71)$$

in cui E_e e E_ν indicano le energie totali dell'elettrone e del neutrino. L'invarianza per T richiede che tutte le costanti d'accoppiamento di un'hamiltoniana siano relativamente reali. Una eventuale violazione di T nel decadimento dei neutroni darebbe luogo a un coefficiente D diverso da zero caratterizzato da una fase complessa ϕ tra le costanti g_V e g_A :

$$D = \frac{2|\lambda| \sin\phi}{1 + 3|\lambda|^2}, \quad \frac{g_a}{g_v} = |\lambda| e^{i\phi} \quad (72)$$

L'esperimento consiste nel confrontare le frequenze di conteggio di due diverse configurazioni di $\langle \vec{\sigma}_n \rangle \cdot \vec{P}_e \times \vec{P}_\nu$ speculari per T , rivelando e^- e p di decadimento che emergono da un fascio di neutroni lenti polarizzati longitudinalmente. Dato che la violazione è massima quando i tre vettori $\vec{\sigma}_n$, \vec{P}_e e \vec{P}_ν sono mutuamente ortogonali, e^- e p vengono rivelati con due contatori localizzati rispettivamente in posizione *up (down)* e *left (right)* rispetto al fascio, il segnale del protone in coincidenza ritardata rispetto a quello dell'elettrone. L'invarianza per T richiede che le frequenze di conteggio degli eventi nella configurazione ($\vec{\sigma}_n$ *forward*, \vec{P}_e *up*, \vec{P}_p *left*) e nella speculare per T ($\vec{\sigma}_n$ *backward*, \vec{P}_e *down*, \vec{P}_p *right*) siano eguali. Le misure effettuate hanno rivelato un buon accordo con quanto predetto dalla teoria V-A, $e^{i\phi} = -1$, arrivando a stabilire per la violazione di T limiti dell'ordine di 10^{-3} (cfr. tab. VI). La sensibilità del metodo non appare tuttavia idonea per la misura di parametri di violazione $D \leq 10^{-5}$ in quanto nel decadimento β le interazioni di stato finale possono dar luogo ad effetti dello stesso ordine di grandezza.

La misura del coefficiente R del secondo termine di correlazione che viola T richiede la conoscenza della polarizzazione dello spin $\vec{\sigma}_e$:

$$dW \propto R \langle \vec{\sigma}_e \rangle \cdot \frac{\vec{\sigma}_n \times \vec{P}_e}{E_e} \quad (73)$$

in cui l'espressione di R è simile a quella di D ma con g_V sostituito dalla costante di accoppiamento scalare g_S . La misura di questo coefficiente R appare però chiaramente più difficile: il solo esperimento effettuato con i nuclei di ^{19}Na ha fornito il risultato $R = (-79 \pm 53) \cdot 10^{-3}$ (tab. VI).

Collaborazione	Yale - ISN Grenoble [44]	Kurchatow [45]	Princeton [46]
decadimento β di D (10^{-3})	neutrone 1.1 ± 1.7	neutrone 2.2 ± 3.0	^{19}Ne -4.0 ± 0.8
int. stato finale fase $\phi^{(0)}$	$2 \cdot 10^{-5}$ (180.14 ± 0.22)	$2 \cdot 10^{-5}$ (179.71 ± 0.39)	$1.6 \cdot 10^{-4}$
R (10^{-3}) int. stato finale			-79 ± 53 $1 \cdot 10^{-3}$

Tab. VI. Risultati dei più recenti esperimenti sulla violazione di T nel decadimento β .

Analogamente al caso già discusso dell'EDM del neutrone anche i valori attesi di D , calcolati nell'ipotesi di una violazione di T generata nello Standard Model a' la Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), risultano ben al di sotto della presente sensibilità sperimentale mentre i modelli left-right simmetrici prevedono violazione di T più elevate, e quindi più accessibili all'esperimento.

Limiti sulla violazione di T ($< 10^{-3}$) sono stati ottenuti con i nuclei di ^{36}Cl ^{49}Ti eccitati a seguito di una cattura di un neutrone polarizzato misurando la correlazione tra la polarizzazione del nucleo e i momenti dei 2 fotoni emessi [47].

Recentemente un interesse discreto ha suscitato lo studio dell'ottica dei neutroni che offre la possibilità di ricercare effetti legati alla violazione di T nella trasmissione di neutroni polarizzati attraverso la materia, fenomeni in cui sono già stati osservati grandi effetti di violazione della parità. Da qui la speranza che attraverso effetti di enhancement nucleare si arrivi in un prossimo futuro a una sensibilità sperimentale sufficiente per poter osservare violazioni di T .

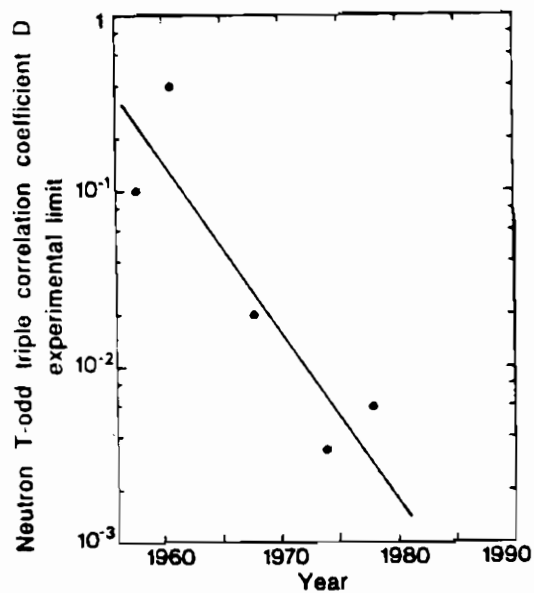


Fig. 48. Sensibilità delle misure di violazione di T .

3.4 La simmetria left-right e la violazione di P

Tra i modelli di unificazione delle interazioni fondamentali formulati negli ultimi anni particolare attenzione è stata dedicata allo studio dei “left-right simmetrici” che prevedono per ogni particella nota l’esistenza di un partner di elicità speculare in modo da ristabilire la simmetria di parità rotta a bassa energia nello Standard Model. La differenza in massa tra particella left (leggera) e right (pesante) deriva direttamente dalla rottura spontanea di P alla corrispondente scala di massa M_{LR} . In questo schema le correnti deboli conterrebbero quindi, anche a bassa energia, una piccola componente right mescolata alla predominante left. La descrizione della fenomenologia delle correnti left-right richiede l’introduzione di due parametri fondamentali: l’angolo di mixing ξ degli stati left W_L e right W_R del bosone intermedio W con autostati di massa

$$W_1 = W_L \cos \xi - W_R \sin \xi \quad (74)$$

$$W_2 = W_L \sin \xi + W_R \cos \xi.$$

e il rapporto δ delle masse

$$\delta = \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2. \quad (75)$$

La presenza del mixing left-right si riflette sul parametro A che misura la violazione della parità nel decadimento β dei neutroni polarizzati ed è legato all’elicità del leptone emesso: $A = A(g_V, g_A, \delta, \xi)$. Inoltre la conservazione della corrente vettore delle interazioni deboli permette di determinare g_V a partire dalla misura dalle ampiezze delle transizioni nucleari di Fermi superpermesse $0^+ \rightarrow 0^+$: $ft_{0-0} = ft_{0-0}(g_V, \delta, \xi)$. La misura del tempo di vita media τ dei neutroni liberi fornisce una terza relazione che lega questi parametri, $\tau = \tau(g_V, g_A, \delta, \xi)$. In conclusione, a fronte di 4 parametri da determinare, g_V, g_A, δ, ξ si possono misurare le 3 quantità A, τ, ft_{0-0} e ottenere pertanto plot di esclusione nel piano (δ, ξ) . In questo modo l’analisi combinata dei risultati sperimentali ottenuti nel decadimento β dei neutroni ha permesso di individuare ristrette regioni di valori permessi a questi due parametri fondamentali per la ricerca delle correnti deboli right (fig. 49) [30].

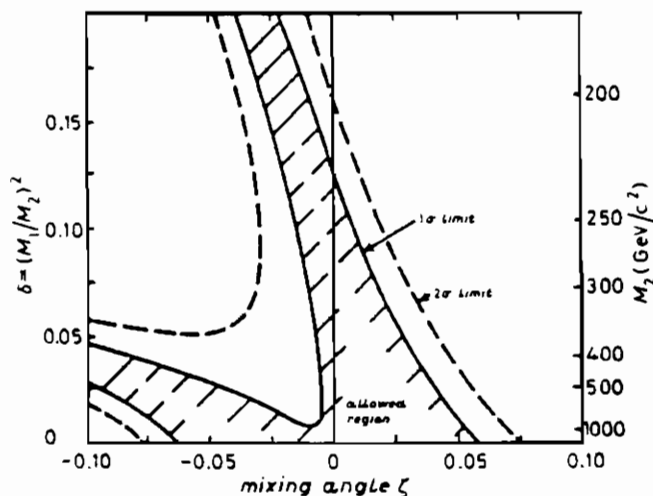


Fig. 49. Area nel piano (ξ, δ) esclusa dagli esperimenti con neutroni [30].

3.5 Ricerca dell'assione

L'interazione forte viene descritta entro lo Standard Model dalla Cromodinamica Quantistica (QCD) che è una teoria basata sulla simmetria di colore $SU(3)$. Questa descrizione introduce in modo naturale un termine di energia che viola CP necessario per la descrizione della complicata struttura del vuoto di QCD. Di conseguenza bisogna operare uno straordinario "fine tuning" dei parametri per riportare questa violazione intrinseca di QCD al corretto valore della esigua violazione di CP osservata nei K^0 ("strong CP problem").

Per superare queste difficoltà è stata proposta una nuova simmetria $U(1)$, non esatta ma leggermente rotta, che genera una nuova particella leggera pseudoscalare a vita lunga, l'assione [48].

Vari tests sperimentali sono stati condotti, con alterne vicende, ai reattori alla ricerca di questa particella. All'acceleratore di ioni pesanti GSI (Darmstadt) vennero osservate due linee esotiche del positronio che potevano essere interpretate come prodotti di decadimento una particella neutra leggera, candidato naturale dell'assione [49]. È stata inoltre indagata la presenza di un termine extra nella transizione γ di 2.22 MeV del deuterio all'ILL. Con lo spettrometro PERKEO si sono ricercate coppie $e^+ e^-$ provenienti da assioni prodotti nella formazione di deuterio quando un fascio di neutroni freddi e ben calibrato incideva su un bersaglio di polietilene. Il risultato negativo di questo esperimento (fig. 50) ha permesso di porre un limite severo sulla presenza dell'assione, ben più stringente delle previsioni teoriche [50].

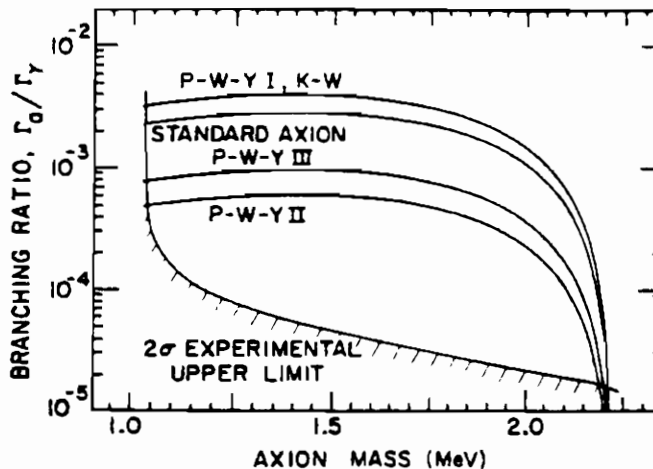


Fig. 50. Il limite sperimentale sulla produzione dell'assione a confronto con le previsioni teoriche di diversi modelli [50].

All'ILL è stata pure ricercata la presenza di un oggetto neutro nella sezione d'urto dello scattering Bhabha, $e^+e^- \rightarrow X$ [51]. I positroni erano prodotti nella piscina del reattore in cui era stata inserita una lastra di titanio che agiva sia da generatore di γ via $^{48}\text{Ti}(n, \gamma)^{49}\text{Ti}$ che da convertitore $\gamma \rightarrow e^+e^-$. Il fascio di e^+ così prodotto con $I \simeq 10^6 \text{ s}^{-1}$ ed energie comprese fra 0.1 e

5 MeV, veniva analizzato e selezionato in impulso mediante uno spettrometro magnetico ad alta risoluzione (BILL) e focalizzato su di un foglio di berillio sospeso lungo il piano focale dello spettrometro. Due arrays di rivelatori di Si(Li) registravano quindi gli eventi di scattering Bhabha e Mott (fig. 51).

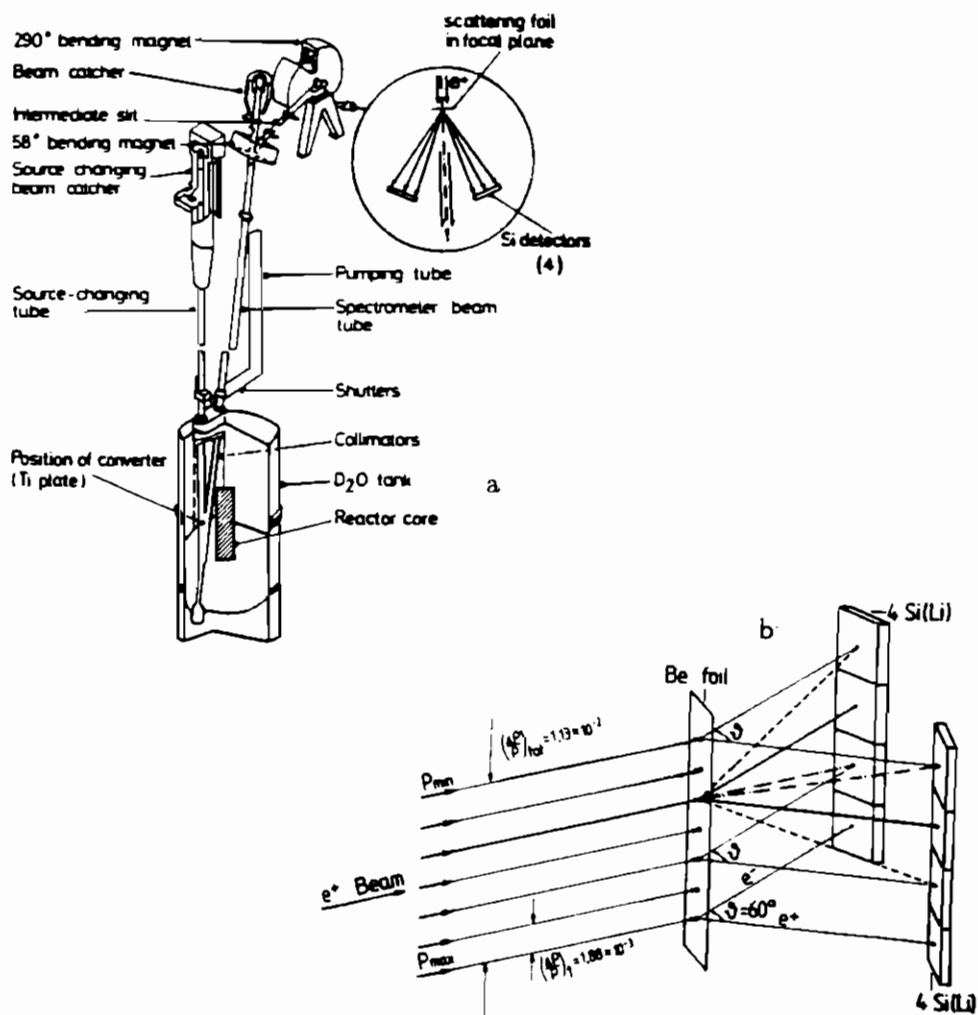


Fig. 51. Schema dell'apparato usato all'ILL nello studio dello scattering Bhabha (a) e disposizione dei rivelatori rispetto al bersaglio (b) [51].

