

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PAVIA

---

# SCIENTIFICA ACTA

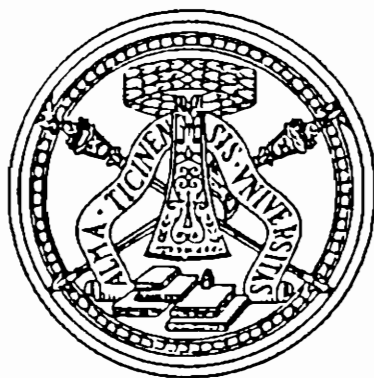
QUADERNI DEL DOTTORATO

VOLUME II

ANNO II

NUMERO 1

15 SETTEMBRE 1987



ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE

---

CENTRO STAMPA - DIPARTIMENTI FISICI  
via Bassi, 6 27100 Pavia



## INDICE

- 1 - MOTIVAZIONE DEL CONVEGNO - S.P.Ratti pag. 3
- 2 - LA CONOSCENZA ATTUALE DELLA INTERAZIONE GRAVITAZIONALE: UN PROBLEMA APERTO - S.P.Ratti, R.Silvotti pag. 5
- 3 - SVILUPPI RECENTI SULLA CONOSCENZA DELLA COSTANTE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE - A.Grassi, G.Strini pag. 19
- 4 - LIMITI SPERIMENTALI SULLA MISURA DELL'ACCELERAZIONE DI GRAVITA' - R.Cassinis pag. 31
- 5 - CONSEGUENZE SPERIMENTALI DELLA IPOTESI DI ESISTENZA DI UNA QUINTA INTERAZIONE - F.Massa pag. 43
- 6 - VERIFICA DEL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA E FORZE TRA PARTICELLE ELEMENTARI - B.Bertotti. pag. 81

Mercoledì' 26 Febbraio 1986

AULA A - DIPARTIMENTO SCIENZE DELLA TERRA

- Corso Strada Nuova -

SEMINARIO INTERDISCIPLINARE

LA CONOSCENZA ATTUALE DELLA INTERAZIONE GRAVITAZIONALE:

UN PROBLEMA APERTO

Programma:

- Ore 14.30 - S.P. RATTI (Universita' di Pavia): Apertura del Convegno
- Ore 14.45 - G. STRINI (Universita' di Milano): Sviluppi recenti sulla conoscenza della costante di gravitazione universale
- Ore 15.30 - R. CASSINIS (Universita' di Milano): Limiti sperimentali sulla misura dell'accelerazione di gravita'
- Ore 16.15 - Intervallo
- Ore 16.40 - F. MASSA (Sezione INFN-Roma): Conseguenze sperimentali della ipotesi di esistenza di una quinta interazione
- Ore 17.15 - B. BERTOTTI (Universita' di Pavia): Verifica del principio di equivalenza e forze tra particelle elementari
- Ore 17.50 - Conclusioni.

## MOTIVAZIONE DEL CONVEGNO

S.P.Ratti

Dipartimento di Fisica Nucleare e Teorica  
dell'Università degli Studi di Pavia.  
I.N.F.N. - Sezione di Pavia.

Sul *Physical Review Letters*, del 6 gennaio scorso, e' apparsa una rianalisi dei celebri esperimenti condotti da Eötvös nel 1922 - tesi a verificare se la massa inerziale puo' farsi coincidere con la massa gravitazionale (Principio di Equivalenza) - da parte di E.Fischback e collaboratori, i quali giungono a suggerire la esistenza di una nuova interazione che non e' gravitazionale, ma dipende dal numero di protoni o neutroni (barioni) presenti nei campioni allora usati.

Le discussioni avvenute in piu' sedi in diversi continenti sulle conseguenze di questa notizia hanno riportato alla attualita' i limiti sulla conoscenza odierna della gravitazione universale, degli effetti indotti negli esperimenti dalla rivoluzione della Terra attorno al Sole, dalla rotazione della Terra sul suo asse, dalla distribuzione disomogenea della massa nel Pianeta.

Da qui l'occasione di fare il punto sulla situazione delle attuali conoscenze nel campo.

