

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PAVIA

---

•

# SCIENTIFICA ACTA

QUADERNI DEL DOTTORATO

VOLUME IV

ANNO IV

NUMERO 3

15 SETTEMBRE 1989



ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE

---

•

CENTRO STAMPA - DIPARTIMENTI FISICI  
via Bassi, 6 27100 Pavia

## INDICE

- 1 - SPETTROSCOPIA ELLISOMETRICA NEI SOLIDI-  
A. Piaggi pag. 3
- 2 - UNA INTRODUZIONE AL SUPERCONDUCTING  
SUPERCOLLIDER - R. Diaferia pag. 23
- 3 - FENOMENI DI TRASPORTO IN SISTEMI HAMILTONIANI-  
F. Borgonovi pag. 49

## EDITORIALE

Con questo ultimo numero del 1989 si chiude un ciclo di avvio durante il quale anche la veste tipografica degli SCIENTIFICA ACTA, Quaderni del Dottorato ha subito le conseguenze di una prima fase sperimentale. A partire da 1990 i Quaderni del Dottorato sperano di poter presentare almeno due numeri per anno con numerazione consecutiva di pagina e vogliono aprirsi a contributi di altri, in particolare contributi significativi di dottorandi particolarmente meritevoli.

Il Comitato di Redazione e' composto per il prossimo biennio oltre che dal Direttore, dai Proff. Alberto Gigli Berzolari e Giorgio Guizzetti.

Questa nota non puo' chiudersi senza il ricordo del Prof. Marcello Conversi che ha incoraggiato la nascita di questa Rivista contribuendo di persona con il primo numero dell'opera la quale, con la sua dipartita acquista un particolare significato simbolico. Il suo ricordo e' sempre vivo: il suo contributo alla scienza sia di insegnamento a tutti i giovani che si affacciano alla ricerca.

Il Direttore  
Prof. Sergio P. RATTI

Pavia, 15 Settembre 1989

# **SPETTROSCOPIA ELLISSOMETRICA NEI SOLIDI**

**Alessandra Piaggi**

**Dipartimento di Fisica 'A. Volta' - Università di Pavia**

## 1. INTRODUZIONE

Quando un fascio di luce polarizzata viene modificato da un elemento ottico lineare, ad esempio per riflessione ad incidenza non normale da parte di una superficie riflettente, il suo stato di polarizzazione risulta variato. L'ellissometria è la branca della spettroscopia ottica fondata sulla misura e sull'interpretazione della variazione dello stato di polarizzazione della luce riflessa in termini delle proprietà fisiche del solido in esame.

Il fatto che l'ellissometria misuri lo stato di polarizzazione, piuttosto che l'intensità come avviene in riflettometria, ne fa una tecnica ad elevata precisione, relativamente poco influenzata da difficoltà sperimentali quali fluttuazioni nell'intensità della sorgente o diffusione di luce (problema che in genere si presenta anche con le superfici migliori dal punto di vista ottico). Inoltre la capacità di misurare direttamente le variazioni di fase del fascio luminoso incidente dà all'ellissometria una grande sensibilità alla presenza di film sottili su superfici riflettenti, potenzialmente rivelabili fino a spessori dell'ordine del centesimo di monostrato (1,2).

Ulteriori vantaggi di questa tecnica, anche se comuni ad altre tecniche ottiche, sono il suo carattere non-distruttivo e la possibilità di impiego per misure *in situ* in qualsiasi ambiente trasparente. Al contrario le diverse spettroscopie elettroniche, in grado spesso di fornire informazioni più dettagliate sul legame elettronico e sulla struttura della superficie, risultano applicabili solo in condizioni di ultra alto vuoto.

I vantaggi sottolineati sono importanti per una serie di applicazioni interessanti dal punto di vista sia tecnologico sia fondamentale, in aree quali la spettroscopia ottica, l'elettrochimica, la biologia, la tecnologia dei circuiti integrati e la caratterizzazione dei materiali. In tal senso l'ellissometria ha avuto un recente e notevole sviluppo grazie alla costruzione di spettrometri ellissometrici che hanno sostituito il cosiddetto 'ellissometro nullo' che per lungo tempo ha rappresentato l'unico strumento disponibile. Rispetto ai sistemi nulli (operanti sul principio di annullare l'intensità riflessa) i sistemi spettrometrici sono basati sul principio di imprimere al fascio riflesso una modulazione temporale che, opportunamente decodificata, fornisce le quantità di interesse come funzioni continue, cioè spettroscopiche, della lunghezza d'onda della luce (i sistemi nulli sono invece ristretti ad una o comunque ad un numero limitato di lunghezze d'onda).

Alcuni concetti sulla della polarizzazione della luce, sulla sua manipolazione e sulla misura in ellissometria verranno discussi brevemente nel paragrafo 2 insieme ad alcuni cenni sul funzionamento dei moderni ellissometri spettrometrici; nel paragrafo 3 questi concetti saranno applicati ai sistemi a due fasi (ambiente-substrato) e a tre fasi (ambiente-overlayer-substrato), illustrando l'utilità della spettroscopia ellissometrica al fine di determinare le proprietà di tali sistemi.

## 2.1 PROPAGAZIONE E POLARIZZAZIONE DELLA LUCE

Sia dato un mezzo uniforme e isotropo di funzione dielettrica complessa  $\tilde{\epsilon} = \tilde{\epsilon}(\omega) = \epsilon_1(\omega) + i\epsilon_2(\omega)$ , con  $\omega$  frequenza della luce. La propagazione dell'onda luminosa è descritta dall'equazione (3):

$$\left(\nabla^2 - \frac{\tilde{\epsilon}(\omega)}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1)$$

dove  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  è il campo elettrico. In un sistema di coordinate ortogonali il cui asse  $z$  è parallelo al vettore d'onda di propagazione (complesso)  $\tilde{\mathbf{k}}$ ,  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  ha la seguente forma (onda piana):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\left\{ (i\tilde{E}_p + j\tilde{E}_s) e^{i\tilde{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{r} - i\omega t} \right\} \quad (2)$$

in cui  $\tilde{E}_p$  e  $\tilde{E}_s$  sono le ampiezze complesse di  $\mathbf{E}$  in direzione rispettivamente parallela e perpendicolare al piano di incidenza (quest'ultimo è il piano contenente il vettore di propagazione dell'onda incidente e la normale alla superficie di incidenza).  $\tilde{E}_p$  e  $\tilde{E}_s$  descrivono l'ampiezza e la fase delle proiezioni di  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  lungo gli assi  $x$  e  $y$ . Dalla (1) si ottiene la seguente relazione di dispersione per i valori permessi di  $\tilde{\mathbf{k}}$ :

$$(c\tilde{\mathbf{k}}/\omega)^2 = \tilde{\epsilon}(\omega) = [\tilde{n}(\omega)]^2$$

in cui  $\tilde{n}(\omega) = n(\omega) + ik(\omega)$  è l'indice di rifrazione complesso del mezzo. Dalla definizione segue che le parti reali ed immaginarie di  $\tilde{\epsilon}$  e di  $\tilde{n}$  sono legate esplicitamente da:

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= n^2 - k^2 \\ \epsilon_2 &= 2nk \\ n &= \left\{ [\epsilon_1 + (\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2)^{\frac{1}{2}}] / 2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ k &= \epsilon_2 / (2n) \end{aligned}$$

Lo stato di polarizzazione di  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  è completamente specificato dai valori relativi delle quantità complesse  $\tilde{E}_p$  e  $\tilde{E}_s$ ; esso è descritto dalla grandezza  $\tilde{\chi}$  che, nel caso dell'onda incidente sulla superficie, è definita come (4):

$$(\tilde{\chi})_{in} = (\tilde{E}_p / \tilde{E}_s)_{in}$$

Poichè  $\tilde{E}_p$  e  $\tilde{E}_s$  sono complessi,  $\tilde{\chi}$  è in generale complesso. I casi limite comprendono la situazione in cui  $\tilde{E}_p$  e  $\tilde{E}_s$  sono in fase, quindi  $\tilde{\chi}$  è reale, le due componenti del campo sono proporzionali in qualsiasi istante e la luce risulta polarizzata linearmente. Viceversa, se  $\tilde{E}_p$  e  $\tilde{E}_s$  sono sfasati di  $90^\circ$ ,  $\tilde{\chi}$  è puramente immaginario e una componente del campo raggiunge il suo valore massimo quando l'altra è nulla; se inoltre  $|\tilde{E}_p| = |\tilde{E}_s|$ , allora  $\tilde{\chi} = \pm i$  e la luce è polarizzata circolarmente. In generale, una differenza di fase qualsiasi tra le componenti  $p$  ed  $s$  corrisponde a polarizzazione ellittica.

L'effetto di una superficie riflettente sull'onda incidente è descritto dai coefficienti complessi di Fresnel  $\tilde{r}_p$  e  $\tilde{r}_s$ ; in termini delle ampiezze complesse incidenti  $\tilde{E}_p$  ed  $\tilde{E}_s$  e delle corrispondenti ampiezze riflesse  $\tilde{E}_p''$  e  $\tilde{E}_s''$ , essi sono definiti da:

$$\tilde{r}_p = \tilde{E}_p'' / \tilde{E}_p \quad (3.a)$$

$$\tilde{r}_s = \tilde{E}_s'' / \tilde{E}_s \quad (3.b)$$

Lo stato di polarizzazione dell'onda riflessa è in tal modo:

$$(\tilde{\chi})_{out} = (\tilde{E}_p'' / \tilde{E}_s'')_{out} = \left( \frac{\tilde{r}_p \tilde{E}_p}{\tilde{r}_s \tilde{E}_s} \right) = \left( \frac{\tilde{r}_p}{\tilde{r}_s} \right) (\tilde{\chi})_{in}$$

Essendo i coefficienti di Fresnel delle quantità complesse - descrittivi sia le proprietà dispersive sia le proprietà di assorbimento del mezzo - ne risulta che in generale l'onda riflessa presenterà una variazione dello stato di polarizzazione rispetto a quello iniziale.



I coefficienti di riflettività assoluta,  $R_p$  e  $R_s$ , connessi alla variazione di intensità  $I$  del fascio dopo la riflessione, sono legati a  $\tilde{r}_p$  e  $\tilde{r}_s$  dalle relazioni:

$$R_p = I_p''/I_p = |\tilde{r}_p|^2$$

$$R_s = I_s''/I_s = |\tilde{r}_s|^2$$

In ellissometria le grandezze di interesse non sono quelle riflettometriche  $R_p$  e  $R_s$ , bensì la grandezza complessa  $\tilde{\rho}$  definita da:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho} &= \tilde{\chi}_{out}/\tilde{\chi}_{in} = \tilde{r}_p/\tilde{r}_s \\ &= (\tilde{E}_p''/\tilde{E}_s'')(\tilde{E}_s/\tilde{E}_p)\exp\{i[(\beta_p - \beta_s)_{out} - (\beta_p - \beta_s)_{in}]\} \end{aligned}$$

in cui  $(\beta_p - \beta_s)$  rappresenta la differenza di fase tra l'onda  $p$  e quella  $s$ . Il modulo di  $\tilde{\rho}$  dà quindi informazioni sulla variazione del rapporto tra le ampiezze  $p$  e  $s$ , mentre la fase di  $\tilde{\rho}$  è legata alla variazione delle differenze di fase tra le componenti  $p$  e  $s$  (variazione indotta dalla riflessione). Nella forma esponenziale la grandezza  $\tilde{\rho}$  ha un'ampiezza  $\rho$  ed una fase  $\Delta$ . L'ampiezza  $\rho$  viene usualmente scritta come  $\rho \equiv \tan \psi$ , essendo  $\psi$  un angolo di particolare significato ellissometrico; nel caso di luce polarizzata linearmente  $\psi$  dà l'inclinazione della direzione di vibrazione del campo elettrico rispetto all'asse del polarizzatore. Quindi:

$$\tilde{\rho} = (\tan \psi)e^{i\Delta} \quad (4)$$

Una singola misura ellissometrica fornisce la grandezza  $\tilde{\rho}$ , cioè fornisce due parametri determinati indipendentemente; di conseguenza, sia la parte reale sia la parte immaginaria della funzione dielettrica di un solido omogeneo possono essere determinate direttamente, per ogni lunghezza d'onda, senza dovere ricorrere a misure multiple o ad analisi di tipo Kramers-Kronig. I due coefficienti indipendenti  $R_p$  e  $R_s$  potrebbero

essere ottenuti con misure di riflettività a incidenza non normale, ma in tal caso sono necessarie due misure distinte che richiedono ulteriori aggiustamenti dei componenti del sistema.

La misura ellissometrica è inoltre relativamente insensibile a fluttuazioni nell'intensità della sorgente e a rugosità superficiali di tipo macroscopico, che causano perdita di luce per diffusione della radiazione incidente al di fuori dell'angolo solido sotteso dal rivelatore. Questi due meccanismi costituiscono un serio problema in riflettometria, ma non in ellissometria, che misura non intensità assolute ma solo il rapporto istantaneo fra due intensità, che non dipende dai meccanismi precedentemente citati.

## 2.2 CONFIGURAZIONE DI UNA MISURA ELLISSOMETRICA

L'ellissometro è uno strumento elettro-ottico di precisione in grado di misurare, come detto, la parte reale  $\tan\psi$  e la parte immaginaria  $\Delta$  di  $\tilde{\rho}$ . Esso deve quindi essere in grado di generare radiazione monocromatica polarizzata, di riflettere questa radiazione sulla superficie del campione, e di analizzare lo stato di polarizzazione della luce riflessa. Lo schema strumentale è presentato in fig.1, nel caso di un ellissometro nullo tradizionale. La luce monocromatica incidente è trasmessa in sequenza attraverso un collimatore, un polarizzatore lineare ed un compensatore; dopo essere stata riflessa dal campione, il fascio arriva ad un analizzatore e da qui al rivelatore.

Il compensatore è un dispositivo ottico costituito da materiale birifrangente, ossia caratterizzato da due assi mutuamente perpendicolari: l'indice di rifrazione del mezzo dipende dall'orientazione del piano di vibrazione del campo elettrico, cioè l'indice è differente a seconda che il

campo vibri parallelamente ad una o all'altra delle due direzioni caratteristiche. In conseguenza delle differenti velocità con cui le componenti  $p$  e  $s$  del campo elettrico procedono attraverso il mezzo birifrangente, il fascio trasmesso dal compensatore presenta all'uscita una differenza di fase  $\delta$  tra di esse;  $\delta$  dipende dallo spessore  $d$  del compensatore, dalla lunghezza d'onda  $\lambda$  della luce e dalla differenza tra gli indici di rifrazione  $n_o$  e  $n_e$  lungo le due direzioni caratteristiche:

$$\delta = (2\pi/\lambda)d(n_o - n_e)$$

La luce polarizzata linearmente entra nel compensatore, in cui la posizione degli assi ottici è fissata; a seconda dell'angolo formato dalla direzione di polarizzazione con tali assi, è possibile realizzare qualsiasi differenza di fase tra la componente  $p$  e quella  $s$  dell'onda trasmessa. Quindi il compensatore converte luce polarizzata linearmente che emerge dal polarizzatore in luce polarizzata ellitticamente.

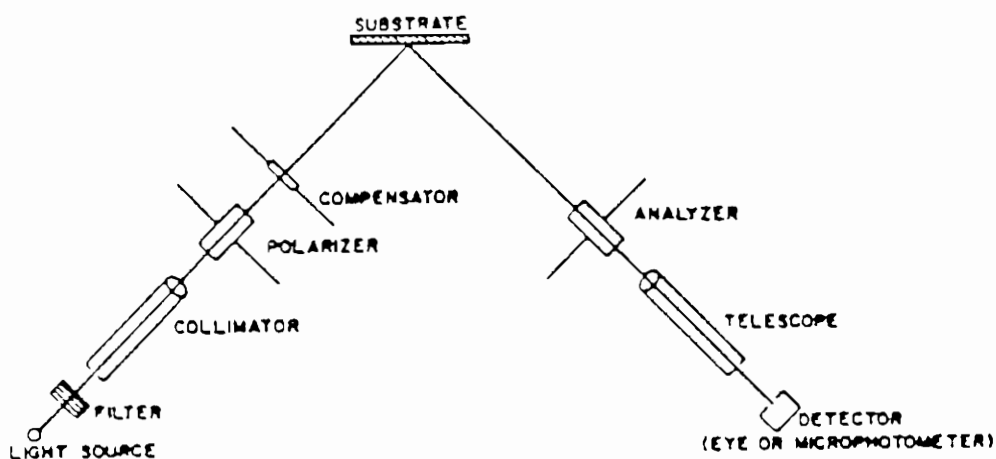


Fig.1 Rappresentazione schematica di un ellissometro nullo.

Ruotando il polarizzatore le orientazioni vengono aggiustate in modo che la differenza di fase  $p-s$  dell'onda riflessa dal campione si annulli. Allora

$\Delta$  può essere misurata in quanto si verifica che  $\tan(\Delta) = \sin \delta \tan(90^\circ - 2P_0)$ , dove  $P_0$  è l'orientazione del polarizzatore per la quale, appunto, l'onda riflessa risulta polarizzata linearmente.

Si va contemporaneamente a cercare la posizione dell'analizzatore per la quale l'intensità dell'onda riflessa dal campione e incidente sul rivelatore viene estinta. Tale posizione è individuata dall'angolo  $A_0$  misurato rispetto alla posizione di calibrazione iniziale dell'analizzatore; si verifica allora che per la grandezza cercata  $\psi$  vale  $\psi = -A_0$ . Per un ellissometro nullo, quindi,  $\bar{\rho}$  viene ottenuta attraverso la misura dei due angoli  $P_0$  e  $A_0$ . I vantaggi dell'ellissometro nullo sono: la relativa semplicità meccanica; il ridotto apparato elettronico richiesto; una precisione pressoché indipendente dalle proprietà della superficie riflettente, nonché un'accuratezza spesso migliore di quella di un sistema spettrometrico. D'altro canto, la presenza del compensatore ne fa uno strumento  $\lambda$  dipendente: a seconda dello spessore  $d$  del compensatore e per una lunghezza d'onda fissata si ottiene infatti un determinato sfasamento. Il compensatore può quindi essere utilizzato per più di una lunghezza d'onda solo se è possibile variare  $d$  (compensatore di tipo Babinet-Soleil). Inoltre, basandosi su una misura di intensità nulla, l'ellissometro nullo richiede una sorgente di luce intensa. Ne consegue che la maggior parte degli ellissometri nulli sono a sorgente laser e funzionanti per un numero finito di lunghezze d'onda.

Gli ellissometri spettrometrici operano su principi completamente differenti (4-7). Lo stato di polarizzazione della luce viene modulato, prima o dopo la riflessione, mediante un modulatore piezobirifrangente, un modulatore di Faraday o un prisma ruotante. La variazione modulata dello stato di polarizzazione dopo la riflessione è poi tradotta in una modulazione dell'intensità incidente sul rivelatore, misurata e decodifi-

cata per le proprietà di interesse. Il segnale viene esaminato, in genere, mediante analisi di Fourier.