L'assenza di una qualsiasi struttura nella regione di energia del positrone tra 2100 e 2350 KeV (fig. 52) ha invalidato definitivamente la spiegazione degli eventi esotici del GSI.

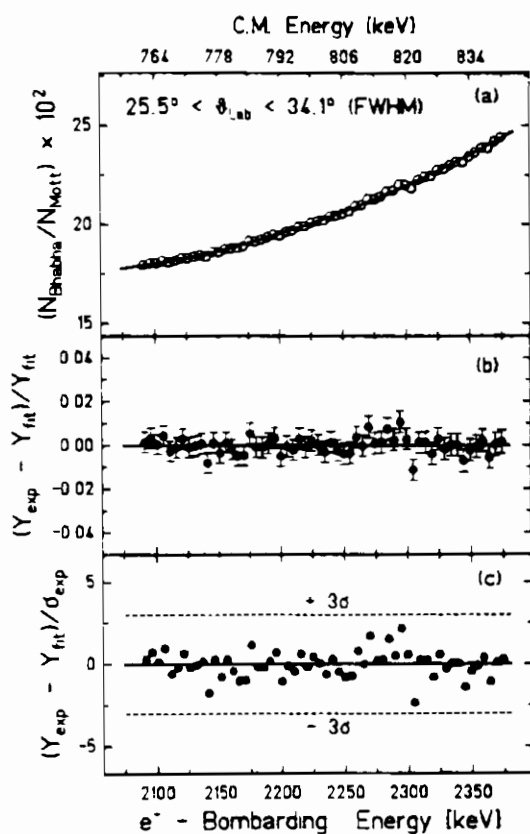


Fig. 52. L'andamento della sezione d'urto dello scattering Bhabha, normalizzata a quella di Mott, nella regione di energia 2100 ÷ 2350 KeV e le corrispondenti deviazioni dal fit [51].

3.6 Il neutrone ha una carica elettrica ?

È sempre stato di grande interesse in Fisica spingere alla massima sensibilità possibile la precisione sperimentale delle misure effettuate in modo da poter stabilire con grande accuratezza le caratteristiche delle particelle in esame. Pertanto in tale ottica è quindi rilevante chiedersi con quale precisione sia stata accertata la neutralità elettrica del neutrone, particella composta dai 3 quark u, d, d . Dal punto di vista teorico l'eguaglianza della carica elettrica tra particelle diverse quali ad esempio il protone e il positrone discende da regole di superselezione che, in quanto tali, possono non essere assolute. Pertanto il neutrone potrebbe possedere una piccolissima carica elettrica q_n senza per questo violare il principio della conservazione e quantizzazione della carica:

- i) una particella può non essere autostato dell'operatore di carica;
- ii) il valore di aspettazione di q_n può differire dall'autovalore dell'operatore esattamente quantizzato della carica.

Limiti $q_n < 10^{-21} e$ sono stati ottenuti a partire da misure effettuate con atomi e mediante argomentazioni cosmologiche assumendo che l'eventuale carica del neutrone fosse pari alla somma della carica degli elettroni e dei protoni coinvolti nel processo in esame.

Le più precise determinazioni dirette di q_n sono basate sulla misura della deflessione di un fascio di neutroni freddi a seguito dell'azione di un intenso campo elettrico trasversale, uniforme e costante (tab. VII). L'esperimento effettuato da Baumann et al [54] all'ILL si avvaleva di una sofisticata ottica per risolvere con uno speciale specchio curvo l'immagine di un sistema multislits ($30 \mu\text{m}$ di apertura), permettendo così di misurare deflessioni del fascio con una sensibilità di 5Å su una distanza di 10 m. Con questa risoluzione spaziale si è potuto di stabilire per la carica del neutrone:

$$q_n = (-0.4 \pm 1.1) \cdot 10^{-21} e. \quad (76)$$

Collaborazione	MIT	Bayreuth -ILL	Bayreuth- TU Munich- ILL
	[52]	[53]	[54]
n rate (s^{-1})	3	50	30000
velocità dei n (ms^{-1})	1650	200	200
lunghezza di drift (m)	1.5	10	10
\bar{E} (KV/cm)	225	120	60
quantità misurata	deflessione angolare	posizione	posizione
dispositivo	doppio cristallo	slit	slit multipla
q_n (e)	$(-1.9 \pm 3.7)10^{-18}$	$(-1.5 \pm 2.2)10^{-20}$	$(-0.4 \pm 1.1)10^{-21}$

Tab. VII. Limiti sperimentali raggiunti sulla carica del neutrone.

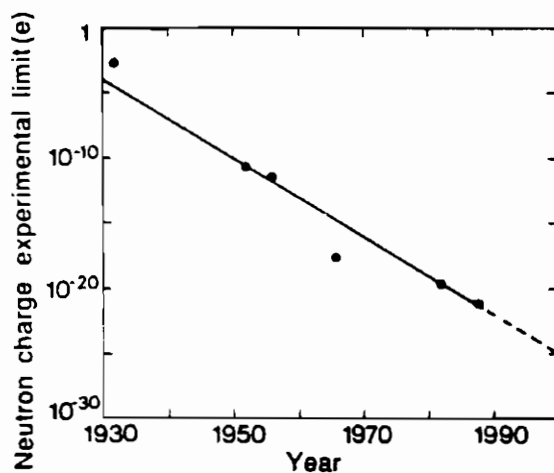


Fig. 53. Sensibilità raggiunta nelle misure della carica del neutrone.

Bibliografia

- [1] ILL Annual Report (1993), Institut Max von Laue Paul Langevin Grenoble - France;
H. Blanc e B. Maier, Guide to neutron research facilities at the ILL (1988), Institut Max von Laue Paul Langevin Grenoble - France.
P. Ageron, Nucl. Instr. and Meth. A284 (1989) 197.
- [2] I.I. Gurevich e L.V. Tarasov, Low Energy Neutron Physics (North-Holland, Amsterdam 1968);
L. Koester e A. Steyerl, Neutron Physics, Springer Track in Modern Physics, vol. 80 (Springer, 1977).
- [3] M. Maier-Leibnitz e T. Springer, Reactor Sci. Techn. 17 (1963) 217;
M. Maier-Leibnitz, Annu. Rev. Sci. 16 (1969) 207;
B. Jacrot, Utilisation of neutron guide tubes for neutron inelastic scattering, Instrumentation for Neutron Inelastic Scattering Research (IAEA, Vienna, 1970) p. 225.
- [4] A. Guglielmi, Nuovo Cimento A98 (1987) 657.
- [5] A. Guglielmi, Nucl. Instr. and Meth. A325 (1993) 241.
- [6] Per una rassegna generale sui neutroni ultrafreddi:
V.I. Luschikov, Phys. Today 30 (June 1977), 42;
R. Golub e J.M. Pendlebury, Rep. Progr. Phys.42 (1979) 439;
R. Golub et al., Le Scienze 132 (1979) 66.
- [7] Ya. B. Zel'dovitch, Sov. Phys. JETP 9 (1959) 1389.
- [8] V.I. Luschikov et al., Sov. Phys. JETP Lett. 9 (1969) 23: JINR preprint R3-4127 (Dubna, 1968).
- [9] A.Steyerl et al., Phys. Lett. 29B (1969) 33.
- [10] A.Steyerl et al., Phys. Lett. A116 (1986) 347.
- [11] R. Golub et J.M. Pendelbury, Phys. Lett. 62A (1977) 337;
R. Golub et K. Boning, Z. Phys. B51 (1983) 95.
- [12] P. Ageron et al., Phys. Lett. 66A (1978) 469;
R. Golub et al., Z. Phys. B51 (1983) 187.

- [13] K.J. Kugler et al., Phys. Lett. 72B (1978) 422;
K.J. Kugler et al., Nucl. Instr. and Meth. 228 (1985) 240.
- [14] F. Mezei, Communications on Physics 1 (1976) 81;
F. Mezei et P.A. Dagleish, Communications on Physics 2 (1977) 41;
O. Schaerpf, Physica B156 (1989) 631;
O. Schaerpf, Physica B157 (1989) 639.
- [15] D.N. Schramm et L. Kawano, Nucl. Instr. Meth. A284 (1989) 84;
K.A. Olive et al., Phys. Lett. B236 (1990), 454.
- [16] G. Altarelli, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 19 (1991) 354.
- [17] D.H. Wilkinson, Nucl. Phys. A377 (1982) 474.
- [18] C. Stratowa et al., Phys. Rev. D18 (1978) 3970;
R. Dobrozemsky et al., Phys. Rev. D11 (1975) 510.
- [19] P. Bopp et al., Phys. Rev. Lett. 56 (1986) 919;
E. Klemt et al., Z. Phys. C37 (1988) 179;
J. Dohner et al., Nucl. Instr. Meth. A284 (1989) 123.
- [20] V.E. Krohn et G.R. Ringo, Phys. Lett. 55B (1975) 175.
- [21] B.G. Erozolimskii et al., Sov. J. Nucl. Phys. 30 (1979) 356.
- [22] J. Byrne et al., Nucl. Instr. Meth. A284 (1989) 116;
J. Byrne et al., Phys. Rev. Lett. 65 (1990) 289.
- [23] P.E. Spivak, Sov. Phys. JETP 67 (1988) 1735.
- [24] J. Last et al., Phys. Rev. Lett. 60 (1988) 995.
- [25] V.I. Morozov, Nucl. Instr. Meth. A284 (1989) 108.
- [26] W. Mampe et al., Phys. Rev. Lett. 63 (1989) 593;
W. Mampe et al., Nucl. Instr. Meth. A284 (1989) 111.
- [27] W. Paul et al., Z. Phys. C45 (1989) 25;
F. Anton et al., Nucl. Instr. Meth. A284 (1989) 101.
- [28] J.C. Hardy et al., Nucl. Phys. A509 (1990) 429.
- [29] J. Dworkin et al., Phys. Rev. D41 (1990) 780.

- [30] D. Dubbers et al., *Europhys. Lett.* 11 (1990) 195.
- [31] Per una rassegna si veda: R.N. Mohapatra: *Nucl. Instr. and Meth.* A284 (1989) 1.
- [32] M. Baldo-Ceolin: *Proceedings of the Conference on Astrophysics and Elementary Particles: Common Problems*, Accademia Nazionale dei Lincei, Roma (1980) 251;
R.N. Mohapatra et R.E. Marshak: *Phys. Lett* 94B (1980) 183.
- [33] G. Fidecaro et al.: *Phys. Lett.* 156B (1985) 122.
- [34] G. Bressi et al.: *Z. Phys.* C43 (1989) 175;
G. Bressi et al.: *Nuovo Cimento* 103A (1990) 731.
- [35] M. Baldo-Ceolin et al., *Phys. Lett.* B236 (1990) 95;
M. Baldo-Ceolin et al., *Z. Phys. C* 63 (1994) 409.
- [36] A. Guglielmi, *Progr. Nucl. Energy* 24 (1990) 429;
T. Bitter et al., *Nucl. Instr. and Meth.* A321 (1992) 284.
- [37] C.B. Dover, A. Gal, J.M. Richard: *Phys. Rev.* C31 (1985) 1423;
W.M. Alberico, A. De Pace, M. Pignone: *Nucl. Phys.* A523 (1991) 488.
- [38] P.K. Kabir: *Phys. Rev. Lett.* 51 (1983) 231.
- [39] X.G. He et al., *Phys. Rev. Lett.* 61 (1988) 1267.
- [40] N.F. Ramsey *Physics Today*, July 1980, 25.
- [41] I.S. Altarev et al., *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 44, N 8 (1986) 360 (*JEPT Lett.* 44, 460).
- [42] K.F. Smith et al., *Phys. Lett.* B234 (1990) 191.
- [43] Per una rassegna si veda:
P.A. Krupchitsky *Nucl. Instr. and Meth.* A284 (1988) 71.
N.R. Roberson et al., "Test of Time Reversal Invariance in Neutron Physics" (eds, 1987) *World Scientific*, Singapore.
- [44] R.I. Steinberg et al., *Phys. Rev.* D13 (1976) 2469.
- [45] B.G. Erokolimskii et al., *Sov. J. Nucl. Phys.* 28 (1978) 48.

- [46] M.B. Schneider et al., Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 1239;
A.L. Hallin et al., Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 337.
- [47] M.I. Bulgakov et al., Phys. Lett. B42 (1972) 351;
M.J. Holmes et al., Nucl. Phys. A199 (1973) 401;
P. Sharmann et al., J. Phys. G4 (1978) 973.
- [48] R.N. Mohapatra in “ Unification and Supersymmetry” (1986) Springer,
Heidelberg.
- [49] R.D. Peccei et al., Phys. Lett. B172 (1986) 435.
- [50] J. Dohner et al., Phys. Rev. D38 (1988) 2722.
- [51] H. Tsertos et al., Phys. Lett. B207 (1988) 273.
H. Tsertos et al., Phys. Rev. D40 (1989) 1397.
- [52] C.G. Shull et al., Phys. Rev 153 (1967) 1415.
- [53] R. Gahler et al., Phys. Rev D25 (1982) 2887.
- [54] J. Baumann et al., Phys. Rev D37 (1988) 3107.

Giovanna Panzarini

**Dipartimento di Fisica, Università di Milano
via Celoria 16, 20133 Milano**

**EFFETTO DELLA DISPERSIONE SPAZIALE
SULL'ASSORBIMENTO ECCITONICO DEI CRISTALLI.**

Seminario tenuto il 20 Luglio 1994

1. INTRODUZIONE.

I polaritoni sono gli stati stazionari che nascono dalla interazione di una eccitazione cristallina (ad esempio eccitoni o fononi) con la radiazione elettromagnetica. Essi possono essere trattati a 2 livelli distinti: nell'approccio semiclassico si trovano le relazioni di dispersione risolvendo le equazioni di Maxwell congiuntamente a una equazione che descrive la polarizzazione del mezzo. Alternativamente si può procedere in maniera quantomeccanica sia sviluppando un modello microscopico sia con un approccio di tipo macroscopico. In quest'ultimo, dopo aver scritto i campi elettromagnetici e di polarizzazione in II quantizzazione, si procede a diagonalizzare la hamiltoniana mediante una trasformazione lineare introdotta per la prima volta da Hopfield [1] che generalizza la trasformazione di Bogoljubov al caso di 4 operatori invece di 2. Gli autostati di tale hamiltoniana sono, appunto, i polaritoni. E' interessante osservare che l'approccio semiclassico e quello quantomeccanico conducono alle medesime relazioni di dispersione per i polaritoni (ciò è conseguenza del fatto che nella hamiltoniana quantistica si mantengono solo i termini quadratici negli operatori di creazione e distruzione di fotoni e eccitoni). Data la maggiore semplicità ci limiteremo ad illustrare la teoria semiclassica dei polaritoni.