Poiché la maggior parte della luce è trasmessa, i sistemi spettrometrici sono compatibili con le tradizionali sorgenti continue di luce per la regione infrarosso-visibile-vicino ultravioletto. Al momento attuale, gli ellissometri spettroscopici dominano totalmente il campo di ricerca in questione, mentre gli ellissometri nulli sono utilizzati soprattutto per misure di routine su sistemi semplici (ad esempio, misure di spessori di ossidi su wafers di semiconduttori).

Esistono un serie di differenti ellissometri spettroscopici, tra i quali i più comuni sono l'ellissometro ad analizzatore ruotante (RAE) (8,9) e quello a polarizzatore ruotante (RPE) (10); come indica il nome, o il polarizzatore o l'analizzatore vengono ruotati meccanicamente mentre l'altro elemento resta fisso. I vantaggi sono la semplicità, l'assenza di compensatore (quindi l'unico elemento  $\lambda$  dipendente è il campione) e il fatto che l'intensità trasmessa ha uno spettro di Fourier molto semplice consistente di una singola componente modulata e di un fondo in continua. Gli svantaggi includono la richiesta di una sorgente di luce rigorosamente non polarizzata per il caso RPE, o di un rivelatore rigorosamente non sensibile alla polarizzazione nel caso RAE. Inoltre, come per tutti i sistemi spettrometrici il rivelatore deve essere rigorosamente lineare. Poiché i comuni fotodiodi e fotomoltiplicatori sono relativamente insensibili alla polarizzazione, mentre non esistono sorgenti di luce totalmente non polarizzate, il sistema RAE è spesso preferito a quello RPE. Se invece il campione, o il suo ambiente circostante, sono essi stessi sorgenti di radiazione spuria, il sistema RPE è migliore in quanto la soppressione della luce parassita è più efficace, essendo possibile posizionare il monocromatore tra il campione e il rivelatore.

Sono state inoltre sviluppate altre e più complesse configurazioni ellissometriche, dedicate a particolari situazioni sperimentali (10-13).

Uno dei fattori principali che limitano l'uso dell'ellissometria in ampi intervalli spettrali è la disponibilità di opportuni polarizzatori. Per tale motivo la maggior parte del lavoro è stata fatta nel vicino ultravioletto, nel visibile e nel primo infrarosso, regioni in cui è possibile ricorrere a polarizzatori di tipo Glan-Thompson o Polaroids. Per quanto riguarda invece i rivelatori, i fotomoltiplicatori (specie se raffreddati) vengono utilizzati nel visibile e nell'ultravioletto; nel vicino infrarosso si tratta solitamente con fotodiodi al silicio. Globalmente, quindi, si può dire che nella regione primo infrarosso-visibile-vicino ultravioletto il problema della strumentazione è un problema risolto.

### 3.1 SISTEMA A DUE FASI

Il più semplice sistema riflettente consiste in un substrato sufficientemente spesso posto in un mezzo trasparente; siano  $\tilde{\epsilon}_s$  e  $\epsilon_a$  le rispettive funzioni dielettriche. L'obiettivo è calcolare  $\tilde{\epsilon}_s$ , essendo note  $\epsilon_a$  e  $\tilde{\rho}$ . Ciò può essere fatto assumendo soluzioni di tipo onda piana (vedi eq.2) per le onde incidenti, riflessa e trasmessa, quindi andando ad imporre le condizioni al contorno all'interfaccia di separazione substrato-ambiente. Si arriva in tal modo a (3):

$$\begin{aligned}\tilde{r}_p &= \tilde{E}_p'' / \tilde{E}_p = \frac{\tilde{\epsilon}_s n_{a\perp} - \epsilon_a \tilde{n}_{s\perp}}{\tilde{\epsilon}_s n_{a\perp} + \epsilon_a \tilde{n}_{s\perp}} \\ \tilde{r}_s &= \tilde{E}_s'' / \tilde{E}_s = \frac{n_{a\perp} - \tilde{n}_{s\perp}}{n_{a\perp} + \tilde{n}_{s\perp}}\end{aligned}$$

dove

$$\begin{aligned}n_{a\perp} &= n_a \cos \phi \\ \tilde{n}_{s\perp} &= (\tilde{\epsilon}_s - \epsilon_a \sin^2 \phi)^{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

essendo  $\phi$  angolo di incidenza della luce sul campione. Ne deriva che la grandezza ellissometrica  $\tilde{\rho}$  è:

$$\tilde{\rho} = \tilde{r}_p / \tilde{r}_s = \frac{\epsilon_a \sin^2 \phi - n_{a\perp} \tilde{n}_{s\perp}}{\epsilon_a \sin^2 \phi + n_{a\perp} \tilde{n}_{s\perp}}$$

da cui, invertendo, si ottiene:

$$\tilde{\epsilon}_s / \epsilon_a = \sin^2 \phi + \sin^2 \phi \tan^2 \psi [(1 - \tilde{\rho}) / (1 + \tilde{\rho})]^2 \quad (5)$$

Poichè per definizione  $\tilde{\epsilon}_s$  giace nel semipiano superiore del piano complesso,  $\tilde{\rho}$  può assumere solo un numero ristretto di valori. In particolare, assumendo che  $|\tilde{\epsilon}_s / \epsilon_a| \geq 1$ , i valori permessi di  $\tilde{\rho}$  sono tali per cui:

$$0 \leq \tan \psi = |\tilde{\rho}| \leq 1,$$

$$-180^\circ \leq \Delta = \arg(\tilde{\rho}) \leq 0.$$

Data l'espressione 5 per  $\tilde{\epsilon}_s$ , si osservi come l'incertezza relativa in  $\tilde{\epsilon}_s$  dipenda sia dall'incertezza  $\delta\phi$  sia dall'incertezza  $\delta\tilde{\rho}$  tramite la relazione:

$$\frac{\delta\tilde{\epsilon}_s}{\tilde{\epsilon}_s} = \frac{4(1 + \cos^2 \phi)}{\sin 2\phi} \delta\phi - \frac{4}{1 - \tilde{\rho}^2} \delta\tilde{\rho}$$

In seguito ai limiti su  $\tilde{\rho}$  precedentemente discussi, l'incertezza relativa in  $\tilde{\epsilon}_s$  dovuta a  $\delta\tilde{\rho}$  ha un minimo per  $\tilde{\rho} = -i$ ; l'angolo  $\phi$  in corrispondenza del quale è verificata tale condizione è detto angolo principale  $\phi_p$ . Poichè le incertezze in  $\tilde{\rho}$  sono le più importanti in spettroscopia, dove  $\phi$  è fissato e  $\lambda$  varia, si opera in genere in prossimità di  $\phi = \phi_p$ . Essendo  $\delta\tilde{\rho} = \delta(\tan\psi e^{i\Delta})$ , si ottiene che:

$$|\delta\tilde{\rho}| = \frac{1}{\cos^2 \psi} [(\delta\psi)^2 + \sin^2 \psi \cos^2 \psi (\delta\Delta)^2]^{\frac{1}{2}}$$

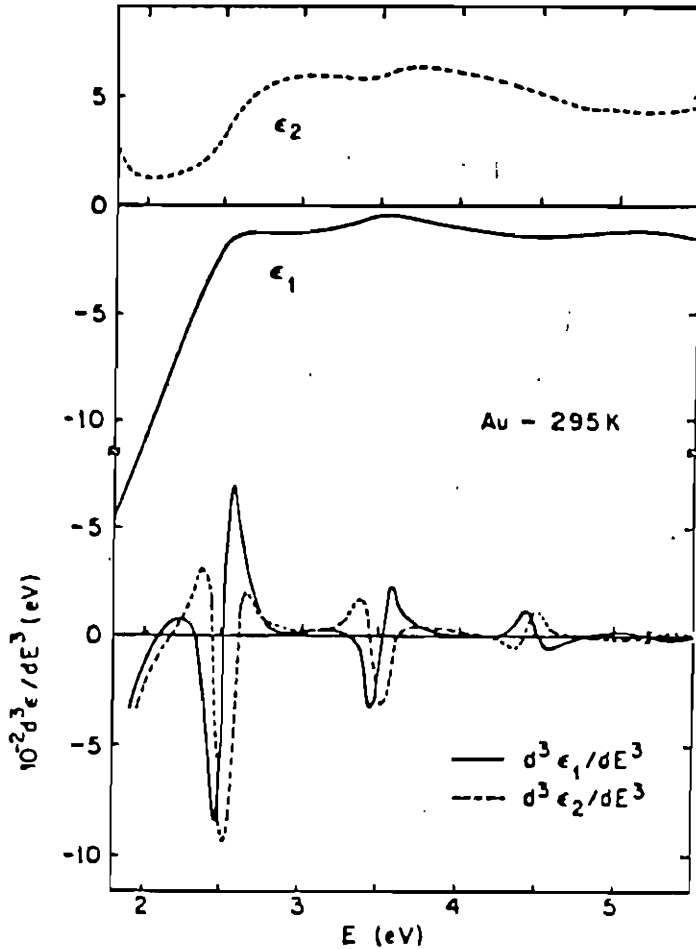


Fig.2 Multipla differenziazione di dati ellissometrici ad elevata precisione misurati su un film di Au evaporato a 295 K. Vengono in tal modo risolte strutture non visibili nello spettro di  $\tilde{\epsilon}(\omega)$  (17).

Le precisioni in  $\psi$  e  $\Delta$  raggiungibili con le attuali strumentazioni sono  $\delta\psi \approx \frac{1}{2}\delta\Delta \approx 10^{-5}$  radianti; ne consegue che  $|\delta\tilde{\rho}| \approx 1 \times 10^{-5}$ , da cui la precisione relativa in  $\tilde{\epsilon}_s$  è:

$$|\delta\tilde{\epsilon}_s/\tilde{\epsilon}_s| \approx 2 \times 10^{-5}$$

Questa precisione è paragonabile con quella ottenibile mediante misure in modulazione, ed è sufficiente per permettere derivate fino al terzo



ordine dei dati ellissometrici al fine di evidenziare anche deboli strutture (14-16). A titolo di esempio, in fig.2 è mostrato un procedimento di questo tipo applicato a dati ellissometrici ad elevata precisione misurati su un film di oro evaporato a 295 K (17). Strutture corrispondenti a transizioni dalla banda d al livello di Fermi sono chiaramente risolte a 2.51 eV, 3.52 eV e 4.47 eV.

In generale, la semplice espressione (5) per il sistema a due fasi deve essere modificata per substrati anisotropi e per misure su superfici reali, dove possono essere presenti overlayers quali ad esempio ossidi nativi.

### 3.2 SISTEMA A TRE FASI

Si consideri ora un sistema costituito da un substrato e da un overlayer di spessore  $d$  posti in un mezzo trasparente; siano  $\tilde{\epsilon}_s$ ,  $\tilde{\epsilon}_o$  e  $\epsilon_a$  le rispettive funzioni dielettriche. I coefficienti di Fresnel hanno una forma assai più complicata rispetto al caso del sistema a due fasi (18). L'espressione di  $\tilde{\rho}$  in funzione dei parametri dei mezzi coinvolti non può più essere invertita al fine di ottenere una soluzione unica per  $\tilde{\epsilon}_o$  e  $d$  in termini di  $\tilde{\rho}$ ,  $\tilde{\epsilon}_s$  e  $\epsilon_a$  da una singola misura ad un angolo di incidenza fissato: infatti ora risultano coinvolte tre incognite -  $Re(\tilde{\epsilon}_o)$ ,  $Im(\tilde{\epsilon}_o)$  e  $d$  - mentre un valore misurato di  $\tilde{\rho}$  fornisce solo due condizioni. Anche nel caso particolare di un overlayer trasparente, in cui cioè  $Im(\tilde{\epsilon}_o) = 0$ , le soluzioni non sono uniche; infatti una variazione di  $d$  per un ammontare di  $\Delta d = \lambda / [2(\tilde{\epsilon}_o - \epsilon_a \sin^2 \phi)^{\frac{1}{2}}]$  conduce allo stesso valore di  $\tilde{\rho}$ . Ciò accade in quanto gli effetti di interferenza in un mezzo trasparente sono invarianti per variazioni dello spessore pari alla metà della lunghezza d'onda della luce nel mezzo, e conseguentemente lo spessore del film può essere determinato soltanto 'modulo  $\Delta d$ '.

Un caso particolarmente interessante si realizza in presenza di film di molto sottili ( $d \ll \lambda$ ). Ci si ricollega a questo punto al problema delle superfici reali, che in tipiche condizioni di laboratorio sono ricoperte di ossido o di contaminanti adsorbiti. Inoltre le superfici sono di solito rugose a livello microscopico, spesso come risultato delle operazioni necessarie per rimuovere gli overlayers. Se questi effetti sono trascurati, i parametri ottici ricavati mediante l'equazione 5 possono essere grossolanamente errati (19). Tuttavia, nell'analisi dei dati ellissometrici è spesso utile assumere la perfezione delle condizioni di superficie, e convertire la quantità misurata  $\bar{\rho}$  in una quantità derivata, la funzione pseudodielettrica  $\langle \bar{\epsilon} \rangle$ , attraverso l'equazione 5. La funzione pseudodielettrica rappresenta allora una media delle risposte dielettriche del substrato e dell'overlayer. L'importanza delle condizioni della superficie appare evidente se si nota che la lunghezza di penetrazione della luce in materiali opachi è tipicamente 100 – 500 Å nel vicino ultravioletto, così che pochi angstrom di film in superficie possono influire in modo significativo su  $\bar{\rho}$ , su  $\langle \bar{\epsilon} \rangle$  e sulla riflettività  $R$ . Espandendo  $\bar{\rho}$ ,  $\langle \bar{\epsilon} \rangle$  e  $R$  al primo ordine in  $d/\lambda$ , si ha che (19,20):

$$\bar{\rho} \approx \bar{\rho}_0 \left[ 1 + \frac{4\pi i d n_a \cos \phi}{\lambda} \frac{\bar{\epsilon}_s (\bar{\epsilon}_s - \bar{\epsilon}_o) (\bar{\epsilon}_o - \epsilon_a)}{\bar{\epsilon}_o (\bar{\epsilon}_s - \epsilon_a) (\bar{\epsilon}_s \cot^2 \phi - \epsilon_a)} \right] \quad (6.a)$$

$$\langle \bar{\epsilon} \rangle \approx \bar{\epsilon}_s + \frac{4\pi i d}{\lambda} \frac{\bar{\epsilon}_s (\bar{\epsilon}_s - \bar{\epsilon}_o) (\bar{\epsilon}_o - \epsilon_a)}{\bar{\epsilon}_o (\bar{\epsilon}_s - \epsilon_a)} (\bar{\epsilon}_s - \epsilon_a \sin^2 \phi)^{\frac{1}{2}} \quad (6.b)$$

$$R \approx R_0 \left[ 1 + \frac{8\pi i n_a d}{\lambda} \text{Im} \left( \frac{\bar{\epsilon}_o - \epsilon_a}{\bar{\epsilon}_s - \epsilon_a} \right) \right] \quad (6.c)$$

Nelle equazioni (6),  $\bar{\rho}_0$  e  $R_0$  sono i valori per il sistema ideale (cioè con interfaccia netta tra substrato e mezzo trasparente esterno). In figura 3 e 4 sono mostrati gli effetti di un overlayer di ossido e della rugosità microscopica su  $\langle \bar{\epsilon} \rangle$  e  $R$  per un semiconduttore tipico, il *GaAs*. La rugosità microscopica è stata modellizzata grazie all'introduzione di un

film di superficie nell'ambito dell'approssimazione di mezzo effettivo alla Bruggeman (21): il film viene considerato come costituito da un 60% di materiale del substrato e da un 40% di vuoti, tipici valori per superfici microscopicamente rugose su semiconduttori (22,23).

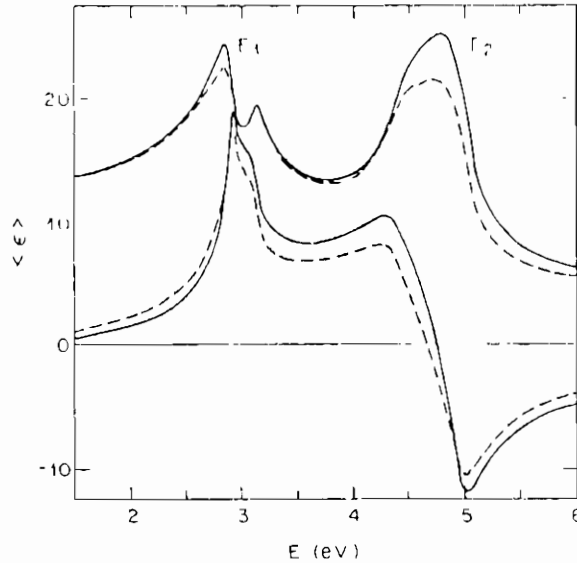


Fig.3 Effetto di 10 Å di ossido sulla  $\langle \tilde{\epsilon} \rangle$  del GaAs (curva tratteggiata). I risultati per 14 Å di microrugosità sono identici. La curva continua si riferisce alla superficie pulita.

L'effetto su  $\langle \tilde{\epsilon} \rangle$  di un layer di rugosità spesso 14 Å è identico a quello di 10 Å di ossido. Le figure mostrano come ad energie elevate  $\langle \tilde{\epsilon} \rangle$  è circa tre volte più sensibile di  $R$  alla presenza di overlayer; quantitativamente, il rapporto tra le sensibilità relative di  $R$  e  $\langle \tilde{\epsilon} \rangle$  è infatti:

$$\left| \frac{\delta R/R}{\delta \langle \tilde{\epsilon} \rangle / \langle \tilde{\epsilon} \rangle} \right| \approx \frac{2n_a}{|\tilde{\epsilon}_s|^{3/2}} \text{Im} \left( \frac{\tilde{\epsilon}_o - \epsilon_a}{\tilde{\epsilon}_s - \epsilon_a} \right)$$

Esso è circa  $\frac{1}{3}$  presso il picco  $E_2$  a 4.78 eV nella  $\epsilon_2$  del GaAs. La figura 4 mostra che l'effetto della rugosità microscopica su  $R$ , così come per  $\langle \tilde{\epsilon} \rangle$ , è quantitativamente simile a quello di un overlayer di ossido.

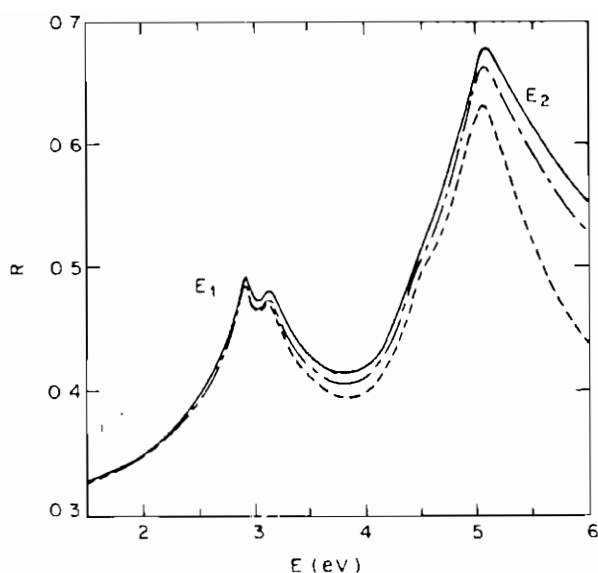


Fig.4 Come in fig.3, ma per la riflettività  $R$ . Da notare che gli spessori dei films in superficie sono maggiori (curva continua: superficie pulita; curva punto-linea: 30 Å di microrugosità; curva tratteggiata: 30 Å di ossido).

La preparazione di campioni con superfici di elevata qualità è per certi aspetti un'esigenza molto sentita. La richiesta di eliminare overlayers in superficie coinvolge la necessità di identificarne la presenza in modo non ambiguo e di determinarne l'evoluzione in tempo reale. A tale scopo gli ellissometri nulli sono troppo lenti e limitati dalla risposta ad una o poche lunghezze d'onda. Altre tecniche non-distruttive, quali ad esempio la riflettometria nell'ultravioletto da vuoto, coinvolgono un ambiente sperimentale nel quale il campione può subire ossidazione durante la preparazione della misura stessa. Gli ellissometrici spettrometrici, d'altro canto, hanno risolto sia il problema della velocità (la misura può essere realizzata pochi secondi dopo il trattamento del campione, se questo è stato preallineato otticamente (24)) sia quello dovuto

all'ambiente sperimentale, in quanto la misura può essere fatta in qualsiasi mezzo trasparente, là dove il campione viene trattato.

Nel caso di campioni semiconduttori, un buon modo di procedere consiste nel focalizzare l'attenzione sulla  $\langle \tilde{\epsilon} \rangle$  misurata ellissometricamente nella regione spettrale intorno al picco  $E_2$  (22).

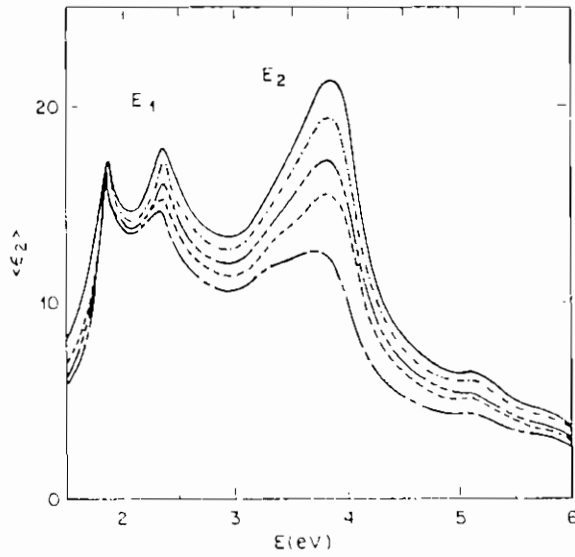


Fig.5 Spettri di  $\langle \epsilon_2 \rangle$  su un campione di *InSb* per diversi trattamenti di pulizia della superficie e a tempi diversi (24).

L'altezza del picco e l'energia al quale è posizionato sono il risultato combinato del tipo di atomi costituenti il cristallo e dell'ordine a lungo raggio. Se una delle due cause viene modificata, ad esempio per ossidazione, disordine strutturale o rugosità microscopica, la risposta dielettrica della regione di superficie diminuisce rispetto al valore nel caso di volume ideale. L'effetto può essere riassunto con l'affermazione che tanto più elevato è il valore di  $\langle \epsilon_2 \rangle$  misurato, tanto più ideali sono le condizioni della superficie. Esso è illustrato in figura 5, che mostra spettri di  $\langle \epsilon_2 \rangle$  per un campione di *InSb* dopo vari trattamenti della

superficie (22,24). Lo spettro che meglio approssima il valore della funzione dielettrica di bulk è quello con il valore più elevato di  $\langle \epsilon_2 \rangle$ . Un altro vantaggio insito nella misura presso il picco  $E_2$  è dovuto al fatto che la lunghezza di penetrazione della luce all'interno del cristallo raggiunge il suo valore minimo, così che gli effetti della superficie sono più pronunciati.

#### 4. BIBLIOGRAFIA

- 1) R.J.Archer, G.W.Gobeli, J.Phys.Chem.Solids 26, 343 (1965)
- 2) H.E.Bennett, D.K.Burge, R.L.Peck, J.M.Bennett, J.Opt.Soc. Am. 59, 675 (1969)
- 3) M.Born, E.Wolf, in "Principles of Optics", 5th ed. (Pergamon, Oxford, 1975), cap.1
- 4) R.M.A.Azzam, N.M.Bashara, in "Ellipsometry and Polarized Light" (North-Holland Publ., Amsterdam, 1977)
- 5) P.S.Hauge, Surf.Sci.96, 108 (1979)
- 6) R.H.Muller, Surf.Sci.56, 19 (1976)
- 7) A.V.Rzhanov, K.K.Svitashev, Adv.Electron.Electron.Phys. 49, 1 (1979)
- 8) P.S.Hauge, F.H.Dill, IBM J.Res.Dev.17, 472 (1973)
- 9) D.E.Aspnes, A.A.Studna, Appl.Opt.14, 220 (1975)
- 10) J.B.Theeten, R.P.H.Chang, D.E.Aspnes, T.E.Adams, J.Electrochem. Soc.127, 379 (1980)
- 11) D.E.Aspnes, J.Opt.Soc.Am.65, 1274 (1975)

- 12) L.Y.Chen, D.W.Lynch, *Appl.Optics* 26, 5221 (1987)
- 13) R.M.A.Azzam, E.Masetti,I.M.Elminyawi, F.G.Grosz, *Rev.Sci.Instr.*59, 84 (1987)
- 14) D.E.Aspnes, *Phys.Rev.Letters* 28, 168 (1972)
- 15) D.E.Aspnes, *Proc.Twelfth Intern.Conf. on the Physics of Semiconductors*, Stuttgart, 1974, ed.M.Pilkuhn (Teubner, Stuttgart) p.1197
- 16) G.Jungk, *Phys.Status Solidi (b)* 67, 85 (1975)
- 17) D.E.Aspnes, *Opt.Comm.*8,2 222 (1973)
- 18) R.J.Archer, in "Manual on Ellipsometry" (Gaertner, Chicago, 1968)
- 19) D.K.Burge, H.E.Bennett, *J.Opt.Soc.Am.*54, 1428 (1964)
- 20) D.E.Aspnes, in "Optical Properties of Solids: New Developments", ed.B.O.Seraphin (North-Holland Publ., Amsterdam, 1976), p.799
- 21) D.A.G.Bruggeman, *Ann.Phys. (Leipzig)* 24, 636 (1935)
- 22) D.E.Aspnes, *J.Vac.Sci.Technol.*17, 1057 (1980)
- 23) D.E.Aspnes, J.B.Theeten, *Phys.Rev.*B20, 3292 (1979)
- 24) D.E.Aspnes, A.A.Studna, *SPIE Proc.*276, 227(1981)

**Renato Diaferia**

**Dipartimento di Fisica Nucleare e Teorica  
Università di Pavia  
e  
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare  
Sezione di Pavia**

**UNA INTRODUZIONE AL  
SUPERCONDUCTING SUPERCOLLIDER**

**Seminario tenuto il 28 / 11 / 1988**



## 1. INTRODUZIONE: COSA È SSC.

Nella corsa verso la costruzione di acceleratori sempre più grandi e potenti per scandagliare con energie sempre maggiori la struttura della materia, il Superconducting Super Collider (SSC) si inserisce a un livello incontestabilmente di punta. Si tratta dell'acceleratore più grande e potente finora progettato che, si spera, sarà in grado di far luce su interrogativi della fisica delle particelle elementari moderna e di mettere in evidenza nuovi temi per gli sviluppi futuri. Una grande mole di lavoro è stata finora compiuta in comitati ristretti, gruppi di lavoro e congressi ad ampia partecipazione per la progettazione di SSC (la costruzione è prevista nei prossimi anni) nello sforzo di un compromesso tra i costi inevitabilmente alti, la necessità di sicurezza ambientale e una ragionevole garanzia di ottenere buoni risultati dal punto di vista della fisica. Per meglio assolvere a questo difficile compito si è costituito il SSC Central Design Group con sede presso il Lawrence Berkeley Laboratory in California, commissione nazionale ufficiale per la progettazione e lo studio di SSC, comprendente la partecipazione di sei laboratori nazionali e tredici università americane, nonché la collaborazione del CERN di Ginevra, il DESY di Amburgo e il giapponese

KEK. Un progetto di massima del marzo 1986 ha assolto a due funzioni primarie: dimostrare la fattibilità tecnica di un acceleratore come SSC e stimare con una certa precisione il costo dell'intera struttura, escludendo solamente i rivelatori.

SSC sarà un collider protone-protone con energia nel centro di massa di  $\sqrt{s} = 40$  TeV (20 TeV per fascio) e una luminosità di  $10^{33} \frac{\text{particelle}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}}$ . L'acceleratore avrà una forma ovale di 83 km di circonferenza (fig.1), suddiviso in 2 archi spezzati da 2 aree (est e ovest) che alloggeranno le hall sperimentali, il complesso di iniettori e i sistemi di radiofrequenza e di emergenza. Le strutture principali del laboratorio (amministrative, tecniche e di supporto) è previsto che sorgano nell'area ovest. Lungo la maggior parte dell'anello gli unici segni visibili all'esterno saranno le stazioni criogeniche per il raffreddamento dei magneti, separate tra di loro da una distanza di 10 km. All'interno del tunnel due fasci di protoni viaggiano in direzioni opposte in due tubi aventi magneti e criostati separati; solo nelle aree sperimentali magneti speciali faranno scontrare i fasci per ottenere le collisioni desiderate. Come solitamente avviene nei moderni acceleratori, i protoni non verranno immessi direttamente, ma saranno preaccelerati da un complesso di iniettori comprendente un acceleratore lineare di 600 MeV seguito da tre anelli con energie finali di 8 GeV, 100 GeV e 1 TeV. Solo l'ultimo anello utilizzerà magneti superconduttori, mentre i primi funzioneranno secondo criteri convenzionali. Il problema dell'iniezione dei protoni in SSC è stato ben studiato dai progettisti e non risulta di particolare difficoltà, in quanto eventualmente un'esatta copia del Tevatron di Fermilab nei pressi di Chicago potrebbe servire allo scopo.

## 2. PARTICOLARITÀ TECNICHE E SCELTE PROGETTUALI

Il compito basilare di SSC è quello di accelerare protoni a energie sufficientemente alte per far sì che la nuova fisica si possa manifestare, e che il numero di questi protoni sia sufficientemente alto perchè i fenomeni si possano manifestare in un periodo di tempo ragionevole. Tenendo conto di queste necessità, si è scelta un'energia di 20 TeV per fascio con una luminosità di  $10^{33} \frac{\text{particelle}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}}$ .

Il flusso di di particelle di SSC non è continuo, ma costituito da pacchetti di  $N_B$  particelle ciascuno separati da una distanza  $S_B$ . Se supponiamo che all'interno di essi i protoni siano distribuiti in maniera gaussiana, e che la larghezza del fascio nel punto di interazione sia  $\sigma$ , possiamo definire la luminosità  $L$  come rate di interazione per unità di sezione di urto, ovvero:

$$N = L \cdot \sigma$$

$$\text{ove } N = \frac{\text{no.interazioni}}{\text{secondo}}$$

$$L = \text{luminosità}$$

$$\sigma = \text{sezione d'urto del processo}$$

Includendo anche gli altri parametri introdotti in precedenza si arriva alla seguente espressione per  $L^{(1)(2)}$ .

$$L = \frac{N_B^2}{4\pi\sigma^2} \cdot \frac{c}{S_B}$$

Osserviamo che un aumento di  $N_B$  causa un aumento di luminosità, ma fa pure salire il numero di interazioni rivelabili (e quindi inelastiche) per ciascun incrocio dei fasci, che si ottiene moltiplicando la luminosità per l'effettiva sezione d'urto, e dividendo per la frequenza di incrocio dei fasci

$$\langle n \rangle = L \cdot \frac{S_B}{c} \cdot \Sigma_{inel}$$

ove  $\Sigma_{inel}$  ammonta a circa 100 mbarn ( $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$ ). Dal punto di vista sperimentale è desiderabile tuttavia tenere il valore di  $\langle n \rangle$  prossimo a 1, sia per non deteriorare troppo il fascio, sia per non avere negli apparati la presenza contemporanea di più eventi, che renderebbe difficile la loro rivelazione.

La scelta della luminosità è invece guidata dalla necessità di ottenere un rate ragionevole di nuovi processi da studiare, mentre è vantaggioso cercare di tenere  $\sigma$  il più piccolo possibile nella regione di interazione per guadagnare in precisione nella localizzazione spaziale delle particelle collidenti, sempre nei limiti imposti dalle tecnologie attuali. L'ultimo parametro da fissare è  $S_B$  (che stabilisce automaticamente il numero di particelle in un pacchetto). Esso è un compromesso tra richieste contrastanti tra di loro. Il numero di interazioni all'incrocio dei due fasci segue la statistica di Poisson, e quindi si potrebbe scegliere  $S_B$  in modo da massimizzare la probabilità di interazione per  $\langle n \rangle = 1$ . Questo comporterebbe per SSC un valore di  $S_B$  di 3.3 m. Tuttavia, come è mostrato in figura 2 il picco della distribuzione è piuttosto largo, per cui variazioni dal

valore ottimale di  $S_B$  non cambiano molto la situazione. Sarebbe così possibile pensare di aumentare  $S_B$ , ottenendo due vantaggi:

- la corrente di fascio  $I = ec \frac{N_B}{S_B}$  diminuisce
- aumenta il tempo a disposizione dei rivelatori per il loro funzionamento

Tuttavia aumentare  $S_B$  significa pure, una volta fissata la luminosità, far crescere il numero  $N_B$  di protoni in ciascun pacchetto, e conseguentemente il numero di eventi all'incrocio dei fasci e la loro successiva defocalizzazione. Nel progetto di SSC si è scelto un valore di  $S_B$  pari a 4.8 m, che abbassa solo del 10 % il valore di picco della luminosità, ma aumenta del 40 % il tempo tra un pacchetto e l'altro, portando il suo valore a 16 nsec. Il numero di protoni per pacchetto è stato fissato a  $7 \cdot 10^9$  e la lunghezza di ognuno di essi è di 15 cm. Nelle regioni di interazioni i fasci sono fatti incrociare sotto un angolo di  $75 \mu\text{rad}$ . I valori indicati fissano completamente i parametri di lavoro a 20 TeV.

### 3. I MAGNETI SUPERCONDUTTORI E LORO DISPOSIZIONE

La progettazione e la disposizione dei magneti lungo l'acceleratore deve essere fatta in modo da ottenere efficientemente ed economicamente un fascio con le proprietà precedentemente illustrate. Il modulo elementare è costituito dalla "cella magnetica", formata da due mezze celle di cinque dipoli posti tra due quadrupoli. Ognuno dei due archi di circonferenza di cui SSC consiste è composto da 166 di queste celle lunghe ciascuna 192 m, ed è diviso in quattro quadranti aventi sistemi di alimentazione e raffreddamento separati. Le due aree sperimentali sono rappresentate in figura 3. Di differente concezione sono invece i magneti che avvicinano i due fasci di protoni nelle regioni di interazione, che deviano le particelle dapprima da una distanza di 70 cm a una di 35 cm, e quindi le portano a collisione. L'ultimo stadio di focalizzazione è costituito da un tripletto di quadrupoli, come appare in figura 4. La struttura è completamente antisimmetrica attorno al punto di interazione, così che i due fasci provenienti da direzioni opposte vengono deviati da strutture identiche ma opposte.

Per quel che riguarda la progettazione di singoli magneti, e in particolare dei dipoli da disporre lungo l'acceleratore, una grande discussione è sorta sull'opportunità di usare campi magnetici elevati e quindi anelli piccoli oppure campi più deboli e anelli più grandi. Un'altra incertezza era se porre i due fasci circolanti in magneti comuni o se costruire magneti e criostati separati. Dopo un accurato esame di diverse soluzioni proposte, si è deciso di scegliere come elemento base un dipolo simile a quelli impiegati con successo nella costruzione del Tevatron. La possibilità di ospitare due fasci nel medesimo magnete è stata scartata a causa di difficoltà di operazione e a problemi di interazione dei fasci

tra loro all'interno del magnete. In figura 5 compare uno spaccato del magnete prescelto. Il filo impiegato per la costruzione delle spire del magnete è superconduttore, ed è disponibile commercialmente. Il materiale al NbTi utilizzato nel 1982-3 per il Tevatron poteva sopportare  $1800-2000 \text{ A/m}^2$  a una temperatura di operazione di 4.2 K e un campo generato di 5 Tesla; nel 1986 già erano disponibili filamenti in grado di sopportare  $3700 \text{ A/m}^2$ , e i successivi miglioramenti tecnologici sono sempre stati presi in considerazione per aumentare le prestazioni dei magneti. I cavi superconduttori sono costituiti da 23 fili intrecciati fra loro, composti a loro volta da 2178 filamenti al NbTi rivestiti di rame. Macchine per la costruzione dei cavi sono già state realizzate al Lawrence Berkeley Laboratory, e la loro realizzazione su scala industriale non dovrebbe costituire un problema. Nonostante le dimensioni del dipolo elementare siano di 16.5 m, si è partiti dalla costruzione di prototipi di dimensioni minori (1 m e 4.5 m). L'assemblaggio del magnete prevede l'avvolgimento di due strati di spire di filo superconduttore su un isolante trasparente, tenute ferme da anelli metallici che ne impediscono il movimento in presenza di campi magnetici. La costruzione di sei modelli a 6.6 Tesla di 4.5 m è stata portata a termine con successo al Brookhaven National Laboratory, ottenendo campi fino a 8 Tesla e prestazioni omogenee da modello a modello.

Per quel che riguarda il sistema di raffreddamento, sebbene esso sia di dimensioni considerevoli, esso non presenta particolari problemi in quanto è costituito da singole unità realizzabili con le tecnologie oggi a disposizione.

#### 4. LOCALIZZAZIONE DEL SUPERCOLLIDER

L'intero progetto del Superconducting Super Collider è stato fatto senza avere in mente una localizzazione precisa, in quanto il Department of Energy americano si deve ancora definitivamente pronunciare sull'area della sua realizzazione. Si è partiti inizialmente da una rosa di otto stati candidati sparsi nell'intero territorio degli Stati Uniti, per restringersi ultimamente a un ballottaggio di soli due. Illinois e Texas sono gli ultimi candidati rimasti per la costruzione di SSC, e non è a tutt'oggi possibile prevedere per quale dei due il governo americano opterà, anche considerando gli enormi interessi economici in gioco. Stime del 1986 prevedevano tempi di realizzazione dell'ordine di sei anni e mezzo per una spesa complessiva di tre miliardi di dollari dell'epoca. Comitati a sostegno dell'uno o dell'altro stato sono sorti nel tentativo di aggiudicarsi la costruzione di SSC che, se da una parte sarà fonte di molti nuovi posti di lavoro, dall'altra parte deve vincere la diffidenza della popolazione riguardo all'impatto con il territorio e la possibilità di inquinamento radioattivo.