In quanto accoppiamento tra 2 stati discreti (quello di eccitone e quello di fotone) il polaritone non può portare ad assorbimento di radiazione; dunque per comprendere l'assorbimento ottico e determinare la forma di riga è necessario prendere in considerazione meccanismi dissipativi quali lo scattering da fononi.

Fino a che l'accoppiamento dissipativo è "sufficientemente de-

bole" il quadro del polaritone continua a valere e un'adeguata descrizione microscopica dell'assorbimento polaritonico può essere fornita trattando l'hamiltoniana di interazione fonone-eccitone come perturbazione sulla hamiltoniana di polaritone (cioè dei campi accoppiati di eccitone e di radiazione). Viceversa, nel caso in cui la dissipazione sia elevata, l'interazione dei fononi con gli eccitoni non può essere considerata come debole rispetto a quella coi fotoni e il concetto stesso di polaritone diviene irrilevante.

È dunque ragionevole attendersi che teoria ed esperimento debbano evidenziare, al variare dell'intensità dei fenomeni dissipativi, una transizione tra il regime di forte accoppiamento radiazione-materia (regime di polaritone) e il regime di debole accoppiamento (regime di eccitone). In un approccio macroscopico si tiene conto della dissipazione introducendo nella funzione dielettrica un parametro fenomenologico Γ (questo può essere considerato dipendente o meno dalla energia).

Scopo di questo lavoro è quello di richiamare l'attenzione sul ruolo della dispersione spaziale per l'interpretazione e giustificazione degli spettri sperimentali di assorbimento, per mezzo di una rassegna dei principali lavori sperimentali e teorici sull'argomento. Mostreremo, infatti, come includendo nella funzione dielettrica la dispersione spaziale (vale a dire ammettendo una dipendenza dal vettore d'onda \vec{k}) sia possibile predire correttamente la forma di riga di assorbimento tanto nel regime di eccitone che di polaritone e prevedere l'esistenza di un valore critico del parametro di damping in corrispondenza al quale ha luogo la transizione tra i due regimi.

Dopo un breve richiamo, nel paragrafo II, alla teoria semiclas-

sica dei polaritoni, discuteremo nel paragrafo III come il crescere dei meccanismi dissipativi nel cristallo comporti la transizione tra il regime di polaritone e quello di eccitone. Nel paragrafo IV verranno discussi alcuni esperimenti e la dipendenza caratteristica degli spettri di assorbimento dalla temperatura. Dopo avere mostrato nel paragrafo V l'incapacità di una funzione dielettrica dissipativa ma non spazialmente dispersiva di fornire un'adeguata interpretazione teorica degli esperimenti, discuteremo nel paragrafo VI e VII come l'inclusione della dispersione spaziale porti, al contrario, a corrette previsioni. Infine nel paragrafo VIII illustriamo la connessione tra trattazione microscopica e macroscopica.

2. TEORIA SEMICLASSICA DEI POLARITONI

La teoria è dovuta a Huang [2] ed è stata sviluppata per la prima volta per studiare l'assorbimento infrarosso di luce al di sotto della frequenza di Reststrahl dovuto alle risonanze fononiche in cristalli polari. Le curve di dispersione sono ricavate risolvendo tramite trasformata di Fourier l'equazione per la polarizzazione del mezzo

$$\frac{1}{\omega_T^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} + \vec{P} = \beta \vec{E}, \quad (1)$$

congiuntamente alle equazioni di Maxwell dipendenti dal tempo ($\vec{J} = 0$)

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \frac{4\pi}{c} \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \\ \vec{\nabla} \cdot (\vec{E} + 4\pi \vec{P}) &= 0, \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Nella (1) β rappresenta la polarizzabilità statica e ω_T è la frequenza della eccitazione cristallina.

I 2 modi trasversali sono ciascuno 2 volte degeneri per polarizzazione e prendono rispettivamente il nome di Lower Polariton (L.P.) e Upper Polariton (U.P.). Solo i modi trasversali contengono gli effetti del ritardo e descrivono l'accoppiamento della radiazione elettromagnetica con l'eccitazione cristallina. Viceversa, il modo longitudinale è privo di dispersione poichè il campo elettromagnetico associato con la polarizzazione longitudinale è semplicemente il campo coulombiano istantaneo prodotto dalle cariche $\rho = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$, e non dà effetti di ritardo sulla dispersione della eccitazione cristallina.

Il legame tra ω e \vec{k} è del tipo

a) onde trasversali (2 polarizzazioni)

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \epsilon_\infty + \frac{4\pi\beta}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_T^2}} = \epsilon(\omega) \quad (3)$$

b) onde longitudinali

$$\omega = \omega_T \left(1 + \frac{4\pi\beta}{\epsilon_\infty}\right)^{\frac{1}{2}} = \omega_L \quad (4)$$

dove ϵ_∞ indica la costante dielettrica ad alte frequenze e tiene conto degli effetti di tutte le altre risonanze a frequenze diverse da ω_T .

Le curve di dispersione sono riportate in fig.1.

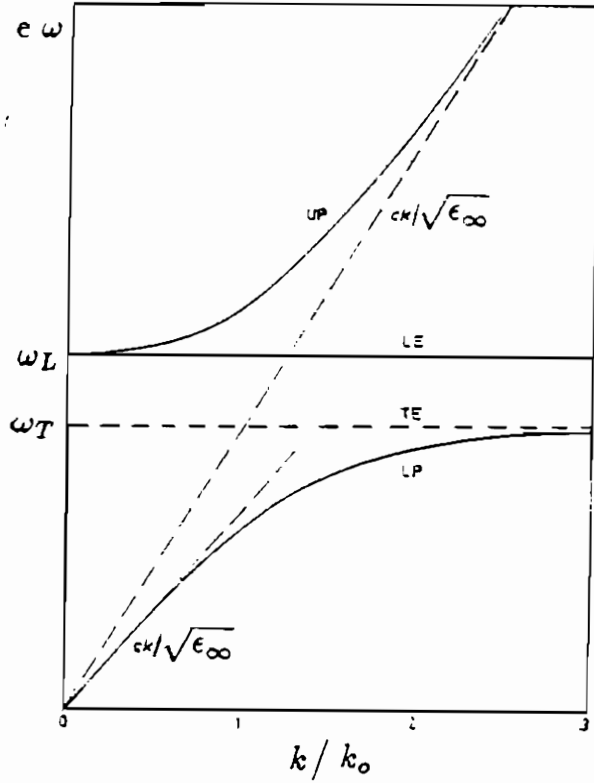


FIG.1 Linee continue: rappresentazione schematica della dispersione delle branche polaritoniche inferiore e superiore e dell'eccitone longitudinale in un mezzo non spazialmente dispersivo. Linee tratteggiate: dispersione della luce nel mezzo e della polarizzazione quando $\beta = 0$

Come si può notare dalla figura, vi è una forte interazione tra la luce e il cristallo quando la velocità di fase $v_\varphi = \frac{\omega_T}{k}$ dell'eccitazione è confrontabile con la velocità della luce nel mezzo $v = c/\sqrt{\epsilon_\infty}$, cioè per $k \approx k_0 \equiv \sqrt{\epsilon_\infty} \omega_T / c$. Viceversa per $k \gg k_0$, gli effetti del ritardo divengono trascurabili, i campi elettromagnetici

e di polarizzazione sono quasi disaccoppiati e la U.P. tende alla curva di dispersione del fotone mentre la L.P. a quella dell'eccitone trasverso. Si osservi anche l'esistenza di una banda di Reststrahl, cioè di una banda compresa tra ω_T e ω_L in cui non si ha propagazione di radiazione del mezzo.

L'equazione (1) non contiene gli effetti di dispersione spaziale, che sono irrilevanti per i fononi ottici. Questi tuttavia devono essere inclusi per una trattazione soddisfacente dei polaritoni eccitonici nei semiconduttori (nei quali è importante tener presente che l'eccitone ha massa finita). In effetti l'approssimazione di massa effettiva mostra come l'energia dell'eccitone di Wannier-Mott in un semiconduttore si scriva, nel caso di bande non degeneri isotrope:

$$\hbar\omega(\vec{k}) = \hbar\omega_T + \frac{\hbar^2 k^2}{2M}.$$

Il termine $\hbar^2 k^2/2M$ descrive il moto del centro di massa dell'eccitone ed è responsabile della dipendenza dell'energia dell'eccitone dal vettore d'onda. Per una descrizione fenomenologica che tenga conto degli effetti di dispersione spaziale, la trattazione precedente può essere generalizzata scrivendo, in luogo della (1), la seguente equazione per la polarizzazione:

$$\frac{1}{\omega_T^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} - \frac{\hbar}{\omega_T M} \nabla^2 \vec{P} + \vec{P} = \beta \vec{E}. \quad (5)$$

Procedendo in maniera analoga a prima alla risoluzione delle equazioni congiunte per la polarizzazione e per il campo elettromagnetico si ottiene

$$\epsilon(\omega, \vec{k}) = \epsilon_\infty + \frac{4\pi\beta\omega_T^2}{\omega_T^2 + \frac{\hbar\omega_T}{M} k^2 - \omega^2}. \quad (6)$$

Le curve di dispersione riportate in figura 2 mostrano le medesime caratteristiche del caso non spazialmente dispersivo; vi sono tuttavia alcune differenze sostanziali che è bene sottolineare. Innanzitutto l'inclusione degli effetti di dispersione spaziale fa sì che vi sia almeno un modo che si propaga nel mezzo a qualsiasi frequenza (anche tra ω_T e ω_L). Inoltre, a frequenze superiori a ω_L si hanno 2 modi che si possono propagare nel mezzo caratterizzati dalla medesima energia ma diverso numero d'onda.

L'esistenza del raggio addizionale a frequenze maggiori di ω_L solleva una serie di interessanti problematiche qualora il cristallo non sia infinito. In tal caso, infatti, nel mezzo nessuno dei 2 stati stazionari alla medesima energia potrà più propagarsi, ma soltanto una loro ben precisa combinazione lineare. Questa circostanza equivale, da un punto di vista fisico, ad affermare che l'energia di un fascio di fotoni incidenti sulla superficie del cristallo con $E > \hbar\omega_L$ è trasportata nel mezzo in parte dai polaritoni della L.P. in parte da quelli della U.P. in un rapporto ben definito. Per la determinazione di tale rapporto non sono però più sufficienti le sole condizioni al contorno di Maxwell, ma si rende necessario l'utilizzo di una condizione al contorno addizionale (ABC). Pekar [3] per primo si è occupato della forma delle ABC proponendo a tal fine una condizione addizionale nella quale la polarizzazione eccitonica alla superficie è nulla; da allora sono passati più di 35 anni, ma il dibattito sulle ABC sembra tutt'altro che concluso. Oggi la condizione addizionale più spesso impiegata è quella proposta da Hopfield e Thomas [4] basata sull'esistenza di un dead layer (all'interno del quale l'eccitone non può penetrare) con indice di rifrazione $n = \sqrt{\epsilon_\infty}$ e sul fatto che la polarizzazione eccitonica è

nulla alla interfaccia dead-layer/cristallo. In molti casi, tuttavia, la forma precisa delle ABC può dipendere dalla natura della superficie del cristallo.

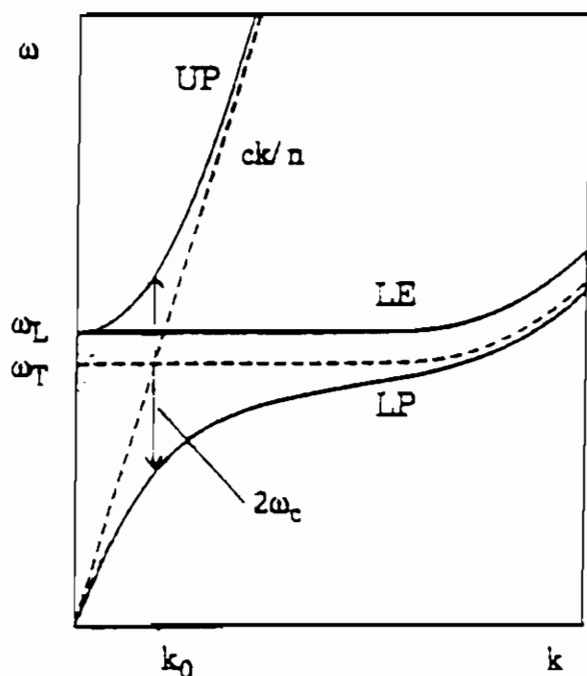


FIG.2 Linee continue: rappresentazione schematica della dispersione delle branche polaritoniche inferiore e superiore e dell'eccitone longitudinale in un mezzo spazialmente dispersivo. Linee tratteggiate: dispersione della luce nel mezzo e della polarizzazione

3. ASSORBIMENTO DEI POLARITONI.

Come già detto, il polaritone in un cristallo infinito è uno stato stazionario. Il vettore d'onda \vec{k} è un buon numero quantico per il polaritone: ne segue che un eccitone con energia e momento cristallino fissato può accoppiarsi con uno e un solo fotone avente la medesima energia e momento cristallino dell'eccitone (trascu-

rando i processi di Umklapp, che sono irrilevanti a frequenze ottiche). L'accoppiamento tra 2 stati discreti, d'altra parte, non può condurre ad assorbimento di energia; piuttosto l'energia oscilla tra lo stato di eccitone e lo stato di fotone con una frequenza caratteristica ($2\omega_C$) dove [5,6]

$$\omega_C = \left(\frac{\omega_T \omega_{LT}}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

($\omega_{LT} = \omega_L - \omega_T =$ splitting longitudinale trasverso)

Dunque il tempo di vita di un polaritone è infinito. Per spiegarne il decadimento è necessario prendere in considerazione processi di scattering, siano essi di natura intrinseca (fononi) o estrinseca (impurezze o difetti). Nella realtà i cristalli hanno dimensioni finite. Ciò che allora si verifica è che in assenza di dissipazione un fascio di fotoni incidente sulla superficie viaggia nel cristallo sotto forma di polaritoni; questi, giunti indisturbati sulla superficie opposta, si convertono nuovamente in un fascio di fotoni di energia e momento identici a quelli originari. La presenza di meccanismi dissipativi invece provoca entro il cristallo transizioni dagli stati originari di polaritone verso altri stati di energia e momento cristallino diversi. Ogni processo di scattering rimuove quindi un polaritone dal fascio dando dunque luogo ad assorbimento polaritonico.

La presenza di fenomeni di scattering conduce a una perdita di coerenza spaziale e temporale del polaritone. Ci si deve dunque attendere che al crescere dei fenomeni di scattering si possa assistere ad una transizione dal regime di polaritone, caratterizzato da forte accoppiamento radiazione/materia, al regime di eccitone, in cui tale accoppiamento è "mascherato" dalle interazioni dissipative. Se poi, come è ragionevole supporre per cristalli con

elevato grado di purezza, il meccanismo dominante di scattering è quello dovuto ai fononi, deve essere parimenti possibile osservare il "breakdown" del regime di polaritone al crescere della temperatura.

4. INDAGINE SPERIMENTALE

L'indagine sperimentale volta, appunto, ad evidenziare l'esistenza di una transizione tra i 2 regimi in funzione della temperatura, è stata condotta prevalentemente negli anni '70 mediante misure di trasmissione.

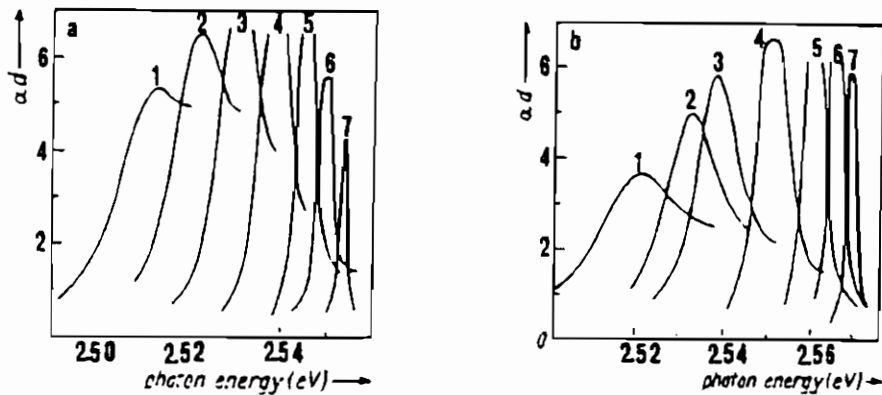


FIG.3 (Da Ref. [7]) a) Linea di assorbimento per l'eccitone $A_{n=1}$ con $\vec{E} \perp \vec{c}$ in CdS a diverse temperature; (1) 186K; (2) 160K; (3) 130K; (4) 108K; (5) 87K; (6) 51K; (7) 4.2K. b) Linea di assorbimento per l'eccitone $B_{n=1}$ con $\vec{E} \parallel \vec{c}$ a diverse temperature; (1) 202K; (2) 172K; (3) 157K; (4) 116K; (5) 77K; (6) 49K; (7) 4.2K

FIG. 3a si riferisce allo studio in trasmittività di Voigt [7] della riga $A_{n=1}$ con $\vec{E} \perp \vec{c}$ in campioni di CdS in un range di temperatura compreso tra 4.2 e 186 K.

Si evidenziano chiaramente 2 comportamenti nettamente distinti.

Alle alte temperature ($T \geq 77K$) il picco di assorbimento (una volta sottratto il background, dovuto alle transizioni interbanda) ha forma lorentziana, caratteristica del regime di eccitone. L'altezza del picco decresce all'aumentare della temperatura, ma contemporaneamente la larghezza della riga aumenta, di modo che il coefficiente di assorbimento integrato sulle frequenze (I) è indipendente dalla temperatura

$$I = \int_{linea} \alpha(\omega) d\omega = I_0$$

Alle basse temperature invece ($T \leq 77K$) la riga non ha più forma lorentziana, è asimmetrica e presenta un massimo in corrispondenza al minimo di riflettività (cioè alla frequenza longitudinale). L'altezza del picco aumenta al crescere della temperatura (esattamente l'opposto di quanto avviene nel regime delle alte temperature) mentre la larghezza resta sostanzialmente invariata. Ne consegue che l'area sottesa dal picco dipende dalla temperatura ed è comunque drasticamente ridotta (di un fattore circa 10) rispetto a quella osservata nel regime delle alte temperature.

Anche la linea di assorbimento $B_{n=1}$ con $\vec{E} \parallel \vec{c}$ (FIG.3b) presenta le medesime caratteristiche. Tuttavia, la transizione tra i 2 regimi avviene in questo caso a temperature notevolmente inferiori ($\approx 5K$) ed inoltre la diminuzione dell'area sottesa dal picco alle basse temperature è molto meno marcata rispetto al caso precedente. Nessuna transizione è invece evidenziabile per la risonanza $C_{n=1}$.

Le medesime caratteristiche sono evidenti anche negli spettri di Bosacchi, Bosacchi, Franchi [8] in GaSe.

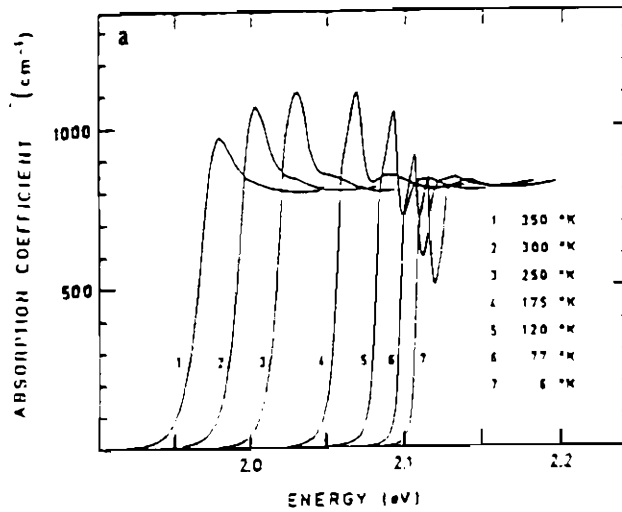


FIG.4a (Da Ref. [8]) Linea di assorbimento in GaSe in condizioni di incidenza normale ($\vec{E} \perp \vec{c}$) alle temperature indicate.

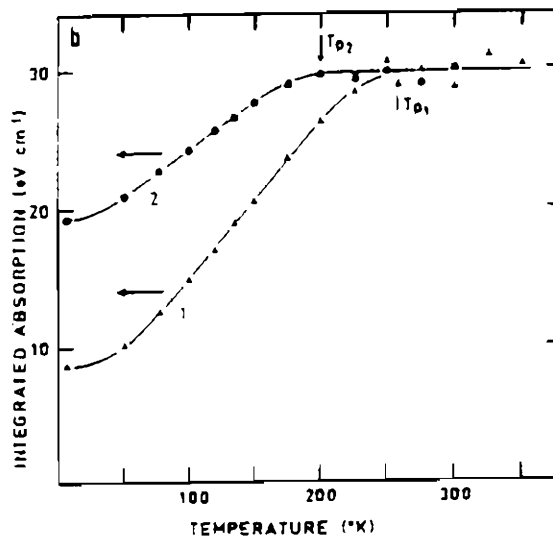


FIG.4b (Da Ref. [8]) Dipendenza dalla temperatura del coefficiente di assorbimento integrato (I) per campioni di spessore $97\mu m$ (curva 1) e $26\mu m$ (curva 2)

FIG.4b rappresenta il coefficiente di assorbimento integrato I in funzione della temperatura. Si noti che la rapidità con cui I si discosta dal valore classico e la temperatura a cui avviene la transizione sono tanto più elevate quando maggiore è lo spessore del campione.

Questo insieme di dati sperimentali suggerisce che il regime delle basse temperature possa essere identificato come il regime di polaritone, regime in cui il forte accoppiamento tra radiazione e materia non può essere trascurato. Tale interpretazione spiegherebbe, tra l'altro, le diverse caratteristiche delle linee $A_{n=1}$, $B_{n=1}$, $C_{n=1}$ evidenziate da Voigt [7] in CdS. Infatti, mentre per i polaritoni associati alla risonanza $A_{n=1}$ l'unico meccanismo di decadimento è quello indotto dallo scattering, il tempo di vita dei polaritoni di elevata energia (associati alle risonanze B, C) è principalmente determinato dal decadimento verso stati di energia inferiore (tipicamente gli stati del continuo associati alla risonanza $A_{n=1}$) e dunque gli effetti di polaritone risultano mascherati.

5. INTERPRETAZIONI TEORICHE

Si può tenere conto in maniera fenomenologica dei processi dissipativi introducendo nella funzione dielettrica una larghezza Γ ; si studia quindi la transizione tra il regime di eccitone e il regime di polaritone anziché in funzione della temperatura, in funzione di Γ . (In effetti alle basse temperature, se la causa dominante di dissipazione è lo scattering da fononi longitudinali acustici, Γ è una funzione lineare nella temperatura).

Come però ha evidenziato Loudon [9], una funzione dielettrica

dissipativa in un mezzo non spazialmente dispersivo e isotropo

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_{\infty} + \frac{4\pi\beta\omega_T^2}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma} \quad (9)$$

non è in grado di spiegare le caratteristiche particolari dell' assorbimento dei polaritoni. Infatti, detto N l'indice di rifrazione complesso

$$N = n + i\kappa$$

il coefficiente di assorbimento è dato da

$$\begin{aligned} \alpha(\omega) &= \frac{\text{En. assorbita per unità di tempo e di volume}}{\text{En. incidente per unità di tempo e di superficie}} \\ &= \frac{2\omega\kappa}{c} \end{aligned} \quad (11)$$

Partendo dalla (9), il coefficiente di assorbimento integrato I risulta indipendente dal valore del parametro di damping Γ e non si discosta dal valore costante neppure nel processo di limite.

$$\begin{aligned} I(\Gamma) &= \int_{\text{linea}} \alpha(\omega) d\omega = I_0 \\ \lim_{\Gamma \rightarrow 0} I(\Gamma) &= I_0 \end{aligned}$$

Questo andamento è in netto contrasto con quello evidenziato negli spettri sperimentali (si confronti con FIG. 4b). Inoltre va osservato che la (11) non è in grado di giustificare la dipendenza di α dallo spessore d del campione.

6. IL RUOLO DELLA DISPERSIONE SPAZIALE NELL'ASSORBIMENTO

La transizione tra i 2 regimi è predetta in maniera sorprendentemente buona se si tiene conto della dispersione spaziale e si utilizza la funzione dielettrica dispersiva e dissipativa

$$\epsilon(\omega, \vec{k}) = \epsilon_\infty + \frac{4\pi\beta\omega_T^2}{\omega_T^2 + \frac{\hbar^2\omega_T}{M}k^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma}. \quad (12)$$

Benchè il ruolo della dispersione spaziale nell'assorbimento fosse già stato in parte evidenziato in un lavoro del 1979 di De Crescenzi, Harbeke e Tosatti [10], la questione è stata limpidamente e definitivamente chiarificata (a nostra conoscenza) da Akhmediev [11].

Per un mezzo spazialmente dispersivo la simultanea propagazione di 2 modi alla medesima energia fa sì che la legge di attenuazione del fascio non sia più descrivibile come un semplice decadimento di tipo esponenziale. Ciascuno dei 2 modi è ancora caratterizzato (come nel caso non dispersivo) da un coefficiente di assorbimento della forma (11); tuttavia il polaritone fisico che si propaga nel mezzo non si identifica con nessuno dei 2 modi precedenti, ma è una loro ben precisa combinazione lineare.

L'utilizzo di una opportuna ABC e delle condizioni di Maxwell permette in linea di principio il calcolo in un mezzo spazialmente dispersivo dei coefficienti di riflessione e trasmissione, così come delle ampiezze dei 2 modi che si propagano nel cristallo, rendendo in tal modo possibile la stima di α per ogni valore di ω e dello spessore d del campione. Tuttavia il calcolo, oltre a risultare alquanto complesso, fornisce un risultato che può dipendere fortemente dalla scelta delle ABC.

Come mostrato in Ref. [11], tuttavia, in una regione prossima a quella di risonanza, se lo spessore del campione è molto maggiore della lunghezza di attenuazione di entrambi i modi, il coefficiente di assorbimento del mezzo spazialmente dispersivo si identifica grosso modo con il minore fra i 2

$$\alpha(\omega) = \text{Min}(\alpha_1(\omega), \alpha_2(\omega)). \quad (13)$$

Questa approssimazione permette di stimare il valore critico del parametro di damping:

$$\Gamma_C = \omega_T \left(\frac{16\pi\beta\hbar\omega_T}{Mc^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

In corrispondenza a $\Gamma = \Gamma_C$ le caratteristiche dell'assorbimento mutano drasticamente.

Per $\Gamma < \Gamma_C$ vi è un valore della frequenza $\omega = \bar{\omega}$ in corrispondenza al quale i 2 modi hanno valori coincidenti del coefficiente di assorbimento. Il modo caratterizzato dal coefficiente di assorbimento inferiore è differente a seconda che si considerino frequenze inferiori o superiori a $\bar{\omega}$, e la riga assume forma trapezoidale. (Si veda FIG. 5a). La riga risulta quindi asimmetrica e con un picco alla frequenza longitudinale [11,12], in accordo con gli esperimenti. Si può poi mostrare che, in perfetto accordo con gli spettri di Ref. [7], per $\Gamma \ll \Gamma_C$ il picco cresce linearmente con Γ mentre la larghezza di riga resta sostanzialmente costante.

Per $\Gamma > \Gamma_C$ le relazioni di dispersione per il mezzo descritto dalla funzione dielettrica (12) mostrano che, dei 2 modi che si possono propagare nel cristallo alla medesima energia, ve ne è uno caratterizzato dal coefficiente di assorbimento inferiore per tutti i valori delle frequenze nell'intorno della risonanza. In virtù della

identificazione (13) la forma della riga di assorbimento è dunque determinata da un solo modo, come in un mezzo classico (intendendo con ciò un mezzo privo di dispersione spaziale). (Si veda FIG. 5b). Questo modo corrisponde all'eccitone smorzato (a differenza di quanto avviene nel regime $\Gamma < \Gamma_C$, in cui i due modi che contribuiscono all'assorbimento sono i modi misti di eccitone e fotone). Per $\Gamma \gg \Gamma_C$ la riga assume forma lorenziana; pertanto l'altezza del picco è una funzione inversamente proporzionale in Γ mentre la larghezza Δ cresce proporzionalmente a Γ . Questo andamento giustifica perfettamente gli spettri sperimentali di FIG. 3a e 4a nel regime delle alte temperature.