## 5. QUALE FISICA ALL' SSC ?

Dopo avere brevemente esaminato le caratteristiche tecniche del Superconducting Supercollider e le scelte che hanno portato a fissare i suoi parametri operativi, occupiamoci ora di quali saranno i fenomeni fisici su cui SSC potrà far luce. La gamma di possibili attività di ricerca é assai vasta, e copre virtualmente tutte le maggiori questioni irrisolte della fisica delle alte energie: nell'ambito del modello standard, la teoria per le interazioni elettrodeboli e forti oggi piú accreditata, vi sono ancora che, pur essendo già stati sperimentalmente messi in evidenza, necessitano di uno studio con maggior statistica, come per esempio la fisica dei  $W^+$ ,  $W^-$  e  $Z^0$ , e la fisica dei quark b e c. Nell'ambito dei fenomeni previsti ma non osservati si potrà forse invece gettare luce sull'esistenza del bosone di Higgs, la ricerca di stati con quark top e, al di fuori del modello standard, di particelle supersimmetriche e di un'eventuale quarta generazione di quark. Numerosi studi sono stati fatti riguardo alle possibilità offerte da SSC in ciascuno di questi campi, e specifici rivelatori sono stati progettati per meglio osservare questi fenomeni; un'ampia documentazione in proposito é reperibile sui proceedings di Snowmass 1986 e 1987<sup>(3) (4)</sup>.

Dovendo la nostra trattazione essere limitata, decidiamo arbitrariamente di occuparci di uno solo dei campi di ricerca precedentemente elencati, e precisamente della fisica del quark b e della produzione di mesoni B. Prima di fare ciò é tuttavia necessario, per venire in aiuto al lettore non specializzato, riassumere brevemente concetti ben noti, ma basilari per la comprensione di quel che seguirá.

## 6. INTRODUZIONE ALLA FISICA DEL QUARK B

Nell'ambito del modello statico a quark tutte le particelle elementari su cui il modello standard si basa si possono suddividere in due grandi categorie: leptoni e adroni.

Alla famiglia dei leptoni appartengono solamente sei particelle (piú le corrispondenti antiparticelle), che sono le uniche veramente "elementari", nel senso che non sono interpretabili, a differenza degli adroni, in termini di costituenti al loro interno. I leptoni comprendono l'elettrone, il muone e il mesone  $\tau$ , sono particelle piuttosto leggere (salvo il  $\tau$ ), hanno spin  $\frac{1}{2}$  accompagnate ciascuna da un neutrino non massivo che porta il corrispondente numero leptonico. Le masse dei leptoni sono qui sotto riportate:

$$m_e = 0.511 \text{ MeV}$$

$$m_\mu = 105 \text{ MeV}$$

$$m_\tau = 1784.2 \text{ MeV}$$

$$m_\nu = 0$$

Gli adroni, a differenza dei leptoni, sono invece interpretabili in termini di costituenti elementari chiamati quarks. Attualmente bastano oggi 6 tipi di quarks (u,d,s,c,b,t) per costruire tutte le particelle esistenti secondo due schemi possibili: tre quarks possono combinarsi per formare una famiglia di particelle dette barioni, oppure un quark e un antiquark possono unirsi per dar luogo alla famiglia dei mesoni. Esempi di barioni sono i protoni e i neutroni, formati dai quark uud e udd, mentre esempi di mesoni sono i pioni  $\pi^+$  ( $u\bar{d}$ ) e  $\pi^-$  ( $\bar{u}d$ ) e i mesoni K. Il modello a quark, pur essendo molto efficace nella classificazione delle particelle esistenti e nel loro raggruppamento in multipletti (vedi più diffusamente per esempio (5)) portano a proprietà non osservate direttamente in esperimenti, quali per esempio la carica frazionaria dei quarks. Il fatto che le particelle conosciute abbiano carica multipla di quella dell'elettrone porta al fatto che ai quarks sia associata carica frazionaria pari a  $\frac{2}{3}$  o a  $-\frac{1}{3}$ . Un'altra proprietà non osservata direttamente è il cosiddetto colore dei quarks. Esso è semplicemente un ulteriore numero quantico ad essi associato, del tutto simile alla carica elettrica, ma che si può presentare in tre segni differenti, indicati comunemente con i nomi rosso, verde e blu. Le particelle osservabili sperimentalmente non portano traccia diretta del colore, e sono perciò globalmente "bianche". Ciò si interpreta nel caso dei barioni pensando che tre quarks di colori diversi e che la somma di rosso, verde e blu dia luogo ad assenza di colore. La situazione è analoga per i mesoni, in cui però un quark colorato e un antiquark del corrispondente anticoloro (per esempio rosso e antirosso) danno ancora luogo ad assenza di colore. Il campo associato alla carica di colore è ritenuto il responsabile delle interazioni forti ed è studiato dalla QCD (quantum chromodynamics), ma a tutt'oggi non ancora ben compreso nella sua essenza. Così come il mediatore del campo elettromagnetico è il fotone, la presenza di tre possibili stati per la carica di colore fa sì che i portatori del campo divengano 8 e siano carichi (di colore). Essi vengono detti gluoni. Oltre al campo di colore, associamo ai soli quarks s,c,t,b un ulteriore numero quantico detto flavour o sapore, conservato nelle interazioni forti. Ad esempio il mesone  $K^-$  ( $\bar{u}s$ ) porta stranezza  $s = -1$  e perciò viene detta particella strana, il mesone  $D^+$  ( $c\bar{d}$ ) porta un numero quantico di charm  $c = 1$  ed è perciò detta "charmata". Esistono tuttavia particelle costituite da quark con flavour non nullo, ma che globalmente non hanno sapore; esempi sono la  $J/\psi$  ( $c\bar{c}$ ), in cui  $C = 1 - 1 = 0$  e la  $\Upsilon$  ( $b\bar{b}$ ) in cui analogamente  $B = 1 - 1$ .

## 7. SCOPERTA DEL QUARK B

L'evidenza sperimentale del quark b é piuttosto recente e si deve a S.W.Herb e L.Lederman (premio Nobel 1988)<sup>(6)</sup> che al Fermilab nei pressi di Chicago scoprirono due picchi nella massa dei  $\mu^+\mu^-$  prodotti nel processo

$$p + N \rightarrow \Upsilon + X$$

seguita dal decadimento  $\Upsilon \rightarrow \mu^+\mu^-$ . Questi picchi (vedi figura 6), rispettivamente a 9.4 GeV e 10 GeV, di larghezza inusualmente piccola per le energie in gioco, furono interpretate come stati legati  $b\bar{b}$  in configurazione del tutto simile a un atomo nello stato 1S e 2S.

Nel 1978 gli esperimenti Dasp II e Pluto ad Amburgo confermarono l'esistenza di due picchi a 9.4 e 10.023 GeV; ai due stati  $b\bar{b}$  trovati venne dato il nome di  $\Upsilon$  e  $\Upsilon'$  e furono classificati come stati  $3S_1$  aventi origine dal processo illustrato in figura 7. In seguito fu messa in luce una vera e propria spettroscopia di stati legati  $b\bar{b}$  comprendente  $\Upsilon(3S)$ ,  $\Upsilon(4S)$ ,  $\Upsilon(5S)$ ,  $\Upsilon(6S)$ , nonché stati in onda p. Come prima fatto notare, la famiglia delle  $\Upsilon$  non presenta tuttavia beauty manifesto pur essendo costituita da soli quark b. Esistono tuttavia diverse particelle con numero quantico B non nullo, i mesoni B. Essi sono formati dall'unione del quark  $\bar{b}$  con u,d,s,c e danno luogo a 4 possibili mesoni B:

$$B^+ = \bar{b}d \quad B^0 = \bar{b}d \quad B_s = \bar{b}s \quad B_c = \bar{b}c$$

piú ovviamente le 4 corrispondenti antiparticelle. I mesoni B possono principalmente essere prodotti dal decadimento della  $\Upsilon(4S)$ , che si rivela essere la particella di massa piú bassa superiore alla soglia di produzione. Due possibili processi sono

$$\Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0$$

$$\Upsilon(4S) \rightarrow B^+B^-$$

piú analoghi decadimenti per la produzione di altri mesoni B di massa piú grande. Il fatto che si abbia produzione di B con la  $\Upsilon(4S)$  ma non con la  $\Upsilon(3S)$  indica che

$$\frac{1}{2}m_{\Upsilon(3S)} \leq m_{B^+,B^0} \leq \frac{1}{2}m_{\Upsilon(4S)}$$

da cui  $5.18 \text{ GeV} \leq m_{B^+,B^0} \leq 5.29 \text{ GeV}$ . Noi assumeremo che al 100% dei casi  $\Upsilon(4S)$  decada in coppie  $B^0\bar{B}^0$  o  $B^+B^-$ .

## 8. IL QUARK B NEL MODELLO STANDARD

Una volta accennato brevemente al ruolo svolto dal quark b nella fisica delle alte energie di questi ultimi anni e introdotte alcune nozioni basilari,



vediamo di capire quali siano i punti oscuri su cui la teoria necessita di conferma sperimentale. All'interno del modello standard si osserva che nelle interazioni deboli i sapori possono non conservarsi, cioè esistono reazioni in cui i numeri quantici di sapori quali il beauty, il charm o la stranezza, per esempio, variano se confrontati prima e dopo l'interazione. Un esempio è costituito dal decadimento

$$\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$dds \rightarrow ddu + e^- + \bar{\nu}_e$$

in cui la particella  $\Sigma^-$  che decade ha stranezza  $-1$ , mentre i prodotti del decadimento ne sono privi; il bilancio di stranezza è quindi pari a  $\Delta S = 1$  e si ha non conservazione di questo numero quantico. Il modello standard interpreta questo fenomeno permettendo che i quarks si "mescolino" fra loro, cioè si possano trasformare uno nell'altro. Per capire meglio cosa ciò significhi, limitiamoci a considerare la sola coppia  $(d, s)$ . Essi sono autostati di sapore, nel senso che a  $d$  attribuisco stranezza  $0$  e a  $s$   $-1$ , ma non sono autostati per le interazioni deboli, in quanto si è visto che in esse è possibile che un  $s$  si trasformi in un  $u$  privo di stranezza. Possiamo però dire che gli autostati deboli saranno una combinazione lineare degli autostati di sapore. Si esprime ciò definendo i coefficienti della combinazione come funzioni trigonometriche di un angolo  $\theta_c$  detto angolo di Cabibbo che "ruota" la coppia iniziale  $(d, s)$  in una coppia  $(d', s')$  così definita:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_c & \sin\theta_c \\ -\sin\theta_c & \cos\theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

Si è determinato sperimentalmente che  $\theta_c \simeq 13^\circ$ . Introducendo la terza generazione di quarks  $(c, b, t)$  la situazione non cambia sostanzialmente, ma diviene solo più complicata formalmente. La matrice diventa  $3 \times 3$  e viene detta di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa.

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Si dimostra che solo 4 dei 9 elementi della matrice sono indipendenti, e possono essere espressi tramite tre angoli più una fase. Esistono diverse parametrizzazioni per la matrice, a titolo di esempio riportiamo quella di Chau, Stech e Fritsch:

$$\begin{pmatrix} \cos\beta\cos\gamma & \cos\beta\sin\theta & \sin\beta e^{i\delta} \\ -\sin\gamma\cos\theta\sin\beta e^{i\delta} - \sin\theta\cos\gamma & \cos\gamma\cos\theta - \sin\gamma\sin\theta\sin\beta e^{i\delta} & \sin\gamma\cos\beta \\ \sin\gamma\sin\theta - \cos\gamma\cos\theta\sin\beta e^{i\delta} & -\sin\gamma\cos\theta - \cos\beta\sin\gamma\sin\theta e^{-i\delta} & \cos\gamma\cos\beta \end{pmatrix}$$

$\theta, \gamma, \beta$  sono l'analogo dell'angolo di Cabibbo  $\theta_c$ , mentre  $\delta$  é una fase, che fa si che la matrice sia in questo caso complessa e non piú reale come nel caso  $2 \times 2$ . Attualmente é noto con una certa precisione solo il valore di  $\theta$ , mentre per  $\beta, \gamma, \delta$  esistono ancora incertezze che attendono una determinazione sperimentale piú precisa. Piú in dettaglio  $|V_{ud}|$  é noto dal decadimento  $\beta$ ,  $|V_{us}|$  dal decadimento del K,  $|V_{cd}|$  e  $|V_{cs}|$  da produzione di mesoni charmati; non sono ancora invece noti con sufficiente precisione i restanti 5 elementi. I valori noti sono

$$|V_{ud}| = 0.9747 \pm 0.0011$$

$$|V_{us}| = 0.221 \pm 0.002$$

$$|V_{cd}| = 0.21 \pm 0.003$$

$$|V_{cs}| = 0.93 \pm 0.10$$

Per la determinazione degli elementi poco noti lo studio del decadimento dei mesoni B (vedi figura 8) ci puó essere di aiuto, infatti tali reazioni vengono generalmente interpretate nell'ambito del quark spectator model, in cui il quark b si trasforma in un bosone vettoriale W che decade successivamente in due quarks, e un quark di massa inferiore, mentre l'antiquark di cui il mesone originale é composto rimane inalterato e non partecipa all'interazione. Il decadimento  $B^- \rightarrow D^0 \pi^-$  si interpreta in termini di quark costituenti come  $b\bar{u} \rightarrow c\bar{u} + d\bar{u}$  e osserva la trasformazione di b in c, fornendo cosí informazioni su  $V_{bc}$ , mentre  $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  ( $b\bar{d} \rightarrow u\bar{d} + d\bar{u}$ ) aiuta a determinare  $V_{bu}$ . La determinazione sperimentale di questi elementi di matrice si basa sulla ricostruzione completa degli eventi e naturalmente su una statistica sufficientemente ampia, requisito che fino ad oggi é venuto a mancare, dato lo scarso numero di mesoni B ricostruiti completamente dagli esperimenti.

Un altro fenomeno molto interessante previsto dalla teoria ed effettivamente giá osservato, ma che necessita di ulteriore studio, é l'oscillazione  $B\bar{B}$ . Quest'ultima prevede che  $B^0$  si possano spontaneamente trasformare in  $\bar{B}^0$  o viceversa secondo grafici del tipo illustrato in figura 9. Ció significa che, generata una coppia di  $B\bar{B}^0$  per esempio dal decadimento di  $\Upsilon(4s)$ , l'evento ricostruito possa presentare due  $B^0$  oppure due  $\bar{B}^0$ . Il fenomeno é finora stato

effettivamente osservato sia da Argus che da Cleo, ma solo in pochissimi eventi e necessita quindi di una statistica molto superiore per arrivare ad una sufficiente comprensione della sua natura. La situazione si presenta analoga all'oscillazione  $K\bar{K}^0$  osservata nel 1956 da Fitch e Cronin e che fruttò ad essi il premio Nobel. Non è difficile prevedere che analoga sorte sarà probabilmente riservata a chi per prima fornirà risultati soddisfacenti per l'oscillazione  $B\bar{B}^0$ .

#### 9. TASTER : UNO SPETTROMETRO PER LO STUDIO DEI MESONI B

Prima di passare alla descrizione dettagliata di un progetto di un esperimento al Superconducting Supercollider vediamo cosa può offrire la macchina per lo studio dei B. Il vantaggio essenziale e fondamentale è che a  $\sqrt{s} = 40$  TeV la sezione d'urto di produzione di coppie  $b\bar{b}$  per collisioni protone-protone è di  $400 \mu\text{barn}$ , ottenuta principalmente tramite un processo di tipo gluon fusion ( $gg \rightarrow b\bar{b}$ ) in cui 2 gluoni si fondono per formare la coppia  $b\bar{b}$ . Per rendersi conto di quale passo in avanti realizzi un tale rate di produzione basta confrontare  $400 \mu\text{barn}$  con dati ottenuti a energie inferiori da altre macchine e altri esperimenti. UA 1 ottiene a  $\sqrt{s} = 540$  GeV per un processo  $p\bar{p} \rightarrow b\bar{b}$   $\sigma_{b\bar{b}} = 2 \mu\text{barn}$ , mentre WA 78, sempre al CERN, ha a  $\sqrt{s} = 25.6$  GeV per un processo  $\pi^- N \rightarrow b\bar{b}$   $\sigma_{b\bar{b}} = 4.5 \pm 15$  nb. Un primo confronto mostra una sezione d'urto di almeno due ordini di grandezza superiore, ma per effettuare un confronto corretto sono stati fatti calcoli teorici per processi protone-protone a  $\sqrt{s} = 40$  GeV che danno  $\sigma_{b\bar{b}} = 5 - 10$  nb, inferiore quindi ancora di due ordini di grandezza a quella disponibile a SSC. Notando inoltre che la sezione d'urto totale per processi anelastici vale  $35$  mb a  $40$  GeV e  $100$  mb a  $40$  TeV si può vedere che

$$\frac{\sigma_{b\bar{b}}}{\sigma_{inel}} = 3 \cdot 10^{-7} (\text{a } 40 \text{ GeV})$$

$$\frac{\sigma_{b\bar{b}}}{\sigma_{inel}} = 4 \cdot 10^{-8} (\text{a } 40 \text{ TeV})$$

per cui risulterà molto più semplice isolare eventi  $b\bar{b}$  dal fondo. Una così abbondante produzione di coppie  $b\bar{b}$  ha tuttavia come effetto immediato un grosso svantaggio, che costituisce la maggior parte dei problemi per la progettazione di esperimenti; se si considera la molteplicità media di particelle prodotte negli eventi interessanti si nota che si passa da un valore di 20-25 particelle a  $40$  GeV a 175-350 a  $40$  TeV, il che costituisce un grande problema per i rivelatori e i sistemi di acquisizione. La figura 10 mostra un tipico evento a SSC e

dá un'idea della difficoltà di registrare ed analizzare correttamente eventi così complicati. Sempre avendo in mente un esperimento per lo studio dei mesoni B, vediamo ora di enunciare brevemente le caratteristiche di un tale evento, ottenuta tramite il montecarlo Pythia./par/noindent Come risulta dalla figure 11-13, le caratteristiche principali di un evento  $b\bar{b}$  possono così essere riassunte:

- i  $b$  e  $\bar{b}$  prodotti hanno piccolo momento trasverso (con valore medio 6 - 7 GeV/c)
- la distribuzione angolare ha un picco in avanti e uno in indietro
- non si ha nessuna produzione significativa per  $\theta \geq 20^\circ$
- i  $b$  e  $\bar{b}$  sono prodotti tipicamente entrambi in avanti o in indietro.

Inoltre, volendo valutare il rate di produzione a 40 TeV di coppie  $b\bar{b}$  con una luminosità ridotta rispetto a quella massima ( $10^{33} \text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1}$ ) di  $10^{32} \text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1}$  si ottiene:

$$\frac{\text{no. eventi}}{\text{sec}} = L \cdot \sigma = 10^{32} \cdot 400 \cdot 10^{-30} = 40000$$

Un rate di 40000 eventi interessanti al secondo é di svariati ordini di grandezza superiore a quelli disponibili per Argus e Cleo, qui sotto riportati, e rende persino impossibile acquisire tutti gli eventi prodotti. Infatti studi fatti al Fermilab Triggering Data Acquisition and Computing Workshop for High Energy/High Luminosity Hadron-Hadron Colliders prevedono un rate possibile di acquisizione di 1 evento/sec con 1 Mbyte/evento, e tenendo conto dei progressi tecnologici futuri si può prevedere che sotto 10-100 eventi/sec potranno essere scritti su nastro.