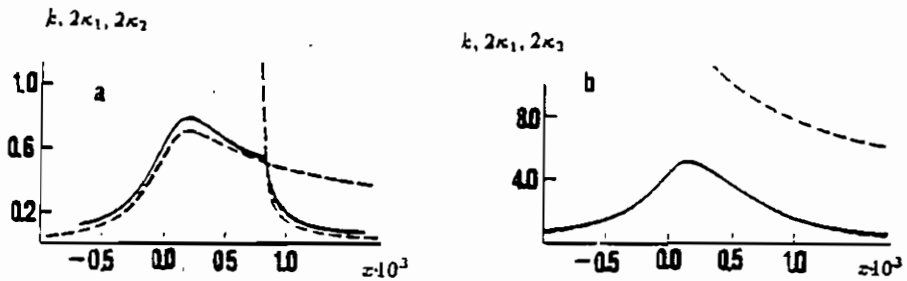


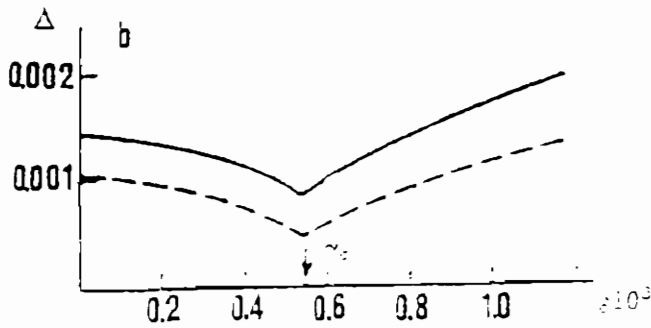
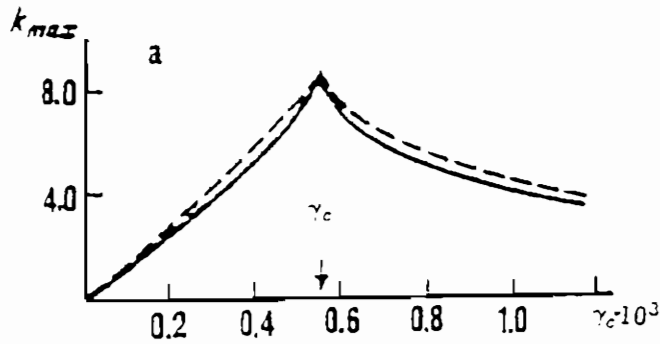
FIG.5 (Da Ref. [11]) Dipendenza del coefficiente di assorbimento ($k = \frac{c}{\omega_T} \alpha(\omega)$) calcolato in maniera esatta (linea continua) e approssimata mediante la (13) (linea tratteggiata) dalla frequenza ($x = \frac{\omega - \omega_T}{\omega_T}$) per (a) $\Gamma < \Gamma_C$ (b) $\Gamma > \Gamma_C$

Il coefficiente di assorbimento integrato risulta

$$\Gamma > \Gamma_C \quad I = \frac{\omega_T^2}{c} \left(\frac{2\pi\beta}{\sqrt{\epsilon_\infty}} \right)$$

$$\Gamma < \Gamma_C \quad I = \frac{\omega_T^2}{c} \left(\frac{4\pi\beta}{\sqrt{\epsilon_\infty}} \right) \left[\arctan \frac{\Gamma}{(\Gamma_C^2 - \Gamma^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\Gamma(\Gamma_C^2 - \Gamma^2)^{\frac{1}{2}}}{\Gamma_C^2} \right]$$

e possiede le caratteristiche richieste. In particolare, per $\Gamma \ll \Gamma_C$ è una funzione lineare in Γ mentre è costante al di sopra di Γ_C .



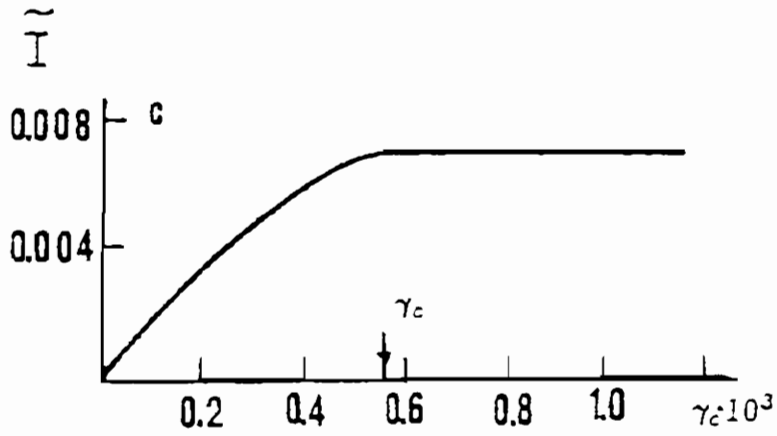


FIG.6 (Da Ref. [11]) Grafici a) del valore massimo del coefficiente di assorbimento ($k = \frac{c}{\omega_T} \alpha(\omega)$) (linea continua: valore approssimato come calcolato in Ref. [11]; linea tratteggiata: valore esatto); b) della larghezza di riga; c) del coefficiente di assorbimento integrato ($\tilde{I} = \frac{c}{\omega_T^2} I$) in funzione del parametro di damping ($\gamma = \frac{\Gamma}{\omega_T}$).

7. ULTERIORI CONFERME DEL RUOLO DELLA DISPERSIONE SPAZIALE NELL'ASSORBIMENTO

Posizione e larghezza del picco di assorbimento.

Nelle osservazioni sperimentali a basse temperature si nota che il picco di assorbimento è situato ad energie superiori a quella di risonanza ed è abbastanza allargato. Negli spettri di Ref. [7] si trova una semilarghezza a metà altezza Δ (in campioni di CdS a $T=4.2K$) di circa 2 meV, che è dell'ordine dello splitting longitudinale-trasverso ($\omega_{LT} = 1.9meV$).

Una funzione dielettrica della forma (9) implica che il picco di assorbimento sia alla frequenza di risonanza. Inoltre, se seguendo Tait e Weiher [12] si identifica il parametro fenomenologico Γ con la probabilità per unità di tempo che il polaritone decada a causa dello scattering dovuto ai fononi longitudinali acustici, Δ dovrebbe coincidere col parametro Γ stesso e ciò condurrebbe ad una larghezza di riga di soli 10^{-5} eV. Viceversa, con una funzione dielettrica dispersiva del tipo (12) Δ non si identifica più col parametro Γ e risulta invece dell'ordine dello splitting longitudinale-trasverso; inoltre (12) predice che il picco sia effettivamente situato a frequenze superiori a quelle di risonanza e vicino alla frequenza longitudinale.

Frange di interferenza

Gli spettri di trasmissione di Voigt [7] evidenziano frange di interferenza laterali rispetto al minimo di trasmittività che non corrispondono a semplici frange Fabry Perot, ma possono essere interpretate come prodotte dalla interferenza tra i 2 modi che in un mezzo spazialmente dispersivo si propagano alla medesima energia.

Dipendenza di α dallo spessore

Un mezzo descritto dalla funzione dielettrica (9) fornisce un coefficiente di assorbimento indipendente dallo spessore d del campione. La dipendenza da d osservata sperimentalmente (FIG.4b) è giustificata qualora si consideri il mezzo spazialmente dispersivo.

8. TRATTAZIONE MICROSCOPICA E CONNESSIONE CON LA TEORIA MACROSCOPICA.

Nella trattazione microscopica di Ref.[12] si imputa il decadimento del polaritone all'interazione eccitone-fonone. L' hamiltoniana di interazione

$$H_{ex-ph} = \sum_{\vec{k}} \sum_{\vec{q}} \beta(\vec{q}) b_{\vec{k}+\vec{q}}^+ b_{\vec{k}} (c_{\vec{q}} + c_{-\vec{q}}^+) \quad (15)$$

è trattata come perturbazione sulla hamiltoniana dei campi accoppiati di eccitone e radiazione (i cui autostati sono appunto i polaritoni). La probabilità $W_j(\vec{k})$ totale che un polaritone in un determinato stato iniziale, caratterizzato dal numero d'onda \vec{k} , in una determinata branca (j) decada verso un qualsiasi altro stato di polaritone a causa dello scattering si ottiene mediante la regola d'oro di Fermi sommando poi su tutte le possibili transizioni intere e intrabranca.

Da un punto di vista macroscopico in Ref. [12] il mezzo viene caratterizzato da una funzione dielettrica della forma

$$\epsilon(\omega, \vec{k}) = \epsilon_{\infty} + \frac{4\pi\beta\omega_T^2}{\omega_T^2 + \frac{\hbar^2\omega_T}{M} k^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_j(k)} \quad j = 1, 2 \quad (16)$$

Questa differisce dalla (12) per il fatto che in (16) si ammette che il parametro di damping possa dipendere dall'indice di branca

j e dal vettore d'onda \vec{k} . La connessione con la trattazione microscopica è effettuata identificando $\Gamma_j(\vec{k})$ nella (16) con il rate di decadimento $W_j(\vec{k})$ calcolato microscopicamente. A nostro parere questa procedura non è del tutto giustificata: infatti il $\Gamma_j(k)$ calcolato microscopicamente è quello del polaritone, mentre la costante dielettrica (16) contiene i parametri dell'eccitone. La connessione tra trattazione macroscopica e teoria microscopica dell'assorbimento è quindi non completamente risolta.

In ref. [12] lo scattering dei polaritoni avviene per opera dei fononi longitudinali acustici (trattati con il potenziale di deformazione). Altri autori (si veda ad es. [13]) hanno studiato l'effetto dello scattering da fononi longitudinali ottici, trattati col potenziale di Fröhlich (in materiali II, VI è stato studiato anche il ruolo dell'accoppiamento piezoelettrico, ma si è trovato che questo produce effetti del tutto trascurabili). Il contributo allo scattering dovuto ai fononi longitudinali ottici è importante a temperatura ambiente, ma trascurabile a bassa temperatura a causa del fattore di occupazione di Bose: quindi la transizione dal regime di polaritone a quello di eccitone è dovuta, in un cristallo ideale, principalmente a scattering da fononi acustici.

Anche sperimentalmente si è tentato di identificare il meccanismo di decadimento del polaritone. Dagenais e Sharfin [14] affermano che i loro spettri di trasmissione in CdS possono essere correttamente interpretati utilizzando una funzione dielettrica della forma (12) purchè si ammetta che Γ sia funzione della energia. Per interpolazione sui loro dati sperimentali, gli autori trovano che, a frequenze maggiori della frequenza longitudinale dell'eccitone A (ω_{LA}) la dipendenza di Γ dalla energia è ben riprodotta imputando

il decadimento ai fononi longitudinali acustici. L'interpolazione fornisce invece Γ circa costante al di sotto di ω_{LA} e ciò spinge gli autori ad identificare nello scattering da impurezze la causa principale del decadimento del polaritone a basse energie. A conferma della loro ipotesi essi citano il fatto che i loro spettri mostrano una dipendenza dalla temperatura solo per $\omega > \omega_{LA}$, mentre per frequenze inferiori osservano una forte dipendenza dei dati dal campione utilizzato.

Se questa sia l'interpretazione corretta è tuttavia (a nostra conoscenza) una questione non ancora del tutto chiarita.

RIASSUNTO

Gli spettri di assorbimento in funzione della temperatura evidenziano l'esistenza di due regimi nettamente distinti. Alle alte temperature il picco ha forma lorentziana; la sua altezza decresce al crescere della temperatura mentre la larghezza aumenta col risultato che il coefficiente di assorbimento integrato sulle frequenze (I) resta costante. Viceversa alle basse temperature il picco di assorbimento, oltre a risultare notevolmente ridotto, cresce con la temperatura mentre la larghezza sostanzialmente non varia. Inoltre I si discosta dal valore costante e tende a zero al diminuire della temperatura.

Ipotizzando che lo scattering da fononi sia la causa dell'assorbimento, si può tentare, dal punto di vista teorico, di interpretare gli spettri facendo uso di una funzione dielettrica in cui si tenga conto della dissipazione mediante un parametro di damping Γ e studiare quindi le caratteristiche dell'assorbimento al variare di Γ .

Una funzione dielettrica che non tenga conto della dispersione spaziale è incapace di predire la transizione tra i due regimi e, in

particolare, fornisce un valore per il coefficiente di assorbimento integrato costante e finito anche nel limite in cui Γ tende ad annullarsi. Viceversa tenendo conto della dispersione spaziale e identificando il coefficiente di assorbimento con quello del modo caratterizzato dal coefficiente di assorbimento inferiore (in un mezzo spazialmente dispersivo vi sono infatti 2 modi che si propagano alla medesima energia) è possibile predire il valore critico del parametro Γ al quale ha luogo la transizione e riprodurre correttamente le caratteristiche della linea di assorbimento tanto nel regime di forte che di debole dissipazione. Tuttavia la connessione tra il parametro fenomenologico Γ e la teoria microscopica dello scattering polaritone-fonone non è ancora chiarita in maniera soddisfacente.

BIBLIOGRAFIA

- [1] J.J.Hopfield, Phys.Rev **112**, 1555 (1958).
- [2] K.Huang, Proc.Roy.Soc.A **208**, 352 (1951).
- [3] S.I.Pekar, Sov.Phys.JETP **6**, 785 (1958); S.I.Pekar, *Crystal Optics and Additional Light Waves* (Benjamin-Cummings, Menlo Park, California, 1983).
- [4] J.J.Hopfield and D.G.Thomas, Phys.Rev.**132**, 563 (1963).
- [5] J.J.Hopfield, Phys.Rev.**182**, 945 (1969).
- [6] L.C.Andreani, in *Confined Electrons and Photons: new Physics and Devices*, edited by E. Burstein and C. Weisbuch (Plenum Press, 1994).
- [7] J.Voigt, Phys.Stat.Sol(b), **64**, 549 (1974).
- [8] A.Bosacchi, B.Bosacchi and S.Franchi, Phys.Rev.Lett **36**, 1086 (1976).
- [9] R.Loudon, J.Phys. **A3**, 233 (1970).

- [10] M.De Crescenzi, G.Harbeke and E.Tosatti, Solid State Comm. **32**, 777 (1979).
- [11] N.N.Akhmediev, Sov.Phys.JETP **52**, 773 (1980).
- [12] W.C.Tait and R.L.Weihner, Phys.Rev **166**, 769 (1968).
- [13] S.Rudin, T.L.Reinecke and B.Segall, Phys.Rev. **B42**, 11218 (1990).
- [14] M.Dagenais and W.F.Sharfin, Phys. Rev. Lett. **58**, 1776 (1987).

Umberto Bellotti

**Dipartimento di Fisica "A. Volta"
Università di Pavia**

**IL CAMPO ELETTRICO
GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME
IN MOVIMENTO IN UN MEZZO ISOTROPO**

Seminario tenuto il 12 novembre 1993

1. INTRODUZIONE

Recentemente il problema della determinazione del campo elettrico generato da una carica puntiforme in movimento è stato oggetto di rinnovato interesse in letteratura [1], in relazione anche all'esigenza di determinare teoricamente le caratteristiche della luce di sincrotrone (distribuzione spettrale e angolare, potenza emessa, etc.).

Nelle sue lezioni [2,3] Feynman fornisce un'espressione per tale campo elettrico nel vuoto, senza per altro darne completa dimostrazione; nel sistema di Gauss, essa assume la seguente forma:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = q \left(\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} + \frac{R}{c} \frac{d}{dt} \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} + \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \hat{\mathbf{R}}}{dt^2} \right)_{t' = t - \frac{R(t')}{c}} \quad (1)$$

Nella (1) q è la carica, c la velocità della luce nel vuoto ed $\mathbf{R} = \mathbf{R}(t')$ il vettore posizione che individua l'osservatore rispetto alla carica ($\hat{\mathbf{R}}$ è il corrispondente versore). La (1) mostra come, nel caso statico, il campo elettrico si riduca al campo coulombiano; il secondo termine, che si dimostra essere proporzionale a $\frac{1}{R^2}$, contiene correzioni al campo coulombiano, mentre il terzo contiene ancora correzioni al campo statico ed il termine di *radiazione*, proporzionale a $\frac{1}{R}$. Si osservi inoltre che al campo elettrico al tempo t contribuisce la radiazione emessa dalla carica nella posizione in cui si trovava all'istante t' , che precede l'istante t di un intervallo di tempo pari al tempo che la radiazione impiega, partendo dalla posizione ritardata, a raggiungere l'osservatore; il tempo t' è detto *tempo ritardato*. Una peculiarità della (1) è che in essa compaiono derivate rispetto al tempo t dell'osservatore; ciò rappresenta, rispetto ad altre espressioni in cui compaiono derivate rispetto al tempo ritardato, una semplificazione concettuale (la variabile temporale da cui dipende il campo elettrico è infatti t), tuttavia, come evidenziato nella (1), risulta comunque necessario risolvere la non banale equazione $t' = t - \frac{R(t')}{c}$ che dà la dipendenza funzionale $t'(t)$ e ciò implica la conoscenza della legge oraria cui obbedisce la distanza R tra particella e osservatore.