Anno	Cleo	Argus
1987	$2.5 \cdot 10^5$	-
1988	-	$2 \cdot 10^5$
1989	$5 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$

Una produzione così copiosa offre quindi una possibilità in più: si può scegliere un canale di decadimento dei B su cui effettuare il trigger piuttosto raro e facilmente riconoscibile, in modo da limitare al minimo il fondo. A titolo di esempio si può scegliere il decadimento  $B \rightarrow J/\psi + X$  seguito da  $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$  e rappresentato tramite diagrammi a scatola del tipo di quelli illustrati a figura 14. Risultati di Cleo e Argus indicano un branching ratio di circa 1.1 % per il processo  $B \rightarrow J/\psi + X$  mentre  $J/\psi$  decade in  $\mu^+ \mu^-$  nel 7 % dei casi, dando

così una probabilità totale del  $7.7\% \cdot 10^{-4}$  per il doppio decadimento precedentemente illustrato. Questo rende possibile la progettazione di un trigger on line con la sola acquisizione di eventi  $\mu^+\mu^-$  inclusivi con una buona possibilità di ridurre al minimo il fondo dato che la presenza di coppie  $\mu+\mu^-$  può essere facilmente determinata sperimentalmente.

Taster<sup>(7) (8)</sup> è uno spettrometro progettato per SSC espressamente mirato per lo studio dei mesoni B, il cui primo progetto di massima risale al 1986, seguito da raffinamenti ed ampliamenti nell'anno successivo. Le sue caratteristiche principali ricalcano da vicino le caratteristiche degli eventi con  $b\bar{b}$  prima illustrate:

- piccolo angolo coperto: si valuta che il 25 % delle coppie  $b\bar{b}$  prodotte esca entro un cono di semiapertura  $20^\circ$ .
- piccolo momento trasverso per le coppie  $b\bar{b}$  prodotte.
- emissione preferenziale lungo la direzione del fascio.

Queste caratteristiche rendono possibile la progettazione di un rivelatore compatto, concentrato attorno alla direzione del fascio, che lascia scoperte le regioni a grande angolo, dato che la inclusione nell'accettazione dei rivelatori non porterebbe a significativi incrementi nel numero di eventi interessanti. Contrariamente ad altri tipi di esperimento, ove la copertura di tutto l'angolo solido è di grande importanza, qui uno spettrometro convenzionale simile a quelli impiegati negli esperimenti a bersaglio fisso è sufficiente a raccogliere un campione soddisfacente di eventi ricostruibili.

Data l'alta luminosità disponibile a SSC i problemi che subito sorgono in un esperimento per lo studio dei mesoni B possono essere riassunti in un'elevata molteplicità di particelle finali (la molteplicità media nell'angolo solido sotteso da  $-20^\circ < \theta < 20^\circ$  è stata calcolata con metodi montecarlo essere pari a 35.2 !) e una sovrabbondanza di coppie  $b\bar{b}$  e quindi di mesoni B prodotti. Il progetto del 1986 di Taster è illustrato in figura 15, e consta di:

- un rivelatore di vertice
- un magnete analizzatore
- due sistemi di tracciamento
- un Ring Imaging Čerenkov Counter
- un rivelatore di radiazione di transizione
- un calorimetro elettromagnetico

- un calorimetro adronico
- un rivelatore di muoni

La copertura nell'angolo azimutale  $\phi$  é di  $2\pi$ , mentre quella in  $\theta$  va da  $1^\circ$  a  $20^\circ$ ; le dimensioni approssimative dell'apparato sono indicate in figura 15. Lo scopo di Taster é lo studio di mesoni B prodotti a SSC con ricostruzione completa degli eventi; per meglio capire come esso é costituito, vediamo brevemente una descrizione dei rivelatori. Dopo che i due fasci di protoni sono stati portati a collidere nel punto di interazione il vertice primario viene ricostruito da 12 piani di microstrip di passo  $25 \mu\text{m}$  e dello spessore di  $300 \mu\text{m}$ ; esse devono essere poste il piú vicino possibile al punto di interazione per avere migliore risoluzione spaziale, causando cosiperó seri problemi di danneggiamento da radiazione, che puó essere parzialmete risolto con un foro centrale di diametro 2 mm per il passaggio delle particelle del fascio che non hanno interagito (si ricorda che il diametro del fascio é di soli  $7 \mu\text{m}$ ). Segue il rivelatore di vertice un primo sistema di camere proporzionali con fili di passo 1.5 - 2 mm per un primo tracciamento delle particelle uscenti dal vertice e per l'identificazione dei  $K_s^0$  prodotti dal decadimento dei b. Un magnete analizzatore separa quindi le tracce cariche e un secondo sistema di camere effettua un nuovo tracciamento. I due sistemi non pongono particolari problemi di costruzione, se non per la difficoltà di operare a rate particolarmente elevati. Dopo il secondo tracciamento un Ring Imaging Čerenkov Counter distingue i mesoni K dai pioni su un ampio range cinematico, mentre il rivelatore a radiazione di transizione che lo segue identifica gli elettroni veloci, nel nostro caso specialmente quelli provenienti dal decadimento  $B^\pm \rightarrow D^0 e^\pm \nu_e$ . Un'ulteriore identificazione dei pioni ed elettroni, nonché di particelle neutre quali per esempio i neutroni é realizzato tramite i due calorimetri elettromagnetico ed adronico, costituiti rispettivamente da 24 lunghezze di radiazione e 9 lunghezze di interazione. Infine, un rivelatore di muoni identifica i  $\mu$  e fornisce il trigger di primo livello. Una parte sensibile é posta dopo assorbitori in acciaio da 12 GeV e permette l'acquisizione di eventi di coppie  $\mu^+ \mu^-$  di energia superiore a 2.5 GeV. Un funzionamento ideale del trigger permetterebbe di selezionare un campione esclusivamente costituito da eventi del tipo  $B \rightarrow J/\psi + X$  e  $J/\psi \rightarrow \mu + \mu^-$ . Ci sono ovviamente sorgenti di fondo ed inefficienze che inquinano il campione; quanto sopravvive al trigger di primo livello puó essere sommariamente classificato secondo le tre seguenti categorie:

- eventi buoni  $B \rightarrow J/\psi + X$
- $J/\psi$  prodotte direttamente dalla collisione pp (sono circa 10 al secondo in tutto lo spazio, ma solo poche cadono nell'accettanza dello spettrometro e sono eliminabili in sede di analisi offline)

- fondo di muoni provenienti dal decadimento  $\pi \rightarrow \mu e \nu_e$

Si prevede che con un assorbitore da 12 GeV si acquisiranno 10 - 100 eventi/sec, valore che é ai limiti delle attuali tecniche disponibili. Con un assorbitore da 20 GeV si scende invece a 5 - 50 eventi/sec.

Vediamo ora quale quale é la produzione di mesoni B prevista per una presa dati di  $10^7$  secondi, pari a circa un anno. Assumendo che solo mesoni  $B_u$  ( $\bar{b}u$ ),  $B_d$  ( $\bar{b}d$ ) e  $B_s$  ( $\bar{b}s$ ) vengano prodotti nel rapporto 2/2/1 si ottengono tramite metodi di simulazione i seguenti risultati:

- $1.2 \cdot 10^7 B_u$  che fanno scattare il trigger sopra descritto, piú un insieme di  $B_u, B_d, B_s$  provenienti dall' adronizzazione dell'altro quark b della coppia  $b\bar{b}$
- $1.2 \cdot 10^7 B_d$  prodotti in situazione analoga a prima
- $6 \cdot 10^6 B_s$  prodotti in situazione analoga a prima

La statistica di Taster sará quindi molto superiore a quella disponibile negli esperimenti finora realizzati, specie per quanto riguarda i processi  $B \rightarrow J/\psi + X$  piú  $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$ , ma presenta un buon campione anche di altri tipi di reazioni ricostruendo quanto avviene per l'altro quark della coppia  $b\bar{b}$ . Questa situazione dovrebbe permettere di dare un contributo positivo nella determinazione degli elementi poco noti della matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa e nello studio delle oscillazioni  $B^0 \bar{B}^0$ , dato che l'evento viene completamente ricostruito.

### Conclusioni

Si é esaminato brevemente Taster, uno spettrometro per lo studio dei mesoni B prodotti a SSC e si é illustrata la struttura dell'apparato sperimentale alla luce delle caratteristiche fisiche degli eventi interessanti. Non ci sono problemi che in linea di principio impediscano con le tecnologie attuali o comunque prevedibili nei prossimi anni di realizzare un esperimento che si prefigga gli scopi di Taster. Lo spettrometro é costituito da elementi convenzionali realizzabili giá oggi, tuttavia permangono problemi di radiation damage per il rivelatore di vertice e di risoluzione temporale per le camere a fili; Il punto dolente é comunque senz'altro costituito dai sistemi di acquisizione che, come si é visto, costituiscono l'ostacolo piú stringente, vista l'abbondanza di eventi interessanti prodotti a una cosí alta energia. Anche se rimangono problemi da risolvere, la situazione nel campo della fisica induce a ben sperare in progressi futuri, e , per quel che riguarda Taster, prosegue lo studio verso un progetto realistico dell'esperimento.

## BIBLIOGRAFIA

1. R. Fernow: Introduction to experimental particle physics 1986 Cambridge University press p.99
2. C. Pellegrini: Colliding beam acceletors Ann. Rev. Nucl. Sci. 22: 1 - 24, 1972
3. Physics of the Supercconducting Supercollider Snowmass 1986
4. Experiments, detectors, and experimental areas for the Supercollider Berkeley 1987 World Scientific
5. D.H. Perkins: Introduction to high energy physics Addison Wesley, Reading, Mass. 1982
6. S.W. Herb et al.: Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 252
7. vedi ref. 3 p. 759 - 87
8. vedi ref. 4 p. 83 - 91



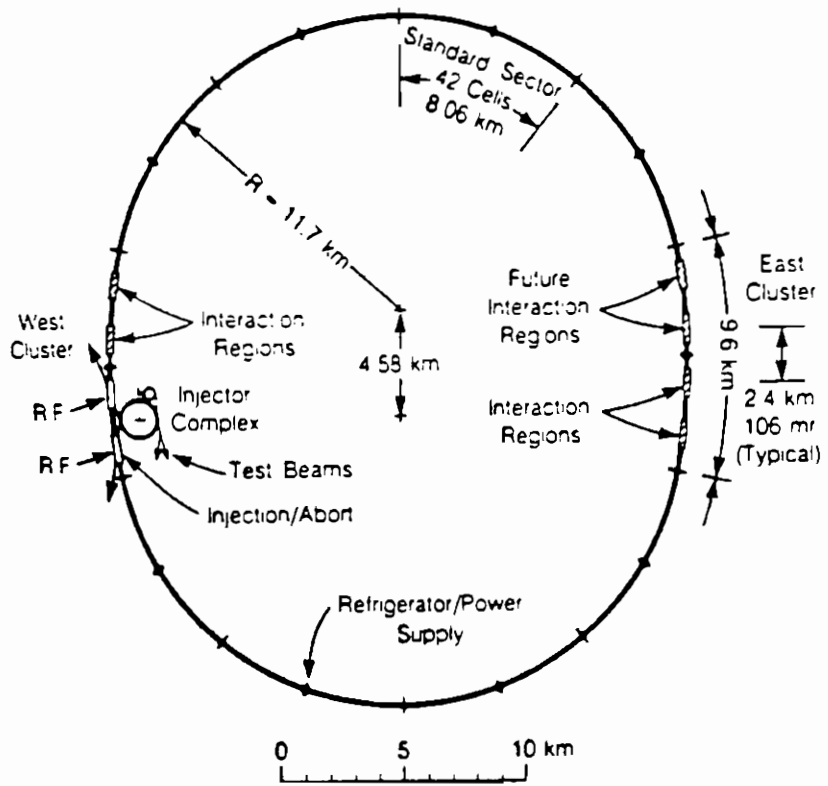


fig. 1 Planimetria di SSC

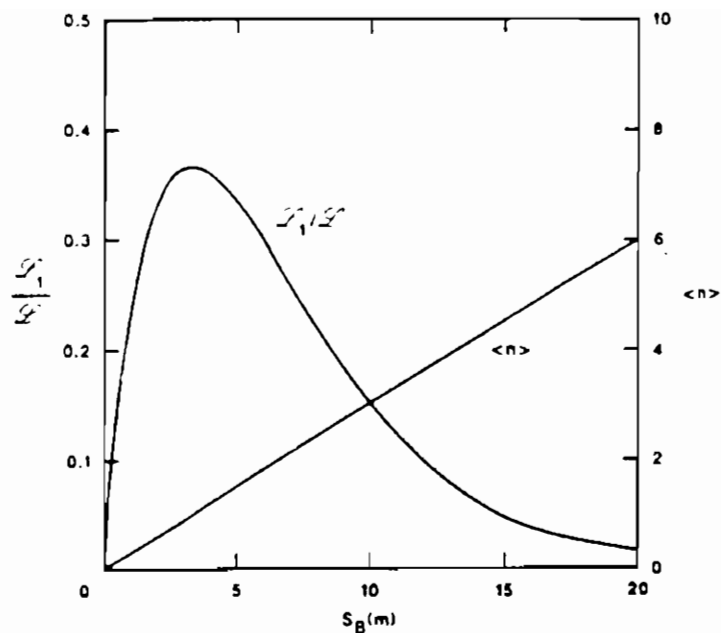


fig. 2 No. eventi all'incrocio dei fasci e rapporto delle luminosità (v. testo)

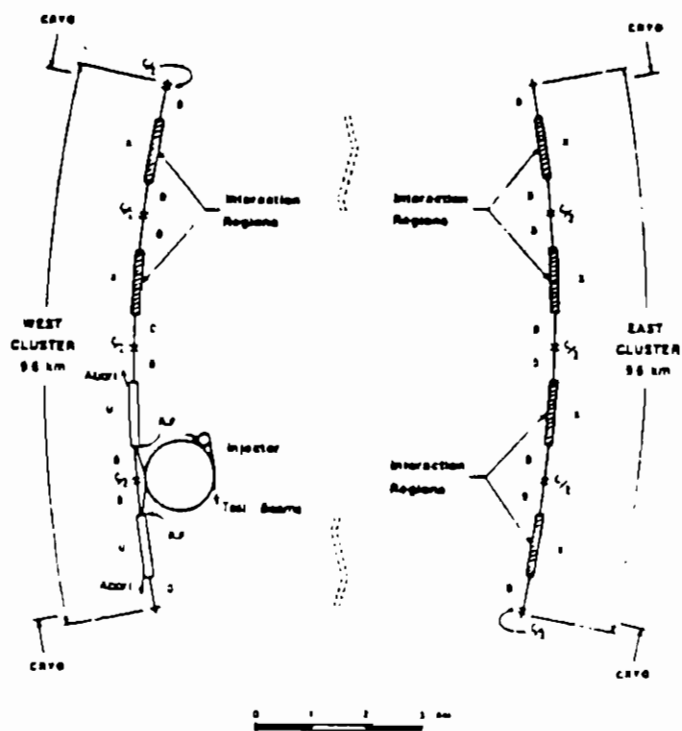


fig. 3 Dettaglio delle aree sperimentali e di supporto

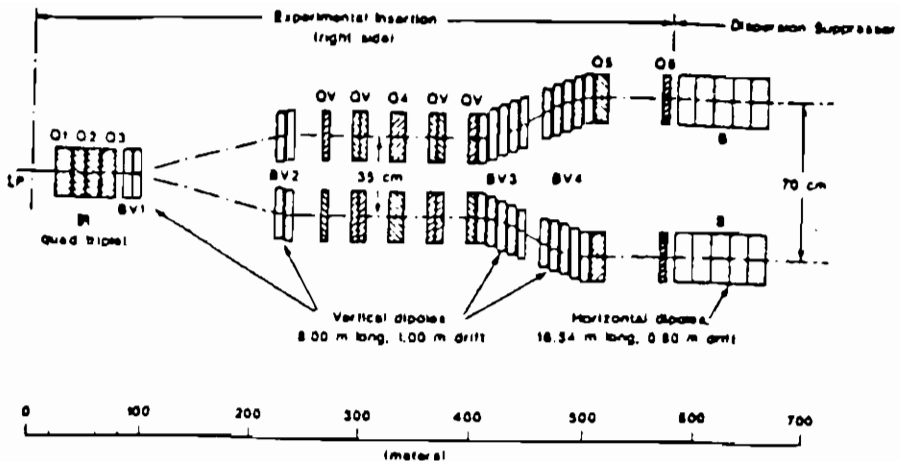


fig. 4 Disposizione dei magneti nelle regioni di interazione

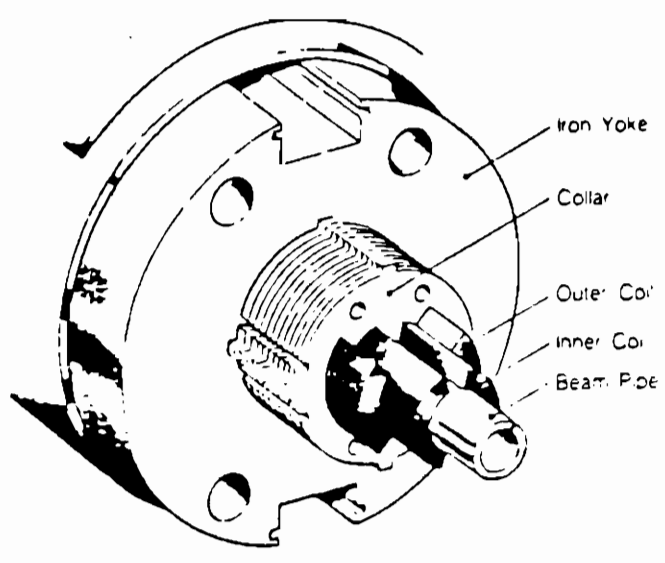


fig. 5 Dipolo dell'anello principale

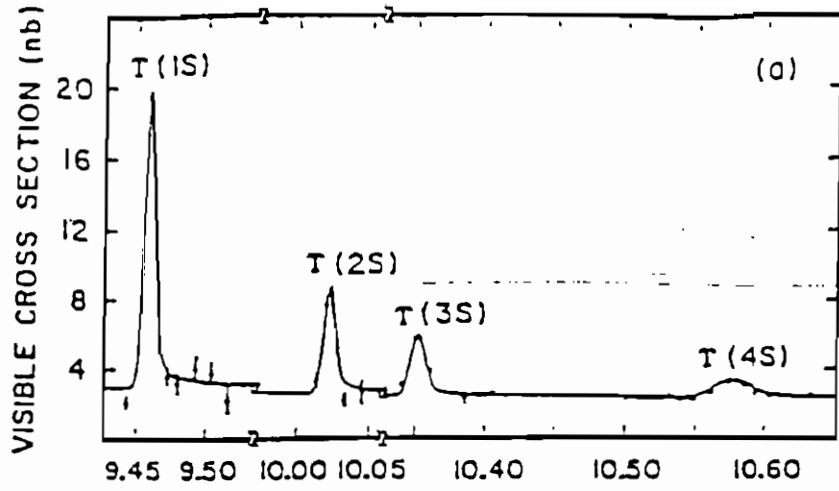


fig. 6 Massa invariante  $\mu^+ \mu^-$  sopra 8.5 GeV (fondo sottratto)

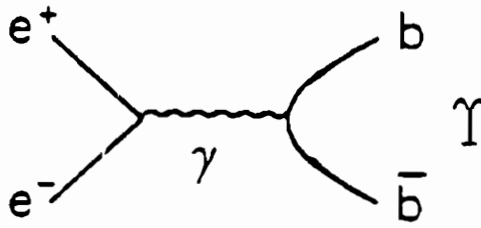


fig. 7

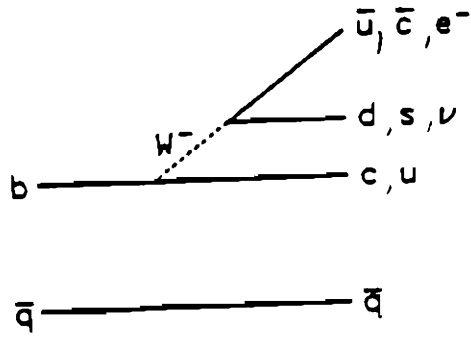


fig. 8

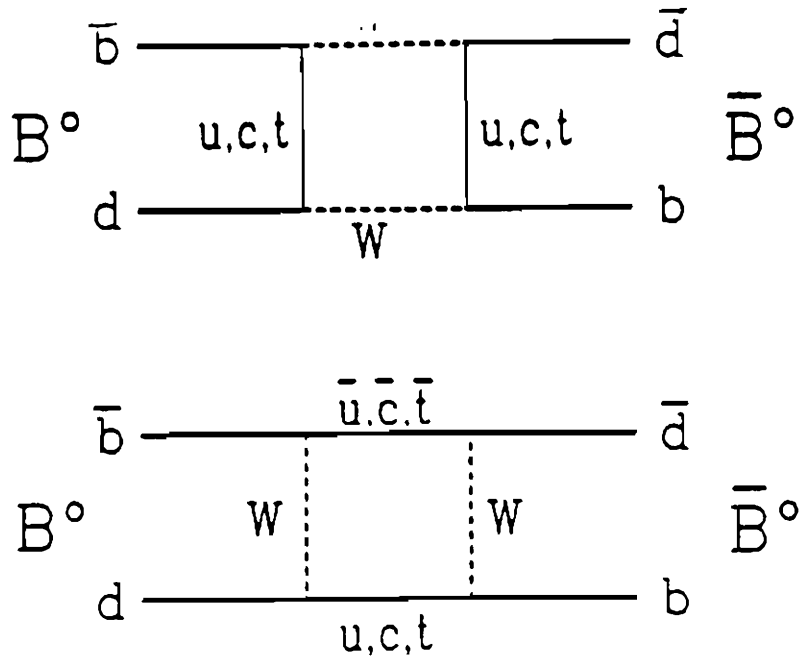


fig. 9

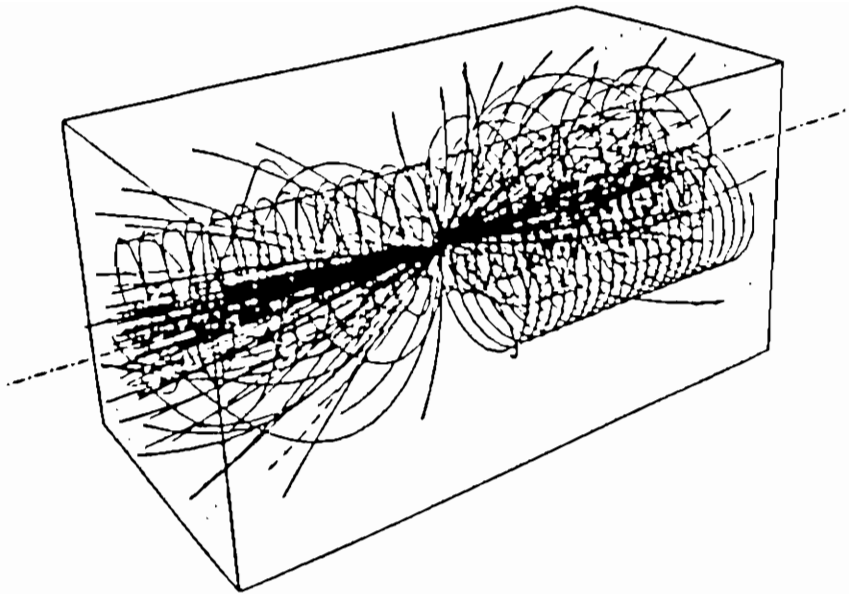


fig. 10 Tipico evento alle energie di SSC

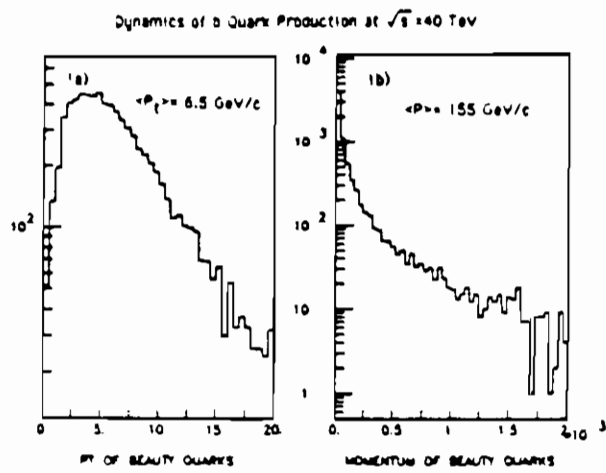


fig. 11

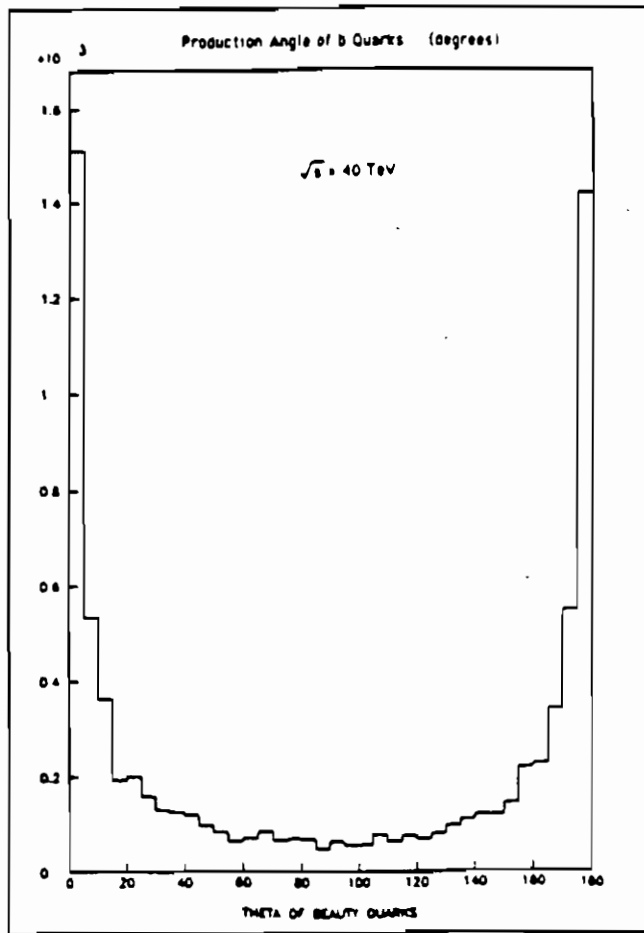


fig. 12 Angolo di produzione dei quark b rispetto alla direzione del fascio in interazioni pp a  $\sqrt{s} = 40 \text{ TeV}$

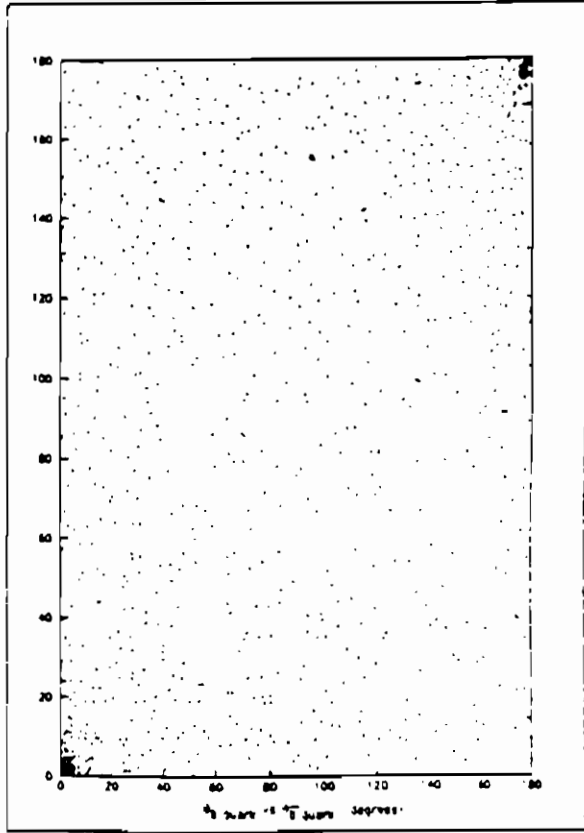


fig. 13 Deflessione dalla direzione del fascio dei quark  $b$  e  $\bar{b}$



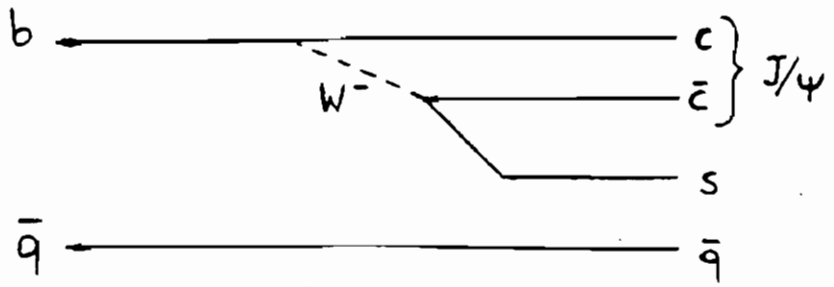


fig. 14

THE "TASTER"  
RARE B DECAY SPECTROMETER SCHEMATIC

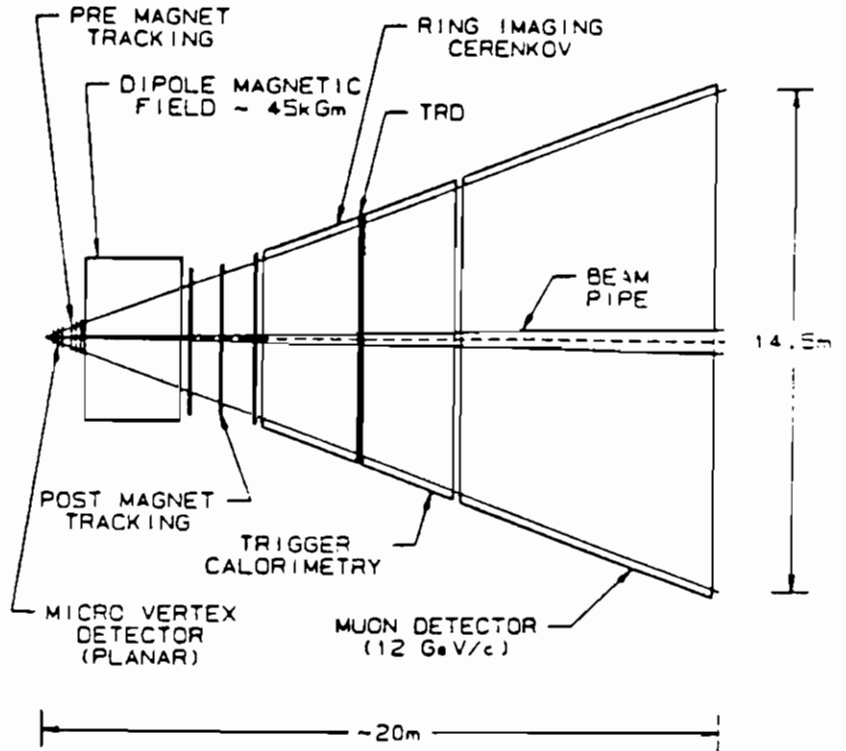


fig. 15 Rappresentazione schematica del rivelatore Taster

**Fausto Borgonovi**

**Dipartimento di Fisica Nucleare e Teorica  
Università di Pavia  
e  
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare  
Sezione di Pavia**

**FENOMENI DI TRASPORTO IN SISTEMI HAMILTONIANI**

**Seminario tenuto il 14 / 11 / 1988**

## 1. INTRODUZIONE

Consideriamo un sistema hamiltoniano classico a 2 (o uno e mezzo) gradi di libertà, lineare nelle variabili d'azione, descritto da una hamiltoniana

$$H_0(I_1, \theta_1, I_2, \theta_2) = \omega_1 I_1 + \omega_2 I_2 \quad (1.1)$$

con  $\omega_i = \frac{\partial H_0}{\partial I_i}$ ,  $i = 1, 2$  frequenze del moto.

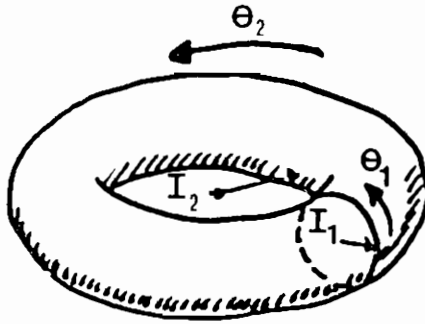


Fig.1

Il moto di un tale sistema può essere rappresentato sul toro di raggi  $I_1$  e

$I_2$  (vedi Fig. 1), con equazioni di moto :

$$\begin{aligned}\theta_1(t) &= \theta_{10} + \omega_1 t \\ \theta_2(t) &= \theta_{20} + \omega_2 t\end{aligned}\tag{1.2}$$

Sezioniamo il toro con un piano contenente l'asse centrale e studiamo le intersezioni dell'orbita sul piano stesso (metodo delle superfici di sezione di Poincarè<sup>[1]</sup>). La dinamica diventa in questo modo discreta, il ruolo del tempo essendo giocato dall'indice discreto  $n$ , e i passaggi del punto sulla sezione di Poincarè sono regolati da una mappa  $T : (I_n, \theta_n) \rightarrow (I_{n+1}, \theta_{n+1})$ .

Dipendendo dal rapporto  $\nu = \frac{\omega_1}{\omega_2}$  detto "numero di rotazione", sono possibili diverse traiettorie sulla superficie di sezione: punti fissi se  $\nu$  è un numero razionale, una curva invariante se è irrazionale (vedi Fig. 2). In questo ultimo caso la traiettoria riempie densamente il toro senza mai ripetersi.

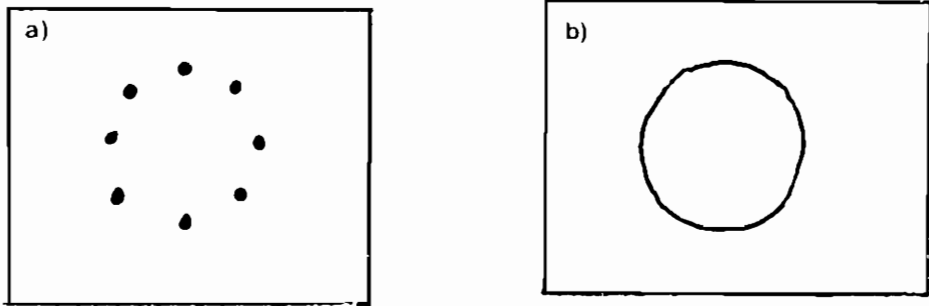


Fig.2 : a)  $\nu$  razionale, b)  $\nu$  irrazionale.

I casi fisicamente significativi sorgono quando si considera una generica perturbazione non lineare all'hamiltoniana (1.1):

$$H(I_1, \theta_1, I_2, \theta_2) = H_0(I_1, I_2) + \epsilon H_1(I_1, \theta_1, I_2, \theta_2)\tag{1.3}$$

Esistono in tale caso risultati di carattere generale che accenniamo brevemente.

**Teorema KAM<sup>[2]</sup>** : la maggior parte (nel senso della misura) dei tori invarianti resiste ad una sufficientemente piccola perturbazione purchè  $\nu$  soddisfi ad una opportuna condizione, detta di Diofantinità, di essere cioè "abbastanza lontano" dai razionali. In realtà si trova numericamente che i tori, anche se deformati, resistono a perturbazioni molto più elevate di quelle permesse dal teorema KAM.

Teorema di Poincarè-Birkhoff<sup>[2]</sup> : se la perturbazione è piccola, in corrispondenza dei punti fissi di ordine  $n$  della mappa si trovano  $2kn$  punti fissi (con  $k$  generalmente uguale a 1) di cui una metà stabile e l'altra instabile. Il concetto di stabilità è qui riferito al comportamento della mappa tangente nell'intorno di tali punti; quelli stabili, o ellittici, saranno circondati da orbite chiuse e regolari, mentre gli altri da traiettorie esponenzialmente divergenti.

La geometria dello spazio delle fasi subisce così importanti modificazioni, e le orbite tipiche saranno<sup>[3]</sup> :

- cerchi invarianti (o superfici KAM rotazionali) parametrizzabili da funzioni analitiche
- isole di stabilità, ossia orbite periodiche circondate da superfici KAM che non accerchiano il cilindro (spazio delle fasi) dette KAM vibrazionali
- traiettorie caotiche nell'intorno dei punti instabili

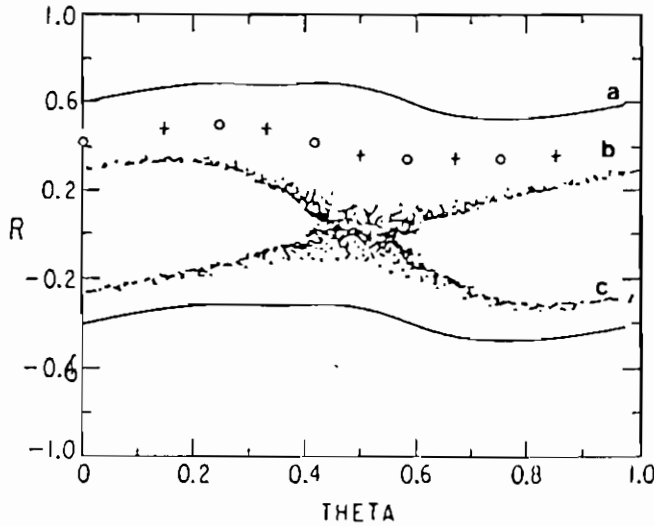


Fig.3 : a) curva invariante KAM, b) orbita periodica, c) orbita caotica limitata.