Un'altra espressione per il campo elettrico, ampiamente utilizzata, è quella di Liénard-Wiechert:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = q \left\{ \frac{(1 - \beta^2)(\hat{\mathbf{R}} - \boldsymbol{\beta})}{(1 - \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta})^3 R^2} + \frac{1}{c} \frac{\hat{\mathbf{R}} \times [(\hat{\mathbf{R}} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(1 - \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta})^3 R} \right\}_{t'=t(t)} \quad (2)$$

Nella (2) $\boldsymbol{\beta}(t') \equiv \frac{\mathbf{v}(t')}{c} \equiv \frac{1}{c} \frac{d}{dt'} \mathbf{r}_q(t')$ ed $\mathbf{R} = \mathbf{R}(t')$, essendo $\mathbf{r}_q(t')$ la legge oraria che descrive il moto della carica; tutte le derivate sono fatte rispetto al tempo ritardato t' . Anche in questo caso occorre conoscere, dopo aver effettuato le derivate, $t'(t)$. La (2) ha il vantaggio di separare la parte di *near field* ($\propto \frac{1}{R^2}$) da quella di *far field* ($\propto \frac{1}{R}$), tuttavia risulta scritta in una forma piú complessa rispetto alla (1). In letteratura è stata dimostrata direttamente [4] e a partire dalle equazioni di Maxwell [5] l'equivalenza delle espressioni (1) e (2). Nel seguito verrà data una originale espressione alternativa alle due precedenti.

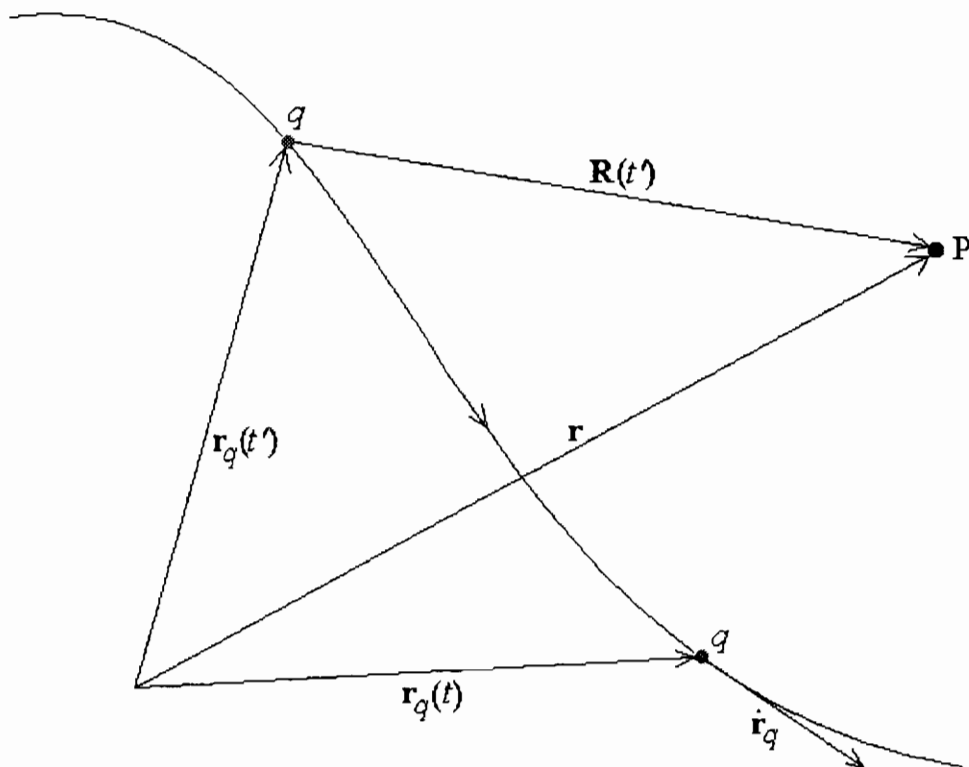


Fig. 1

Interessante è la generalizzazione al caso di un mezzo, che consente di spiegare effetti quali la radiazione Čerenkov, tipicamente sfruttata in applicazioni quali i lasers ad elettroni liberi (FEL) ed i rivelatori di particelle ad effetto Čerenkov [1,6]. Nella trattazione che segue ci si propone, dopo aver brevemente introdotto il problema della determinazione del campo elettrico generato da una carica in un mezzo (una dettagliata esposizione può essere trovata in [1] e [6]), di generalizzare la formula di Feynman al caso di un mezzo, commentando i risultati ottenuti ed illustrandoli con qualche esempio.

2. IL CAMPO ELETTRICO IN UN MEZZO ISOTROPO

Dalle equazioni di Maxwell, espresse nel sistema di Gauss e valide nel vuoto,

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},\end{aligned}\tag{3}$$

rappresentando i campi elettrico e magnetico nella forma *integrale di Fourier*

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d\mathbf{k} \int d\omega \mathbf{A}(\mathbf{k}, \omega) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)},\tag{4}$$

si ottiene, eliminando il campo magnetico, l'equazione d'onda per il campo elettrico, nello spazio di Fourier,

$$N^2 \left[(\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)) \hat{\mathbf{k}} - \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) \right] + \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{4\pi i}{\omega} \mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega),\tag{5}$$

dove $N \equiv \frac{ck}{\omega}$ è l'indice di rifrazione del mezzo. Nelle (3) e (5) \mathbf{J} rappresenta la densità di corrente totale, quindi rende conto anche della risposta del mezzo. Se il mezzo è *omogeneo, isotropo, non assorbente e non dispersivo* e se la sua *risposta è lineare*, si può scrivere

$$\mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega) = \sigma \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) + \mathbf{j}(\mathbf{k}, \omega),\tag{6}$$

dove σ è la conducibilità (costante) e $\mathbf{j}(\mathbf{k}, \omega)$ la densità di corrente prodotta da una sorgente assegnata (ad esempio una carica in movimento). Con la (6), la (5) diventa

$$\left[N^2(\hat{\mathbf{k}}\hat{\mathbf{k}} - \mathbf{I}) + \varepsilon\mathbf{I} \right] \cdot \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{-4\pi i}{\omega} \mathbf{j}(\mathbf{k}, \omega), \quad (7)$$

essendo $\varepsilon = 1 + \frac{4\pi i}{\omega} \sigma$ la costante dielettrica complessa. Si osservi che, essendo il mezzo non assorbente, σ è immaginario ed ε reale. Invertendo la (7) ed utilizzando l'equazione di continuità nello spazio di Fourier $\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{j}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\omega}{k} \rho(\mathbf{k}, \omega)$, è possibile esprimere il campo elettrico in funzione delle densità di corrente \mathbf{j} e di carica ρ :

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{-4\pi i}{\omega} \left[\frac{\mathbf{j}(\mathbf{k}, \omega)}{\varepsilon - N^2} + \frac{\omega}{k} \left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon - N^2} \right) \rho(\mathbf{k}, \omega) \hat{\mathbf{k}} \right]. \quad (8)$$

Dalla (8), utilizzando la (4) e la sua inversa, si ottiene il campo elettrico nello spazio reale in termini delle densità di corrente e di carica nello spazio reale:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = & \frac{-4\pi i}{c^3 (2\pi)^4} \int dN \int d\Omega_{\mathbf{k}} \int d\omega \int d\mathbf{r}' \int dt' \omega^2 \times \\ & \times \left[\frac{N^2}{\varepsilon - N^2} \mathbf{j}(\mathbf{r}', t') + \omega N^2 \left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon - N^2} \right) \rho(\mathbf{r}', t') \frac{\hat{\mathbf{k}}}{k} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Nella (9) l'integrazione sull'indice di rifrazione N presenta due poli per $N = \pm\sqrt{\varepsilon}$. Tuttavia, al fine di ottenere soluzioni fisiche, va considerato il solo contributo del polo positivo, poiché la considerazione di quello negativo condurrebbe a soluzioni in cui compaiono *tempi anticipati*, contro il principio di causalità. Effettuati gli integrali nello spazio di Fourier, la (9) diventa

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \Psi(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \\
\Psi(\mathbf{r}, t) &\equiv \int d\mathbf{r}' \int dt' \frac{\rho(\mathbf{r}', t')}{\varepsilon |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \delta\left(t' - t + \frac{\sqrt{\varepsilon} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}\right) \\
\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) &\equiv \int d\mathbf{r}' \int dt' \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t')}{c |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \delta\left(t' - t + \frac{\sqrt{\varepsilon} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}\right).
\end{aligned} \tag{10}$$

Analogamente a quanto accade nel vuoto, al campo elettrico nella (10) contribuiscono, a causa della presenza delle δ di Dirac nelle espressioni del potenziale scalare Ψ e del potenziale vettore \mathbf{A} , solo i tempi ritardati t' relativi alle diverse posizioni \mathbf{r}' . In questo caso, a differenza che nel vuoto, il ritardo viene calcolato considerando correttamente la velocità della luce nel mezzo $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$.

La (10) vale per generiche distribuzioni di carica e corrente. Specializzando il calcolo al caso di una *carica puntiforme*, si ha $\mathbf{j}(\mathbf{r}', t') = q \dot{\mathbf{r}}_q(t') \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_q(t'))$ e $\rho(\mathbf{r}', t') = q \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_q(t'))$; si ottiene

$$\begin{aligned}
\Psi(\mathbf{r}, t) &= \frac{q}{\varepsilon} \int dt' \frac{\delta(t' - t + \sqrt{\varepsilon} R/c)}{R} \\
\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) &= \frac{q}{c} \int dt' \frac{\delta(t' - t + \sqrt{\varepsilon} R/c)}{R} \dot{\mathbf{r}}_q,
\end{aligned} \tag{11}$$

dove $\mathbf{R}(t') \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t')$ (si veda la Fig. 1). Procedendo nel calcolo del campo elettrico in (10), risulta, con la prima delle (11),

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \Psi(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{\varepsilon} \int dt' \left[-\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \delta(t' - t + \sqrt{\varepsilon} R/c) + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R} \frac{d\delta}{df} \right], \tag{12}$$

essendo $f \equiv t' - t + \sqrt{\varepsilon} R/c$. Scrivendo $\frac{d\delta}{df} = \left(\frac{df}{dt'}\right)^{-1} \frac{d\delta}{dt'} = (1 - \sqrt{\varepsilon} \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta})^{-1} \frac{d\delta}{dt'}$,

dove $\boldsymbol{\beta} \equiv \frac{\dot{\mathbf{r}}_q}{c}$, e ricordando che $\delta[f(t')] = \sum_r \frac{\delta(t' - t'_r)}{|df/dt'|_{t'=t'_r(t)}}$, dove r numerava i

vari tempi ritardati corrispondenti al tempo t , la (12) diventa, integrando per parti il termine contenente la derivata della δ ,

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{q}{\varepsilon} \sum_r \left\{ \begin{array}{l} \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2 |1 - \sqrt{\varepsilon} \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta}|} + \\ + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} \frac{1}{|1 - \sqrt{\varepsilon} \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta}|} \frac{d}{dt'} \left[\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R(1 - \sqrt{\varepsilon} \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta})} \right] \end{array} \right\}_{t'=t'_r(t)} \quad (13)$$

A partire dalla seconda delle (11), procedendo analogamente, si ottiene il termine relativo al potenziale vettore:

$$\frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = q \sum_r \left\{ \frac{1}{|1 - \sqrt{\varepsilon} \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta}|} \frac{d}{dt'} \left[\frac{\boldsymbol{\beta}}{R(1 - \sqrt{\varepsilon} \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta})} \right] \right\}_{t'=t'_r(t)} \quad (14)$$

Il campo elettrico assume finalmente la seguente forma:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{\varepsilon} \sum_r \left\{ \begin{array}{l} \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2 |1 - \sqrt{\varepsilon} \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta}|} + \\ + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} \frac{1}{|1 - \sqrt{\varepsilon} \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta}|} \frac{d}{dt'} \left[\frac{\hat{\mathbf{R}} - \sqrt{\varepsilon} \boldsymbol{\beta}}{R(1 - \sqrt{\varepsilon} \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta})} \right] \end{array} \right\}_{t'=t'_r(t)} \quad (15)$$

Nella (15) è possibile derivare direttamente rispetto al tempo t' oppure esprimere tale derivata in funzione della derivata rispetto al tempo t e procedere poi con il calcolo: nel primo caso si giunge alla generalizzazione della (2), nel secondo alla generalizzazione della (1).

Derivando nella (15) rispetto a t' , si ottiene

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{\varepsilon} \sum_r \left\{ \frac{(1 - \varepsilon \beta^2)(\hat{\mathbf{R}} - \sqrt{\varepsilon} \boldsymbol{\beta})}{|1 - \sqrt{\varepsilon} \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta}|^3 R^2} + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} \frac{\hat{\mathbf{R}} \times [(\hat{\mathbf{R}} - \sqrt{\varepsilon} \boldsymbol{\beta}) \times \sqrt{\varepsilon} \boldsymbol{\beta}]}{|1 - \sqrt{\varepsilon} \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta}|^3 R} \right\}_{t'=t'_r(t)} \quad (16)$$

La (16) è la *formula di Liénard-Wiechert generalizzata*, valida in un mezzo di costante dielettrica ε . Nel limite del vuoto, $\varepsilon=1$ e cade la sommatoria sui tempi ritardati, poiché in questo caso vi è, per ogni istante t , un unico tempo ritardato; la (16) coincide quindi con la (2).