Come si può vedere dalla Fig.3 la zona caotica è strettamente confinata tra due KAM. Detta  $T$  la mappa su un periodo e  $C$  l'area tra le 2 superfici, allora

$$T(C) = C \quad (1.4)$$

ossia il CAOS non passa attraverso le superfici KAM, che rappresentano vere e proprie barriere al moto nello spazio delle fasi. La regione caotica è ricca di proprietà, può ad esempio essere dimostrato (Teorema di Birkhoff) che esiste

sempre al suo interno un'orbita che connette, a meno di un  $\epsilon$  sufficientemente piccolo, due punti qualsiasi posti sui cerchi invarianti confinanti.

Questa struttura dipende dall'intensità della perturbazione : al crescere di  $\epsilon$  le superfici KAM si rompono (vedi Fig.4), in particolare esiste un valore critico di  $\epsilon$  al di sopra del quale non esistono più cerchi rotazionali invarianti ed è possibile il moto in tutto lo spazio delle fasi.

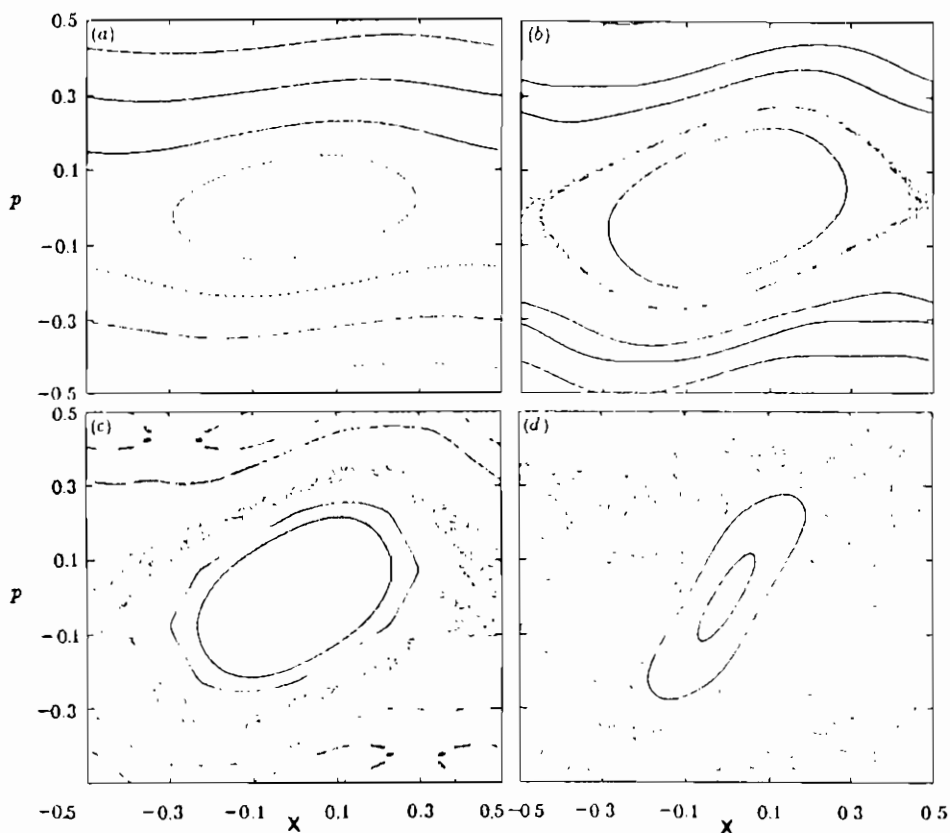


Fig.4 : orbite della Standard map; a)  $k=0.3$ , b)  $k=0.7$ , c)  $k=0.971635$ , d)  $k=3.0$ .

In un tale contesto è possibile introdurre una equazione del tipo di Fokker-Planck<sup>[4]</sup> che descrive la diffusione illimitata nell'azione.

Scopo della presente esposizione è allora descrivere il meccanismo di rottura delle KAM e come tale fenomeno influenzi le proprietà di trasporto, ossia la diffusione, nello spazio delle fasi.

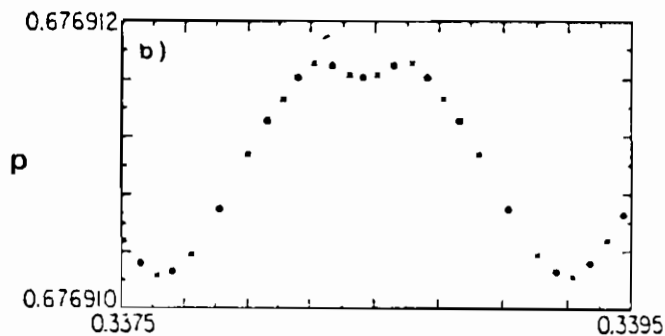
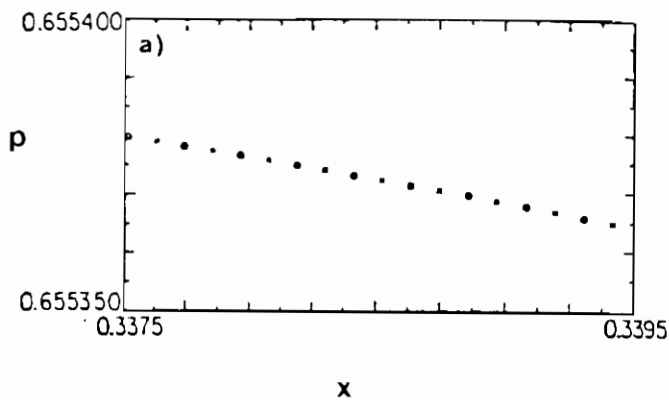


Fig.5 : orbite della Standard map con numero di rotazione 2584/4181. a)  $k=0.5$ , b)  $k=0.971635$ . I cerchi e le croci indicano rispettivamente i punti ellittici e iperbolici.

## 2. ROTTURA DELLE KAM - ESISTENZA DEI CANTORI

La rottura delle superfici KAM è da mettere in relazione con l'instabilità delle orbite periodiche<sup>[5,6]</sup>. Questo lo si vede immediatamente se si considera l'espansione in frazioni continue di un arbitrario numero irrazionale

$$\nu = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \dots}} = [a_0, a_1, a_2, \dots] \quad (2.1)$$

Troncando la successione all'ordine  $n$  si ottiene un numero razionale  $\frac{p_n}{q_n}$  che rappresenta la miglior stima dell'irrazionale, nel senso che

$$\left| \nu - \frac{p}{q} \right| > \left| \nu - \frac{p_n}{q_n} \right| \quad (2.2)$$

per tutte le coppie  $(p, q)$  con  $q < q_{n+1}$ . In questo senso si dice che dato  $\nu$ , è possibile costruire una sequenza di razionali  $\{\frac{p_n}{q_n}\}$ , detti convergenti, i quali

tendono a  $\nu$  quando  $n \rightarrow \infty$ ; tutto ciò permette lo studio delle KAM attraverso quello delle vicine orbite periodiche. Al crescere della perturbazione queste ultime divengono altamente instabili sviluppando delle irregolarità e facendo così perdere all'orbita limite, la curva KAM, la caratteristica analiticità (vedi Fig.5).

E' però possibile dimostrare<sup>[7-10]</sup> che nella regione critica esistono ancora degli insiemi invarianti in corrispondenza alle curve KAM : i Cantori, insiemi di Cantor costituiti principalmente da buchi (Fig.6).

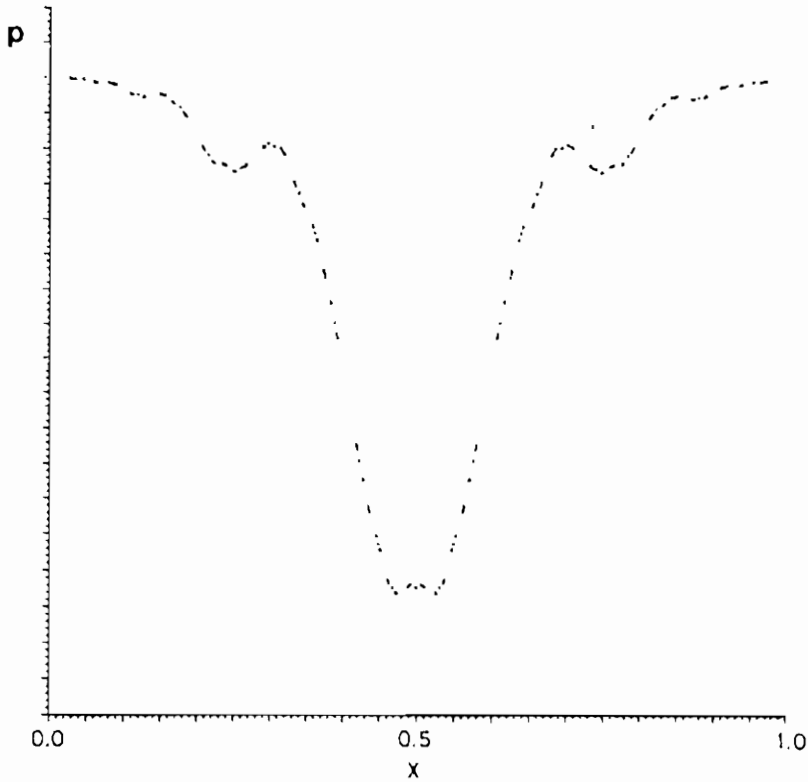


Fig.6<sup>[11]</sup> : un cantoro della Standard map con numero di rotazione  $\nu = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ . Qui  $k \simeq 1$ .

Il Cantoro  $C$  è un insieme invariante, nel senso che se  $x \in C \Rightarrow T^n(x) \in C$ ,  $\forall n > 0$  ove  $T$  rappresenta genericamente la mappa; è non numerabile e possiede un insieme di buchi la cui proiezione sugli assi coordinati è densa negli stessi.

Per come è stato costruito, ogni punto è al tempo stesso estremo di un buco e punto di accumulazione (il Cantoro non possiede punti isolati).



Si può inoltre dimostrare sotto alcune ipotesi di carattere generale su  $T$ , che se  $(x_0, y_0)$  sono gli estremi di un buco, allora  $(T^n(x_0), T^n(y_0))$  sono ancora estremi di un buco per ogni  $n > 0$ .

Visto le loro caratteristiche, tali insiemi non impediscono alle orbite erratiche di fluirvi attraverso, esperienze numeriche dimostrano però la loro importanza nello studio delle proprietà diffusive delle mappe<sup>[12-14]</sup>.

Chiariamo con un esempio. Consideriamo la standard map sul toro, ove cioè sia resa periodica anche l'azione, ed effettuiamo il test pozzo-sorgente. Questo consiste nel considerare una regione irregolare, ossia caotica delimitata da curve invarianti, e nell'iterare un insieme di punti partendo da una piccola regione dello spazio delle fasi; nella Fig.7a questa è indicata in alto (sorgente). L'iterazione viene fermata quando il punto cade entro il pozzo (Fig.7a in basso).

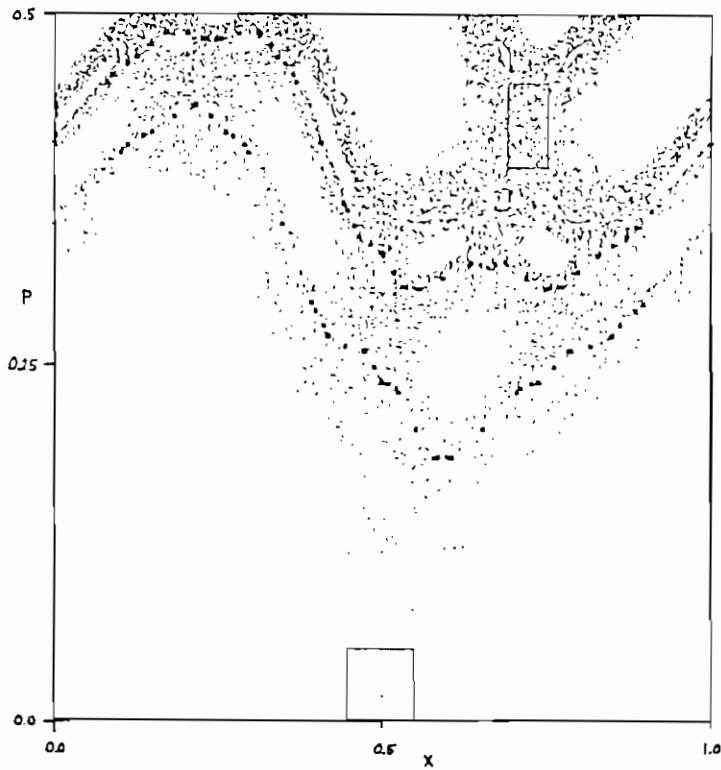


Fig.7a) 4 orbite della Standard map per  $k=1.12$  fatte partire dal rettangolo in alto e iterate sino a quando hanno raggiunto il rettangolo in basso. I grossi punti neri sono orbite omocliniche ai Cantori.

Come si vede dalla Fig.7a la diffusione nello spazio delle fasi avviene gradualmente, anche se dopo un numero sufficientemente grande di iterate i punti

sembrano essere distribuiti uniformemente all'interno della regione irregolare, Fig. 7b (moto ergodico).

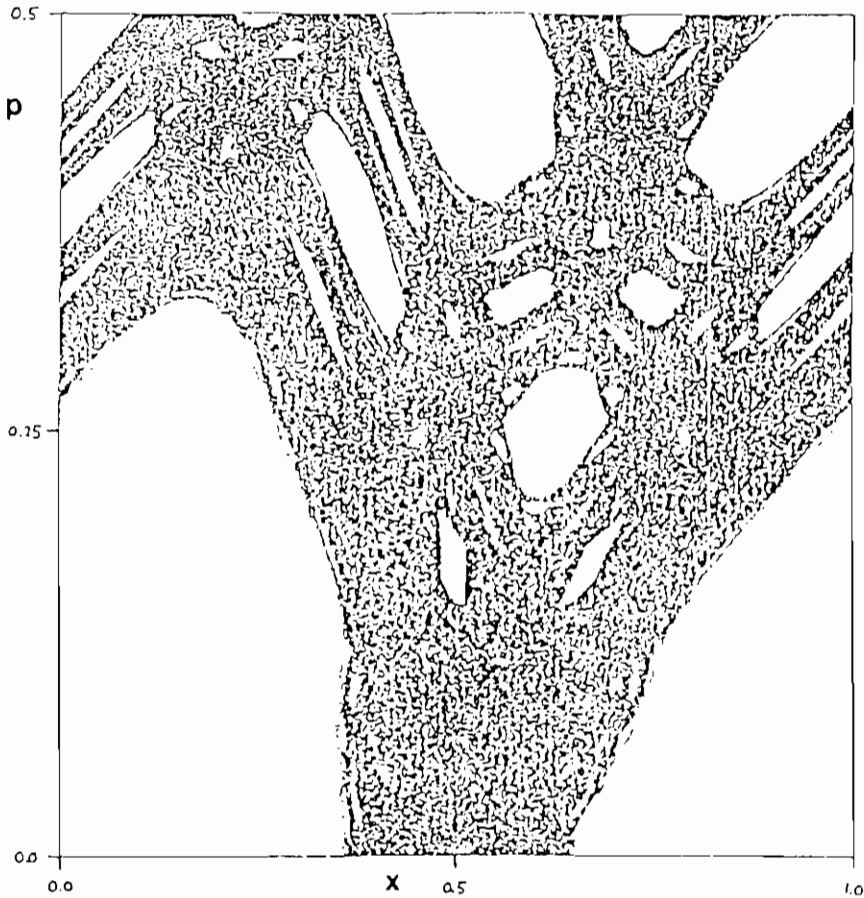


Fig.7b) Una orbita della Standard map per  $k=1.12$  .

Le principali barriere al moto sembrano proprio essere i Cantori (indicati in Fig. 7a); ne ricaviamo una immagine suggestiva : il moto è parzialmente trattenuto dai Cantori, che essendo insiemi invarianti determinano un rallentamento alla diffusione libera. E' nostro scopo formulare allora una teoria del trasporto nello spazio delle fasi, prima locale, nel senso di valutare il flusso in una iterazione, e poi, almeno qualitativamente, globale, ossia regolante la diffusione su "tempi" lunghi.

### 3. TEORIA DEL TRASPORTO LOCALE

E' abbastanza facile definire il flusso attraverso una superficie chiusa. Sia  $\mathcal{A}$  l'area contenuta dalla curva  $\gamma$ ; consideriamo l'immagine  $\mathcal{A}'$  di  $\mathcal{A}$  secondo la mappa  $T$

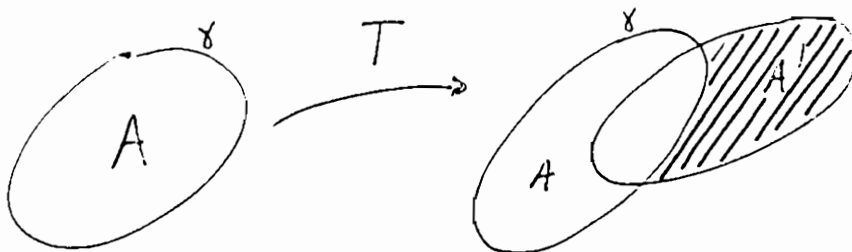


Fig.8

l'area tratteggiata in Fig.8 rappresenta il flusso uscente in una iterazione. Chiaramente per mappe che conservano l'area  $\mathcal{A} = \mathcal{A}'$ . Se  $\gamma$  è una superficie KAM ed  $\mathcal{A}$  contiene almeno un punto fisso di  $T$  allora può essere dimostrato<sup>[3]</sup> che

$$T(\mathcal{A}) = \mathcal{A}'$$

e, come già sapevamo, il flusso è nullo.

Nel caso dei Cantori è nostro intento riuscire a costruire una curva invariante "quasi dappertutto" attraverso la quale valutare poi il flusso. Per fare ciò dobbiamo definire alcuni concetti fondamentali.

- Omoclinicità : due punti  $X$  e  $Y$  si dicono omoclinici se convergono insieme, nel passato e nel futuro, i.e.

$$|T^n(X) - T^n(Y)| \rightarrow 0 \quad \text{quando} \quad n \rightarrow \pm\infty$$

- Eteroclinicità :  $X$  è eteroclinico alla coppia  $(Y, Z)$  se converge a  $Y$  nel passato :

$$|T^n(X) - T^n(Y)| \rightarrow 0 \quad \text{quando} \quad n \rightarrow -\infty$$

e a  $Z$  nel futuro

$$|T^n(X) - T^n(Z)| \rightarrow 0 \quad \text{quando} \quad n \rightarrow \infty$$

A partire da un punto è allora possibile definire la varietà stabile ed instabile associata  $\mathcal{W}^s$  e  $\mathcal{W}^u$  come l'insieme dei punti che convergono ad esso rispettivamente nel futuro e nel passato.