Procedendo ora diversamente, si può scrivere, tenendo presente che $t' = t - \sqrt{\epsilon} R(t')/c$, $\frac{d}{dt'} = \left(\frac{dt'}{dt}\right)^{-1} \frac{d}{dt} = \left(1 - \frac{\sqrt{\epsilon}}{c} \frac{dR}{dt}\right)^{-1} \frac{d}{dt}$ e, essendo anche $\frac{dt}{dt'} = 1 - \sqrt{\epsilon} \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta}$, risulta $1 - \frac{\sqrt{\epsilon}}{c} \frac{dR}{dt} = \frac{1}{1 - \sqrt{\epsilon} \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta}}$. Sostituendo nella (15), si ottiene

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{\epsilon} \sum_r \left\{ \begin{array}{l} \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \left| 1 - \frac{\sqrt{\epsilon}}{c} \frac{dR}{dt} \right| + \frac{\sqrt{\epsilon}}{c} \frac{1 - (\sqrt{\epsilon}/c) dR/dt}{1 - (\sqrt{\epsilon}/c) dR/dt} \times \\ \times \frac{d}{dt} \left[\frac{\hat{\mathbf{R}} - \sqrt{\epsilon} \boldsymbol{\beta}}{R} \left(1 - \frac{\sqrt{\epsilon}}{c} \frac{dR}{dt} \right) \right] \end{array} \right\}_{t'=t'_r(t)} \quad (17)$$

Nella (17) $\boldsymbol{\beta}$ è ancora espresso come derivata rispetto a t' . Ricordando la definizione di $\boldsymbol{\beta}$ ed essendo $\dot{\mathbf{r}}_q = -\frac{dt}{dt'} \frac{d\mathbf{R}}{dt} = -\left(1 - \frac{\sqrt{\epsilon}}{c} \frac{dR}{dt}\right)^{-1} \frac{d}{dt} (R\hat{\mathbf{R}})$, la (17), dopo qualche calcolo per altro laborioso, diventa

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_r \left\{ \frac{c - \sqrt{\epsilon} \frac{dR}{dt}}{c - \sqrt{\epsilon} \frac{dR}{dt}} \left[\frac{q}{\epsilon} \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} + \frac{q}{c\sqrt{\epsilon}} R \frac{d}{dt} \left(\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \right) + \frac{q}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} \hat{\mathbf{R}} \right] \right\}_{t'=t'_r(t)} \quad (18)$$

La (18) è la **formula di Feynman generalizzata**, che nel limite del vuoto coincide con la (1). In essa compare innanzitutto un doppio segno, che origina dal fatto che il termine $1 - \frac{\sqrt{\epsilon}}{c} \frac{dR}{dt}$ compare senza valore assoluto quando proviene dal passaggio dalle derivate rispetto a t' alle derivate rispetto a t , mentre compare con il valore assoluto quando proviene dallo sviluppo della δ in (12). Fisicamente questo fatto si spiega ricordando che solamente nel vuoto $\frac{dt}{dt'} = 1 - \hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta} > 0$ per qualunque $\boldsymbol{\beta}$; in questo caso i due tempi scorrono sempre nello stesso "verso" e le espressioni (1) e (2) conservano lo stesso segno relativo. In un mezzo, invece, ogni volta che $\hat{\mathbf{R}} \cdot \dot{\mathbf{r}}_q > \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}$, ovvero quando la carica si avvicina all'osservatore a velocità superiore a quella della luce nel mezzo, $\frac{dt}{dt'} < 0$

e il segno relativo delle (16) e (18) cambia. In verità tale cambiamento di segno è tutt'altro che banale, sia per il fatto che solo il secondo termine della (18) cambia realmente segno passando da t' a t , sia perché non è immediatamente chiara la relazione che intercorre tra la condizione suddetta di "inversione temporale" e la condizione fornita dal valore assoluto nella (18) $\frac{dR}{dt} > \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}$, per cui vale il segno negativo. Il primo punto può essere chiarito solamente effettuando passo-passo i calcoli che portano dalla (17) alla (18), mentre per quanto riguarda il secondo risulta opportuno determinare entro quali limiti può variare $\frac{dR}{dt}$ compatibilmente con il fatto che la carica non può superare la velocità della luce nel vuoto. Con qualche calcolo si ottiene

$$\frac{dR}{dt} < \frac{c}{\sqrt{\epsilon + 1}} \quad \text{e} \quad \frac{dR}{dt} > \frac{c}{\sqrt{\epsilon - 1}}. \quad (19)$$

Le conseguenze di questi limiti sono importanti. Nel vuoto, per cominciare, deve essere $\frac{dR}{dt} < \frac{c}{2}$; ciò risulta facilmente intuibile, poiché, se la carica si allontana dall'osservatore con velocità c , un tratto ΔR percorso nell'intervallo di tempo $\Delta t'$ risulta associato ad un intervallo di tempo Δt doppio, dovendosi considerare anche l'intervallo di tempo che la luce, a velocità c uguale a quella della carica, impiega a percorrere in verso opposto ΔR . In un mezzo, invece, $\frac{dR}{dt}$ deve in generale essere "esterno" ai due valori in (19), il primo dei quali è minore della velocità della luce nel mezzo, mentre il secondo è maggiore. Come prima cosa, si osservi che $\frac{dR}{dt}$ non può mai essere uguale alla velocità della luce nel mezzo $\frac{c}{\sqrt{\epsilon}}$, quindi la (18) non presenta ambiguità di segno, inoltre che può essere, in modulo, superiore a c . Questo fatto si comprende facilmente osservando che quando la carica si avvicina all'osservatore con velocità uguale a quella della luce nel mezzo, i campi generati in qualunque istante di tempo giungono all'osservatore contemporaneamente, poiché la carica "insegue" il campo da essa generato, perciò $\frac{dR}{dt} = -\infty$; d'altra parte, non appena la carica supera tale velocità, si ha "inversione temporale", quindi si può affermare equivalentemente che $\frac{dR}{dt} = +\infty$. Quando invece la carica si avvicina a velocità c , il campo generato ad un istante successivo ad uno dato giunge

per primo all'osservatore, il quale "vede" di conseguenza la carica in allontanamento ad una velocità pari a $\frac{c}{\sqrt{\epsilon-1}}$. Se però la carica si allontana a velocità c , anche per l'osservatore risulta in allontanamento, ad una velocità pari a $\frac{c}{\sqrt{\epsilon+1}}$. Da ultimo è importante sottolineare che solo per $\frac{dR}{dt} < \frac{c}{2\sqrt{\epsilon}}$ è garantita l'unicità dei tempi ritardati (si ripensi a ciò che succede nel vuoto).

La (18) può essere riscritta in una forma differente esplicitando la dipendenza $\mathbf{R}(t'(t)) = \mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t'(t))$ ed effettuando le derivate. I calcoli che ne conseguono sono piuttosto laboriosi, ma il risultato finale risulta di un certo interesse:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_r \left\{ \frac{1 + \sqrt{\epsilon}(\hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta})}{\left| 1 + \sqrt{\epsilon}(\hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta}) \right|} \left[\mathbf{E}^{nf}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}^{ff}(\mathbf{r}, t) \right] \right\}_{t'=t'_r(t)}$$

$$\mathbf{E}^{nf}(\mathbf{r}, t) \equiv \frac{q}{\epsilon R^2} \left\{ \begin{array}{l} \left[1 + 3\sqrt{\epsilon}(\hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta}) + 3\epsilon(\hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta})^2 - \epsilon\beta^2 \right] \hat{\mathbf{R}} + \\ - \left[\sqrt{\epsilon} + 2\epsilon(\hat{\mathbf{R}} \cdot \boldsymbol{\beta}) \right] \boldsymbol{\beta} \end{array} \right\} \quad (20)$$

$$\mathbf{E}^{ff}(\mathbf{r}, t) \equiv \frac{q}{c} \frac{\hat{\mathbf{R}} \times (\hat{\mathbf{R}} \times \dot{\boldsymbol{\beta}})}{R},$$

dove in questo caso $\boldsymbol{\beta} \equiv \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \mathbf{r}_q(t'(t))$. Analogamente all'espressione di Liénard-Wiechert, la (20) separa i contributi *far field* (*ff*) e *near field* (*nf*), inoltre il termine di radiazione appare in una forma particolarmente significativa: essa mostra che al campo di radiazione contribuisce solamente la componente dell'accelerazione trasversale alla direzione di propagazione. La formula (20) può risultare particolarmente utile come punto di partenza per il calcolo del campo elettromagnetico nelle vicinanze di una carica puntiforme, che permette di ottenere la forza di frizione elettromagnetica agente su una qualunque distribuzione di carica in movimento [7].

3. CASI PARTICOLARI

A titolo di esempio, la (18) verrà ora utilizzata per ottenere il campo elettrico in un caso particolarmente semplice, ma che già dà un'idea della complessità di tali calcoli. Sia $\mathbf{r}_q(t') = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \hat{\mathbf{n}} t'$, essendo $\hat{\mathbf{n}}$ un generico versore, quindi $\dot{\mathbf{r}}_q = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \hat{\mathbf{n}}$: la carica si muove di moto rettilineo uniforme alla velocità della luce nel mezzo (si veda la Fig. 2). Dapprima occorre calcolare $t'(t)$: nell'origine del sistema di riferimento $\mathbf{r}=0$, si ottiene

$$t(t') = t' + \sqrt{\epsilon} R(t')/c = t' + |t'| = \begin{cases} 2t' & t' \geq 0 \\ 0 & t' < 0 \end{cases}$$

Ciò significa che:

i) A $t < 0$ non corrisponde alcun tempo ritardato (in questo caso la carica si sta avvicinando "inseguendo" il campo), perciò il campo elettrico è nullo;

ii) A $t > 0$ corrisponde $t' = \frac{t}{2}$. Nella (18) il terzo termine di radiazione è nullo, essendo $\hat{\mathbf{R}}$ indipendente dal tempo; si ha quindi

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \left(\frac{q}{\epsilon R^2} \hat{\mathbf{R}} - \frac{2q}{c\sqrt{\epsilon}} \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \frac{dR}{dt} \right)_{t'=\frac{t}{2}} = \left(\frac{q}{\epsilon R^2} \hat{\mathbf{R}} - \frac{2q}{c\sqrt{\epsilon}} \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \frac{dt'}{dt} \frac{dR}{dt'} \right)_{t'=\frac{t}{2}} = \\ &= \frac{q}{\epsilon R^2} \hat{\mathbf{R}} - \frac{2q}{c\sqrt{\epsilon}} \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \frac{1}{2} \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} = 0. \end{aligned}$$

Anche in questo caso il campo elettrico è nullo. Questo risultato non è affatto intuitivo; ciò che accade è che il campo coulombiano statico è esattamente compensato dalle correzioni "dinamiche".

iii) A $t=0$ corrisponde $t'=0$, ovvero la carica coincide con l'origine; il campo elettrico presenta una singolarità, poiché evidentemente non è più valida l'approssimazione di carica puntiforme.

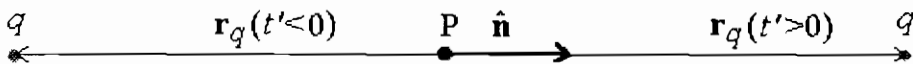


Fig. 2

Nella trattazione svolta si è più volte fatto riferimento alla possibilità che in un mezzo ad un fissato istante di tempo possano corrispondere più tempi ritardati, ovvero che al campo elettrico in quell'istante possano contribuire i campi generati in più istanti precedenti. Questo fatto, a parte che nel caso particolare in cui la carica "insegue" il campo, non risulta molto intuitivo. Nell'esempio che segue una carica si muove su una traiettoria elicoidale, avente un diametro di 6Km, con velocità angolare $\omega = 9.9 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$, cui corrisponde $\beta = 0.99$, e con velocità costante lungo l'asse dell'elica di $0.099c$. In Fig. 3 è presentata la funzione $t(t')$, relativa ad un punto distante 300m dalla circonferenza sezione dell'elica e situato nel piano definito da tale sezione a $t'=0$, per diversi valori della costante dielettrica: $\epsilon=1$ (vuoto), $\epsilon=10$, $\epsilon=20$ ed $\epsilon=30$. Nel vuoto una generica retta a t costante interseca sempre in un solo punto la funzione (monotona crescente), perciò vi è un solo tempo ritardato; si osservi tuttavia che la curva si discosta apprezzabilmente dalla retta a coefficiente angolare unitario corrispondente al caso non relativistico in cui $t=t'$. Al crescere della costante dielettrica compaiono subito tre e più intersezioni corrispondenti agli istanti t' che contribuiscono al campo al tempo t : fisicamente accade che se il campo generato dalla carica in un punto della traiettoria raggiunge l'osservatore in un tempo abbastanza lungo da consentire alla carica stessa di portarsi in un punto sufficientemente più vicino all'osservatore del precedente, i due campi possono giungere all'osservatore contemporaneamente. Il fatto che per $|t'| \gg 0$ le ampiezze delle oscillazioni diminuiscano, con conseguente riduzione del numero di tempi ritardati, può essere spiegato osservando che, quando la carica si trova molto lontana dall'osservatore, R risulta pressoché costante.

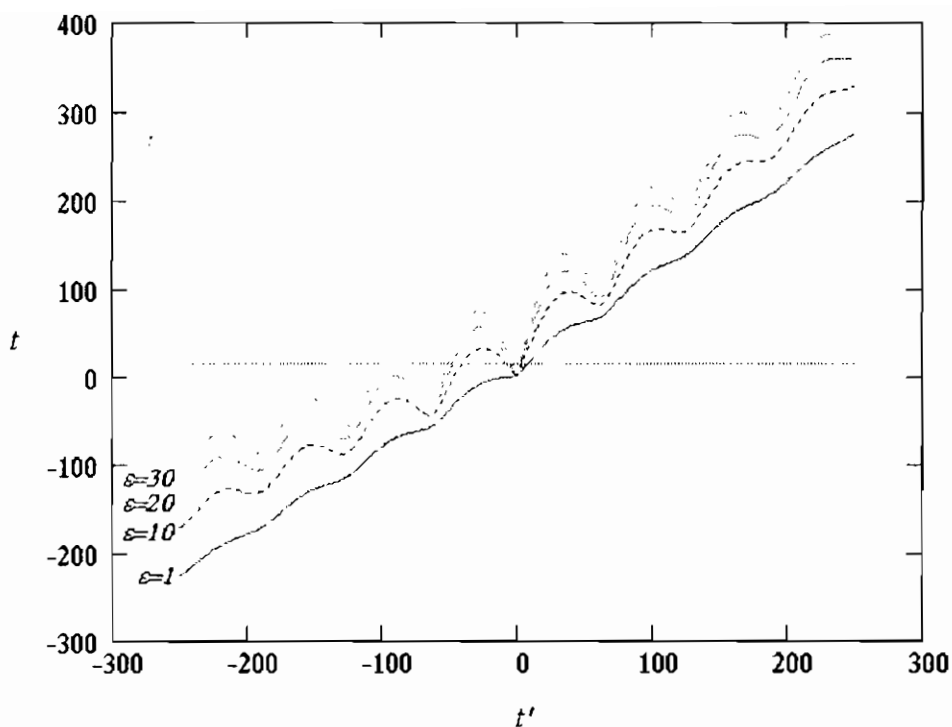


Fig. 3. Grafico della funzione $t(t')$ per un moto elicoidale (si veda il testo) per diversi valori di ϵ . I tempi sono in μs .