- Funzione generatrice : data una mappa  $T$  che conserva l'area  $T : (x, p) \rightarrow (x', p')$ , soddisfacente la condizione di twist  $\frac{\partial x'}{\partial p} \neq 0$ , è possibile associare una funzione  $F(x, x')$ , detta appunto generatrice, definita a meno di una costante, in modo tale che

$$p = -\frac{\partial F}{\partial x}(x, x') \quad e \quad p' = \frac{\partial F}{\partial x'}(x, x') \quad \text{con} \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial x'} \neq 0 \quad (3.1)$$

Viceversa, data la funzione generatrice  $F(x, x')$  è possibile associare una mappa  $T$  che preserva l'area e tale che  $T : (x, -\frac{\partial F}{\partial x}) \rightarrow (x', \frac{\partial F}{\partial x'})$ . Tale funzione possiede un immediato significato fisico, ad esempio per la Standard map  $F(x, x') = \frac{1}{2}(x - x')^2 - \frac{k}{2\pi^2} \cos 2\pi x$  che è la lagrangiana in tempo discreto di un pendolo.

- Azione : data un'orbita  $\{x_t\}_{t>0}$  è possibile definire l'azione

$$W\{x_t\} = \sum_t F(x_t, x_{t+1}) \quad (3.2)$$

ad essa associata. Il nome è giustificato, infatti si dimostra<sup>[12-14]</sup> che  $\{x_t\}_{t>0}$  è un'orbita se e solo se la variazione dell'azione  $\delta W_t = 0$  tenendo fisse le configurazioni estreme (chiaramente se l'orbita è periodica con numero di rotazione  $\frac{n}{m}$  occorrerà fissare solamente  $x_n = x_0 + m$ .) Il flusso attraverso una superficie in una iterata può allora essere espresso attraverso la funzione generatrice. Sia  $\gamma$  una curva nello spazio delle fasi parametrizzata da  $\lambda \in (0, 1)$  e sia  $\mathcal{A}$  l'area sottesa da tale curva. Consideriamo il trasformato  $\gamma'$  di  $\gamma$  secondo  $T$ ; sia inoltre  $F$  la funzione generatrice associata a  $T$ .

Valutiamo

$$\frac{dF}{d\lambda}(x, x') = \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \lambda} + \frac{\partial F}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial \lambda} = -p(x) \frac{\partial x}{\partial \lambda} + p'(x') \frac{\partial x'}{\partial \lambda}$$

ed integrando tra 0 e 1 si ha

$$F(x(1), x'(1)) - F(x(0), x'(0)) = - \int_{x(0)}^{x(1)} p(x) dx + \int_{x'(0)}^{x'(1)} p'(x') dx' =$$

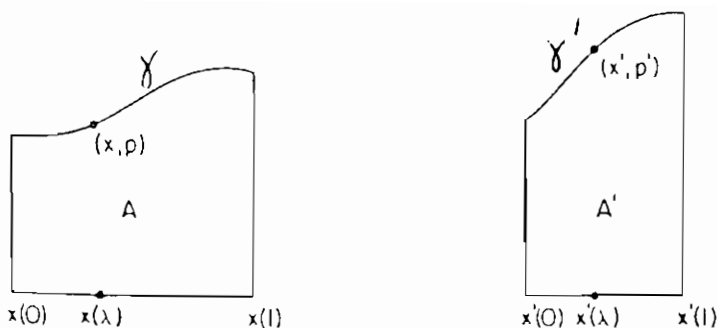


Fig.9

$$= -\mathcal{A} + \mathcal{A}' \quad (3.3)$$

ossia  $\Delta F = \mathcal{A}' - \mathcal{A}$  così che il flusso uscente da  $\gamma$  in una iterazione è pari alla differenza delle funzioni generatrici.

Le proprietà stabilite per i Cantori, unite alle definizioni sopra, ci consentono di affermare che gli estremi di un buco di un Cantoro sono punti omoclinici, è allora rilevante studiare le varietà stabili ed instabili associate a tali estremi.

Numericamente è abbastanza facile generarle<sup>[12-14]</sup>: basta infatti considerare le iterate  $n$ -esime in avanti degli estremi di un buco prefissato in modo da ottenere due punti sufficientemente vicini; si prende la linea retta che li unisce e la si itera all'indietro sino a ricoprire il buco di partenza: quello che si ottiene è generalmente una curva regolare che almeno qualitativamente simula la varietà stabile associata agli estremi del buco iniziale. Analogamente si procede per la varietà instabile.

Valutiamo allora la differenza tra le aree sottese da due segmenti stabili successivi:

$$\mathcal{A}'_{t+1} - \mathcal{A}'_t = F(x_t, x_{t+1}) - F(y_t, y_{t+1}) = \Delta F_t \quad (3.4)$$

se  $(x_t, y_t)$  sono gli estremi del buco, ovvero

$$\begin{aligned} \mathcal{A}'_t &= \mathcal{A}'_{t+1} - \Delta F_t = \mathcal{A}'_{t+2} - \Delta F_{t+1} - \Delta F_t = \dots = \\ &= \mathcal{A}'_{t+k} - \sum_{j=t}^{t+k-1} \Delta F_j \end{aligned} \quad (3.5)$$

da cui, nel limite  $k \rightarrow \infty$  (dall'omoclinicità dei due punti segue  $\mathcal{A}'_\infty = 0$ ) :

$$\mathcal{A}'_t = - \sum_{j=t}^{\infty} \Delta F_j \quad (3.6)$$

In modo analogo si trova

$$\mathcal{A}^u_t = \sum_{j=-\infty}^{t-1} \Delta F_j \quad (3.7)$$

così che

$$\mathcal{A}^u_t - \mathcal{A}'_t = \Delta W \equiv \sum_{j=-\infty}^{\infty} \Delta F_j \quad (3.8)$$

Si noti che questa differenza non dipende da  $t$ , ossia è indipendente dal buco iniziale prescelto.

#### 4. TURNSTILE e NOBILI

Consideriamo la curva ottenuta iterando  $n$  volte all'indietro e in avanti le varietà stabili e instabili associate agli estremi di un generico buco : questa sarà una curva invariante ovunque eccetto che nel buco iniziale prescelto (vedi Fig.10) dove si avranno due curve generalmente intersecantesi in uno o più punti (se anche in tale intervallo si avesse una sola curva allora la curva sarebbe una KAM invece di un Cantoro)

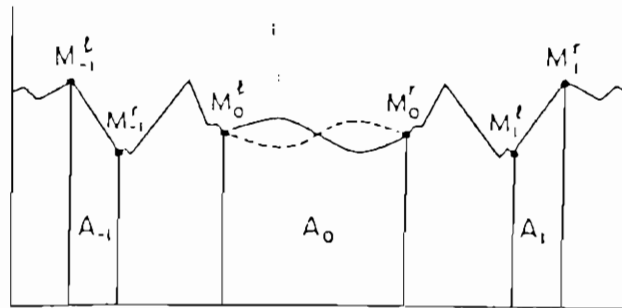


Fig.10

La figura a forma di otto che si viene a formare è detta "turnstile".

Facendo agire la mappa  $T$ , è chiaro per costruzione che un lobo verrà trasferito sopra la barriera quasi-invariante, mentre l'altro sotto. Nel caso di Fig.11 l'area del lobo sinistro rappresenterà il flusso uscente, l'altro quello entrante.

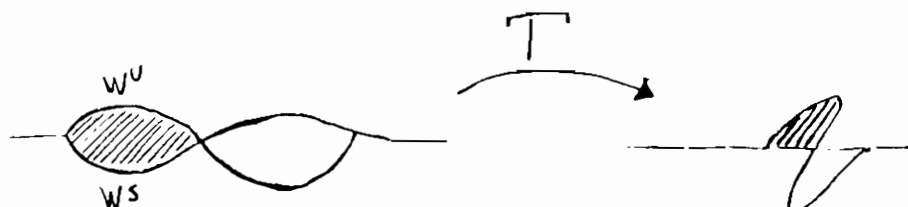


Fig.11

Pur essendo a priori possibile, la determinazione del flusso uscente in una iterazione secondo il metodo descritto in precedenza non è la più comoda: si usa allora fare riferimento ad alcune proposizioni dovute a Mather<sup>[7,8]</sup>; l'idea consiste nell'utilizzare i convergenti  $\{\frac{p_n}{q_n}\}$  di un numero irrazionale  $\nu$ .

Dal teorema di Poincarè-Birkhoff ad ogni cerchio periodico è possibile associare due orbite che sono rispettivamente un minimo e un minimax per l'azione; consideriamo allora per ogni convergente  $n$ -esimo la differenza in azione tra queste orbite  $\Delta W_{\frac{n}{m}}$ . Orbene, Mather ha dimostrato che quando

$$\frac{p_n}{q_n} \rightarrow \nu \Rightarrow \Delta W_{\frac{n}{m}} \rightarrow \Delta W \quad (4.1)$$

inoltre, condizione necessaria e sufficiente affinché esista un cerchio invariante di numero di rotazione  $\nu$  è che  $\Delta W \rightarrow 0$ .

Un importante corollario afferma poi che  $\Delta W$  risulta una funzione continua sugli irrazionali. Dallo studio delle orbite periodiche approssimanti i Cantori si ricavano così i flussi locali.

Come si può osservare dalla Fig.7a relativa all'esperienza pozzo-sorgente, solo alcuni Cantori costituiscono barriere parziali alla diffusione nello spazio delle fasi.

Esiste a tale proposito una congettura<sup>[12-14]</sup> secondo la quale sarebbero i Cantori più nobili (ossia con tutti 1 da un certo punto in poi nell'espansione in





## 5. TENTATIVO DI UNA TEORIA GLOBALE - CONCLUSIONI

Poichè i Cantori nobili si oppongono principalmente al flusso, il passo successivo consiste nel formulare un modello a catena lineare<sup>[12,15]</sup>, tra regioni dello spazio delle fasi adiacenti, che si scambiano i flussi, secondo il meccanismo visto nel par.4, per mezzo dei turnstile; in questo modello la probabilità di transizione relativa ad una regione, sarà data dal rapporto tra l'area del turnstile e quella della regione stessa.

Utilizzando questo approccio si riesce certamente a prevedere il rilassamento verso l'equilibrio (ergodicità) e a spiegare qualitativamente almeno due fenomeni.

Decadimento delle correlazioni: in regioni caotiche limitate da bordi invarianti si trova numericamente un decadimento algebrico, piuttosto che esponenziale delle correlazioni<sup>[16-18]</sup>. Questo fenomeno è fatto risalire "all'incollamento" della traiettoria in certe regioni privilegiate (tipicamente nell'intorno dei bordi invarianti).

Infatti su tali bordi  $\Delta W \rightarrow 0$  con continuità sugli irrazionali. Ciò significa che è possibile trovare infiniti Cantori con  $\Delta W$  arbitrariamente piccolo che appunto ritardano il passaggio dell'orbita tra regioni adiacenti. (In effetti anche l'area della regione tra i vari Cantori tende a zero : esperienze numeriche dimostrano però che questo avviene più lentamente di quanto faccia  $\Delta W$ ).

Tempi di visita : il modello a catena lineare permette di fare delle previsioni circa i tempi medi di attraversamento di una o più regioni. Assumendo infatti i tempi di passaggio essere proporzionali alla probabilità di transizione basta sommare tra loro tutti i tempi di tutte le regioni attraversate. Poichè questa serie diverge, occorre prendere in considerazione solo alcuni dei Cantori nobili. Il problema potrebbe essere eliminato se si riuscisse a trovare una condizione di "cut-off", legata al fatto che se si considerano Cantori molto vicini i turnstile possono invadere anche regioni non adiacenti.

Come possibili rimedi intrapresi citiamo l'introduzione dei Cantori vibrazionali, con conseguente generazione di un modello ad albero<sup>[19]</sup>; e l'analisi ristretta dei soli turnstile allineati ("chimney").

Tutto questo indica che, pur essendo la teoria locale del trasporto ben collocata dal punto di vista teorico, rimangono molti problemi aperti su una sua generalizzazione globale.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] A.J.LICHTENBERG, M.A.LIEBERMANN, Regular and Stochastic Motion, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, (1983).
- [2] V.I.ARNOLD, A.AVEZ, Ergodic Problems of Classical Mechanics, New York (1968).
- [3] L.P.KADANOFF, J.SHENKER, Extended Chaos and Disappearance of KAM Trajectories, *Physica* **13D**, (1984), 82.
- [4] B.V.CHIRIKOV, A Universal Instability of Many Dimensional Oscillator Systems, *Phys.Rep.*, **52**, 263, (1979).
- [5] L.P.KADANOFF, J.SHENKER, Scaling for a Critical Kolmogorov-Arnold- Moser Trajectory, *Phys.Rev.Lett.* **47**, (1981), 1641.
- [6] S.J.SHENKER, L.P.KADANOFF, Critical Behavior of KAM Surface: I. Empirical Results, *Jour.of Stat.Phys.*, Vol **27**, No. 4, 1982.
- [7] J.N.MATHER, Existence of Quasi-Periodic Orbits for Twist Homeomorphism of the annulus, *Topology*, vol.**21**, No.4, pp.457, (1982).
- [8] J.N.MATHER, Non-Existence of Invariant Circles, *Ergod.Th.& Dynam. Sys.* (1984), **4**, 301.
- [9] S.AUBRY, The Twist Map, The Extended Frenkel-Kontorova Model and the Devil's Staircase, *Physica* **7D**, (1983), 258
- [10] S.AUBRY, P.Y. LE DAERON, The Discrete Frenkel-Kontorova Model and its Extensions.-I. Exact Results for the Ground-States, *Physica* **8D**, (1983), 381
- [11] R.S.MACKAY, J.D.MEISS, I.C.PERCIVAL, Stochasticity and Transport in Hamiltonian Systems, *Phys.Rev.Lett.* **52** (1984), 697.
- [12] R.S.MACKAY, J.D.MEISS, I.C.PERCIVAL, Transport in Hamiltonian Systems, *Physica* **13D** (1984), 55.
- [13] R.S.MACKAY, J.D.MEISS, I.C.PERCIVAL, Resonances in Area-Preserving Maps, *Physica* **27D** (1987), 1.
- [14] R.S.MACKAY, A Renormalization Approach to Invariant Circles In Area-Preserving Maps, *Physica* **7D** (1983), 283.
- [15] J.D.HANSON, J.R.CARY, J.D.MEISS, Algebraic Decay in Self-Similar Markov Chains, *Jour.of Stat.Phys.* **39**, Nos. 3/4, 1985.
- [16] C.F.F.KARNEY, Long-Time Correlation in the Stochastic Regime, *Physica* **8D**, (1983), 360.
- [17] B.V.CHIRIKOV, D.L.SHEPELYANSKY, Correlation Properties of Dynamical Chaos in Hamiltonian Systems, *Physica* **13D**, (1984), 395.
- [18] F.BORGONOV, I.GUARNERI, P.SEMPIO, Long Time Decay Properties of Kepler Map, *Il Nuovo Cimento*, Vol.**102 B**, N. 2, (1988), 151.
- [19] J.D.MEISS, E.OTT, Markov Tree Model of Transport in Area-Preserving Maps, *Physica* **20D**, (1986), 387.

Volume I - numero 1	CINQUANTA ANNI DI INTERAZIONI DEBOLI: DALLA TEORIA DI FERMI ALLA SCOPERTA DEI BOSONI PESANTI - Marcello Conversi	pag. 1
Volume I - numero 2	EFFECTS OF DIOXINS ON NATURE AND SOCIETY - Opening talk, Sergio P. Ratti	pag. 3
	DIOXIN IN MISSOURI - Armon F. Yanders	pag. 11
	DEMONSTRATION OF INNOVATIVE REMEDIAL ACTION TECHNOLOGIES AT UNITED STATES MILITARY DIOXIN CONTAMINATED SITES - Terry L. Stoddart	pag. 23
	TIMES BEACH DIOXIN RESEARCH FACILITY - Robert J. Schreiber	pag. 41
	E.P.A. RISK ASSESSMENT OF CHLORINATED DIBENZO-P-DIOXIN AND DIBENZOFURANS (CCDs/CDFs) Donald G. Barnes, Patricia Roberts	pag. 51
	RECENT INTERNATIONAL COOPERATION IN EXCHANGE OF INFORMATION ON DIOXIN - Donald G. Barnes	pag. 63
	CHLORACNE AND THE AGENT ORANGE PROBLEM IN THE U.S.A. - Betty Fischmann	pag. 69
Volume II - numero 1	MOTIVAZIONI DEL CONVEGNO - Sergio P. Ratti	pag. 3
	LA CONOSCENZA ATTUALE DELLA INTERAZIONE GRAVITAZIONALE: UN PROBLEMA APERTO - Sergio P. Ratti, Roberto Silvotti	pag. 5
	SVILUPPI RECENTI SULLA CONOSCENZA DELLA COSTANTE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE - A. Grassi, G. Strini	pag. 19
	LIMITI SPERIMENTALI SULLA MISURA DELL'ACCELERAZIONE DI GRAVITA' - R. Cassinis	pag. 31
	CONSEGUENZE SPERIMENTALI DELLA IPOTESI DI ESISTENZA DI UNA QUINTA INTERAZIONE - Fabrizio Massa	pag. 43
	VERIFICA DEL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA E FORZE TRA PARTICELLE ELEMENTARI - Bruno Bertotti	pag. 81
Volume II - numero 2	TRANSIZIONE LIQUIDO SOLIDO - Mario Tosi	pag. 3
	EQUAZIONI DI MAXWELL NEL VUOTO ED ELETTRODINAMICA QUANTISTICA - E. Zavattini	pag. 27

Volume III - numero 1	METODI DI DILATAZIONE ANALITICA E RISONANZE IN SISTEMI QUANTISTICI NON RELATIVISTICI - Fausto Borgonovi	pag. 1
	CAMPO ELETTRICO ED EMISSIONI DA CARICHE IN UN MEZZO - Michele Spada	pag. 13
	SPETTROSCOPIA VIBRAZIONALE SUPERRETICOLI SEMICONDUTTORI - Luciano Colombo	pag. 29
	SOLITONI IN FISICA NUCLEARE - Marco Radici	pag. 51
	ASPETTI NON LOCALI DEL COMPORTAMENTO QUANTISTICO - Oreste Nicosini	pag. 83
Volume III - numero 2	CARATTERIZZAZIONE OTTICA IN SITU DI FILMS SOTTILI - Alessandra Piaggi	pag. 1
	TRANSIZIONI DI WETTING - Tomaso Bellini	pag. 23
	FORZE A TRE CORPI NEI GAS RARI - Silvia Celi	pag. 49
Volume III - numero 3	FLAVOUR PHYSICS - Luciano Maiani	pag. 1
	THE STANDARD ELECTROWEAK MODEL: PRESENT EXPERIMENTAL STATUS - Pierre Darrulat	pag. 27
	WHY BE EVEN-HANDED? - Martin M. Block	pag. 47
Volume IV - numero 1	LA FISICA DEI COLLIDER - Paolo Bagnaia, Fernanda Pastore	pag. 1
Volume IV - numero 2	SOLAR WIND AND PHYSICS OF THE HELIOPHERE - Bruno Coppi	pag. 2
	THE IGNITOR PROJECT - Bruno Coppi, Francesco Pegoraro	pag. 32