Referenze

- [1] M. Spada, *Scientifica Acta* volume III anno III numero 1, 13 (1988)
- [2] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *The Feynman lectures in Physics* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1963), Vol. II, Chap. 21
- [3] Reference 2, Vol. I, Chap. 28
- [4] C. Wang, *Phys. Rev. E* **47**, 4358 (1993)
- [5] A. R. Jana, T. Padmanabhan, T. P. Singh, *Am. J. Phys.* **56**, 1036 (1988)
- [6] M. Bornatici, M. Spada, *Am. J. Phys.* **57**, 634 (1989)
- [7] V. N. Melekhin, *Sov. Phys. JETP* **70**, 423 (1990)

Volume I - n. 1 4/3/1986	CINQUANTA ANNI DI INTERAZIONI DEBOLI: DALLA TEORIA DI FERMI ALLA SCOPERTA DEI BOSONI PESANTI - Marcello Conversi	pag. 1
Volume I - n. 2 1/7/1986	EFFECTS OF DIOXINS ON NATURE AND SOCIETY - Opening talk, Sergio P. Ratti	pag. 3
	DIOXIN IN MISSOURI - Armon F. Yanders	pag. 11
	DEMONSTRATION OF INNOVATIVE REMEDIAL ACTION TECHNOLOGIES AT UNITED STATES MILITARY DIOXIN CONTAMINATED SITES - Terry L. Stoddard	pag. 23
	TIMES BEACH DIOXIN RESEARCH FACILITY - Robert J. Schreiber	pag. 41
	E.P.A. RISK ASSESSMENT OF CHLORINATED DIBENZO-P-DIOXIN AND DIBENZOFURANS (CCDs/CDFs) - Donald G. Barnes, Patricia Roberts	pag. 51
	RECENT INTERNATIONAL COOPERATION IN EXCHANGE OF INFORMATION ON DIOXIN - Donald G. Barnes	pag. 63
Volume II - n. 1 15/9/1987	CHLORACNE AND THE AGENT ORANGE PROBLEM IN THE U.S.A. - B. Fischmann	pag. 69
	CONVEGNO SU "LA CONOSCENZA ATTUALE DELLA INTERAZIONE GRAVITA- ZIONALE" - MOTIVAZIONI DEL CONVEGNO - Sergio P. Ratti	pag. 3
	LA CONOSCENZA ATTUALE DELLA INTERAZIONE GRAVITAZIONALE: UN PROBLEMA APERTO - Sergio P. Ratti, Roberto Silvotti	pag. 5
	SVILUPPI RECENTI SULLA CONOSCENZA DELLA COSTANTE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE - Anna Grassi, Giuliano Strini	pag. 19
	LIMITI SPERIMENTALI SULLA MISURA DELL'ACCELERAZIONE DI GRAVITA' - Roberto Cassinis	pag. 31
	CONSEGUENZE SPERIMENTALI DELLA IPOTESI DI ESISTENZA DI UNA QUINTA INTERAZIONE - Fabrizio Massa	pag. 43
	VERIFICA DEL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA E FORZE TRA PARTICELLE ELEMENTARI - Bruno Bertotti	pag. 81
Volume II - n. 2 10/12/1987	TRANSIZIONE LIQUIDO SOLIDO - Mario Tosi	pag. 3
	EQUAZIONI DI MAXWELL NEL VUOTO ED ELETTRODINAMICA QUANTISTICA - Emilio Zavattini	pag. 27
Volume III - n. 1 6/6/1988	METODI DI DILATAZIONE ANALITICA E RISONANZE IN SISTEMI QUANTISTICI NON RELATIVISTICI - Fausto Borgonovi	pag. 1
	CAMPO ELETTRICO ED EMISSIONI DA CARICHE IN UN MEZZO - Michele Spada	pag. 13
	SPETTROSCOPIA VIBRAZIONALE DI SUPERRETTICOLI SEMICONDUTTORI - Luciano Colombo	pag. 29
	SOLITONI IN FISICA NUCLEARE - Marco Radici	pag. 51
	ASPETTI NON LOCALI DEL COMPORTAMENTO QUANTISTICO - Oreste Nicosini	pag. 83
Volume III - n. 2 4/7/1988	CARATTERIZZAZIONE OTTICA IN SITU DI FILMS SOTTILI - Alessandra Piaggi	pag. 1
	TRANSIZIONI DI WETTING - Tommaso Bellini	pag. 23
	FORZE A TRE CORPI NEI GAS RARI - Silvia Celi	pag. 49
Volume III - n. 3 15/12/1988	FLAVOUR PHYSICS - Luciano Maiani	pag. 1
	THE STANDARD ELECTROWEAK MODEL: PRESENT EXPERIMENTAL STATUS - Pierre Darrulat	pag. 27
	WHY BE EVEN-HANDED? - Martin M. Block	pag. 47
Volume IV - n. 1 6/4/1989	LA FISICA DEI COLLIDER - Paolo Bagnaia, Fernanda Pastore	pag. 1
Volume IV - n. 2 15/6/1989	SOLAR WIND AND PHYSICS OF THE HELIOSPHERE - Bruno Coppi	pag. 2
	THE IGNITOR PROJECT - Bruno Coppi, Francesco Pegoraro	pag. 32
Volume IV - n. 3 15/9/1989	SPETTROSCOPIA ELLISSOMETRICA NEI SOLIDI - Alessandra Piaggi	pag. 3
	UNA INTRODUZIONE AL SUPERCONDUCTING SUPERCOLLIDER - R. Diaferia	pag. 23
	FENOMENI DI TRASPORTO IN SISTEMI HAMILTONIANI - Fausto Borgonovi	pag. 49
Volume V - n. 1 15/3/1990	MULTI-BODIED PHASE SPACE - A NEW APPROACH - Martin M. Bloch	pag. 1
	SCATTERING BRILLOUIN RISONANTE - Cristina Bosio	pag. 20
	METODO DI RINORMALIZZAZIONE PER LO STUDIO DELLA STRUTTURA ELET- TRONICA DI SUPERRETTICOLI - Saverio Moroni	pag. 40
	MECCANISMI DI CONDUCIBILITA' IONICA MEDIATI DA DIFETTI ESTRINSECI - IL CASO DEL QUARZO - Alberto Paleari	pag. 57
	STATISTICHE QUANTISTICHE ED INDISTINGUIBILITA' - Gianluca Introzzi	pag. 69
Volume V - n. 2 15/6/1990	FISICA DELLE ALTE ENERGIE ALLE KOAN FACTORIES - Renato Diaferia	pag. 1
	NEUTRONI FREDDI E NEUTRONI ULTRAFREDDI - Gianluca Raselli	pag. 15
	TRANSIZIONI ORDINE-DISORDINE NELLE DISPERSIONI COLLOIDALI - Paolo Di Trapani	pag. 51
Volume VI - n. 1 p. I - 11/10/1991	LE UNITA' DI MISURA DELLA RADIOPROTEZIONE - Sergio P. Ratti	pag. 1
	L'INCIDENTE NUCLEARE DI CHERNOBYL - Giuseppe Belli	pag. 7
	NORMATIVA E PRINCIPI DI RADIOPROTEZIONE - Argeo Benco	pag. 17
	APPENDICE 1 - Pubblicazioni I.C.R.P. - Argeo Benco	pag. 56
	APPENDICE 2a) - Il regime giuridico dell'impiego pacifico dell'energia nucleare	pag. 59
	APPENDICE 2b) - Elenco di provvedimenti di interesse per le attività di impiego pacifico dell'energia nucleare e delle radiazioni ionizzanti	pag. 64
	APPENDICE 2c) - Raccolta di Circolari Ministeriali relative all'utilizzazione delle sostanze radioattive e delle macchine radiogene	pag. 78
	APPENDICE 2d) - Raccolta di Circolari Ministeriali relative al trasporto delle sostanze radioattive	pag. 85
	RADIOATTIVITA' AMBIENTALE E RADIOECOLOGICA - Arngo Cigna	pag. 87

	EFFETTI BIOLOGICI DELLE RADIAZIONI IONIZZANTI - Marco Caprotti	pag. 107
Volume VI - n. 1	MODELLO PREVISIONALE DELLA CONCENTRAZIONE DI ^{90}Sr , ^{134}Cs E ^{137}Cs	
p. II - 11/10/1991	NELLA CATENA ALIMENTARE - Arrigo Cigna	pag. 117
	L'AMBIENTE E LA RADIOPROTEZIONE IN RELAZIONE AD INCIDENTI NUCLEARI - Arrigo Cigna	pag. 131
	INCIDENTE NUCLEARE "CHERNOBYL" E SUE RIPERCUSSIONI SULLA CATENA ALIMENTARE - R. Cazzaniga, G. Dominici, A. Malvicini, E. Sangalli	pag. 157
	PRIMA VALUTAZIONE DELL'IMPATTO RADIOLOGICO AMBIENTALE NELLA ZONA DI ISPRA IN RELAZIONE ALL'INCIDENTE NUCLEARE DI CHERNOBYL - Argeo Benco	pag. 177
	APPROCCIO FRATTALE ALLA DESCRIZIONE DELLA RADIOATTIVITA' IN ARIA IN ITALIA DOPO CHERNOBYL - Gianfausto Salvadori	pag. 201
Volume VII - n. 1	ELECTRON ENERGY LOSS SPECTROSCOPY - Marco Amiotti	pag. 1
15/3/1992	LIVELLI ELETTRONICI PROFONDI IN SEMICONDUTTORI E LORO CARATTERIZZAZIONE - Adele Sassella	pag. 35
	LA RICERCA DEL BOSONE DI HIGGS AI FUTURI ACCELERATORI - G. Montagna	pag. 57
	SIMMETRIA CHIRALE E TEOREMA DI GOLDBERGER-TREIMAN - Carlo Gobbi	pag. 81
Volume VII - n. 2	CRESCITA, CARATTERIZZAZIONE ED APPLICAZIONI DEI LANGMUIR-BLODGETT FILMS - Marco Amiotti	pag. 1
15/10/1992	LA CATODOLUMINESCENZA - Vittorio Bellani	pag. 35
	CORRELAZIONI ELETTRONICHE IN OSSIDI DI METALLI DI TRANSIZIONE - Luigi Sangaletti	pag. 63
Volume VIII - n. 1	TEORIA DELLE STRINGHE IN DIMENSIONE NON CRITICA - Alberto Vancheri	pag. 1
15/1/1993	ROTTURA ESPLICITA E SPONTANEA DI SIMMETRIE CONTINUE GLOBALI NEL MODELLO STANDARD - Antonio Defendi	pag. 25
	APPLICAZIONI DELLA $\mu^+\text{SR}$ NELLA STRUTTURA DELLA MATERIA - P. Carretta	pag. 39
	EFFETTI FOTORIFRAATTIVI IN CRISTALLI IONICI - Enrico Giulotto	pag. 75
Volume VIII - n. 2	L'UNITA' DELLA SCIENZA. IL CASO DELLA FISICA, OGGI - G. Salvini	pag. 1
15/4/1993	APPLICAZIONI DELLA $\mu^+\text{SR}$ NELLA STRUTTURA DELLA MATERIA - P. Carretta	pag. 37
	MODELLO A TETRAEDRI PER LA FUNZIONE DIELETTICA DI SOLIDI AMORFI - A. Sassella	pag. 73
	INTRODUZIONE ALLE RETI NEURALI - C. Macchiavello	pag. 93
Volume VIII - n. 3	RPC: STATUS AND PERSPECTIVES - R. Santonico	pag. 1
15/6/93	PERFORMANCE OF E771 RPC MUON DETECTOR - E. Gornii (E771 Coll.)	pag. 13
	THE MUON TRIGGER HODOSCOPE OF THE BEAUTY HADRO-PRODUCTION EXPERIMENT WA92: PERFORMANCES AND PRELIMINARY RESULTS ON BEUTY MUONIC DECAYS - G. Martellotti, D. Orestano (Beatrice Coll.)	pag. 29
	THE RPC TRIGGER SYSTEM FOR THE L3 FORWARD BACKWARD MUON DETECTOR - S. Patricelli	pag. 37
	RESULTS FROM THE RD5 EXPERIMENT AT CERN - A. Di Ciaccio (RD5 Coll.)	pag. 45
	LEVEL 1 MUON TRIGGER IN THE ATLAS EXPERIMENT AT THE LARGE HADRON COLLIDER - A. Nisati (ATLAS Coll.)	pag. 61
	RPC BASED MUON TRIGGER FOR THE CMS DETECTOR AT LHC - G. Wrochna (CMS Coll.)	pag. 73
	AN RPC MUON SYSTEM FOR SDC AT SSCL - G. Introzzi (Pavia SDC Group)	pag. 83
	A MUON TRIGGER FOR LHB - R. Santacesaria	pag. 103
	MINI: A HORIZONTAL MUON TELESCOPE IMPLEMENTED WITH RESISTIVE PLATE CHAMBERS - G. Iaselli	pag. 115
	T&T: A NEW DESIGN FOR A FRONT-END TIME DIGITIZER ELECTRONICS	
	M. Ambrosio, G.C. Barbarino, A. Lauro, G. Osteria, G. Agnetta, O. Catalano, L. Scarsi, A. Lanza, G. Liguori, P. Torre	pag. 123
	ATMOSPHERIC AND ACCELERATOR NEUTRINO PHYSICS WITH RPCS IN THE SOUDAN 2 CAVERN - D.J.A. Cockerill	pag. 133
	STUDY OF THE CHARACTERISTICS OF RESISTIVE PLATE CHAMBERS IN THE RD5 EXPERIMENT - L. Pontecorvo (RD5 Coll.)	pag. 145
	OPERATION OF RESISTIVE PLATE CHAMBERS WITH PURE CF_3BR - R. Cardarelli	pag. 159
	WLDC: A DRIFT CHAMBER WITH A PAD RPC FOR MUON DETECTION AT LHC	
	H. Faissner, Th. Moers, R. Priem, B. Razen, D. Rein, H. Reithler, D. Samm, R. Schleichert, H. Schwarthoff, H. Tuchscherer, H. Wagner	pag. 167
	GLASS ELECTRODE SPARK COUNTER - G. Bencivenni, G. Felici, E. Iacuesssa, C. Gustavino, M. D'Incecco	pag. 181
	RPC READOUT FOR PARTICLE ASTROPHYSICS - M. Bonori, U. Contino, F. Massa	pag. 193
	RESULTS OF TESTS OF PROTOTYPE RESISTIVE PLATE CHAMBERS - I. Crotty, J. Lamas Valverde, G. Laurenti, M.C.S. Williams, A. Zichichi	pag. 199
	GLASS ELECTRODES RPC: PERFORMANCE AND WORKING MODEL - M. Bonori, U. Contino, F. Massa	pag. 207
	FAST PARALLEL RPC READOUT SYSTEM - A. Lanza, G. Liguori, P. Torre, M. Ambrosio, G.C. Barbarino, M. Iacovacci, A. Lauro, G. Osteria, G. Agnetti, O. Catalano, L. Scarsi	pag. 219
	DATA ACQUISITION SYSTEMS DEVELOPED AT CAEN - F. Catarisi, C. Landi, G. Franchi, M. Lippi	pag. 225

Volume IX - n. 1 15/4/1994	RETICOLI DISORDINATI: IL MODELLO DI ANDERSON - R. Farchioni	pag. 1
	BREVE INTRODUZIONE ALLA TEORIA QUANTISTICA DELLA STIMA - M. Paris	pag. 23
	SUSY - M. Cacciari	pag. 36
Volume IX - n. 2 15/11/94	MASSE DEL QUARK TOP E DEL BOSONE DI HIGGS NEL MODELLO STANDARD - F. Piccinini	pag. 79
	DIELETTROFORESI: LIEVITAZIONE A CONTROLLO REAZIONATO - L. Laboranti	pag. 97
	PROPRIETÀ FISICHE DI CLUSTER METALLICI - V. Bellani	pag. 1
	APPLICAZIONI DI RETI NEURALI ALLA FISICA DELLE ALTE ENERGIE - P. Vitulo	pag. 18
	CRITTOGRAFIA QUANTISTICA - C. Macchiavello	pag. 47
	IL "PARADOSSO" DEI GEMELLI - M. Cacciari	pag. 64
Volume X - n. 1 15/3/95	TRANSIZIONI DI FASE NEL PRIMO UNIVERSO - S. Rolli	pag. 77
	SULLA STABILITÀ DINAMICA DELLA BICICLETTA - M. Paris	pag. 102
	FISICA DELLE INTERAZIONI FONDAMENTALI CON NEUTRONI FREDDI A. Guglielmi	pag. 1
	EFFETTO DELLA DISPERSIONE SPAZIALE SULL'ASSORBIMENTO ECCITONICO DEI CRISTALLI - G. Panzarini	pag. 79
	IL CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME IN MOVIMENTO IN UN MEZZO ISOTROPO - U. Bellotti	pag. 105