Scopo di questa giornata, pertanto, non e' quello di porsi il problema se esista o meno una nuova forza. Il lavoro di Fischback et al. e' solo un pretesto; un dettaglio, per quanto "appetitoso".

Il prof.Giuliano Strini, partendo dagli esperimenti di Eöt-vos analizzera' gli sviluppi piu' recenti sulla conoscenza della costante universale G, andando oltre il limite classico ed addentrandosi anche negli aspetti relativistici del problema.

Il prof.Roberto Cossinis trattera' dei limiti sperimentali nella misura delle accelerazioni di gravita' (disomogeneita' delle masse, distribuzioni disuniformi, definizioni della verticale e delle quote).

Il prof.Fabrizio Massa analizzera' criticamente il lavoro di Fischback et al. e fara' poi un esercizio intellettuale sulle "conseguenze" di una ipotetica nuova forza sul mondo delle particelle elementari .

Infine il prof.Bruno Bertotti nella relazione conclusiva analizzera' da un punto di vista teorico i legami che, nelle teorie relativistiche, esistono fra il principio di equivalenza e le forze tra particelle elementari.

Prima di aprire il convegno, desidero ringraziare il prof.Giuseppe Marchetti per avere condiviso la responsabilita' dell'organizzazione ed il Dipartimento di Scienze della Terra per l'ospitalita in questa aula.

S.P.Ratti e R.Silvotti

Dipartimento di Fisica Nucleare e Teorica dell'Università  
di Pavia - INFN, Sezione di Pavia

LA CONOSCENZA ATTUALE DELLA INTERAZIONE GRAVITAZIONALE:  
UN PROBLEMA APERTO. Una serie di domande

Come introduzione al tema vogliamo fare un discorso rigorosamente classico, lasciando agli altri oratori il compito di allargare a dovere le prospettive del problema inerente la gravitazione universale.

La problematica fondamentale risale ad una serie di leggi puramente "geometriche nello spazio-tempo" pensate da Johannes Kepler (1571-1630) tra il 1604 ed il 1621 [principalmente (dal 1609) a Praga] nei suoi trattati ASTRONOMIAE PARS OPTICA, DE ARMONIAE MUNDI ed EPITOME ASTRONOMIAE COPERNICANAE. Sono le tre famose seguenti enunciazioni basate esclusivamente sulla osservazione del moto dei pianeti:

PRIMA LEGGE DI KEPLERO:

- le orbite dei pianeti sono ellissi in uno dei cui fuochi sta il Sole.

SECONDA LEGGE DI KEPLERO:

- Le aree descritte dai raggi vettori sono proporzionali ai tempi impiegati a descriverle.

TERZA LEGGE DI KEPLERO:

- I quadrati dei tempi delle rivoluzioni planetarie stanno fra loro come i cubi delle medie distanze dei pianeti dal Sole.

Il perche' di tutto cio' fu spiegato da Isaac Newton [1642-1727] nella sua legge di gravitazione

$$F = G \frac{m M}{r^2} \quad (1)$$

Questa legge stabilisce una relazione causa-effetto e, contrariamente a quanto si insegna nella dinamica classica, qui



l'EFFETTO e' la forza e le masse sono la CAUSA.

Si dice che  $m$ ,  $M$  sono MASSE GRAVITAZIONALI (o CARICHE GRAVITAZIONALI) perche' sono la (causa) SORGENTE della forza gravitazionale.

E' importante sottolineare che la legge di Newton e' stata stabilita per le grandi distanze - le distanze tipiche del sistema solare - e che per  $r$  tendente a zero (o comunque per  $r$  piccolo) Newton non da' garanzie di verita' assoluta. La legge di Newton, per una forza centrale, verifica automaticamente le leggi di Keplero.

Le masse  $m$ ,  $M$  sono pertanto "GRAVITAZIONALI" nel senso di "responsabili dell'interazione gravitazionale".

Dai moti del piano inclinato, delle palline allacciate alle molle, del pendolo, Newton enuncia anche il SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

$$F = m^* a \quad (2)$$

Qui la forza e' la CAUSA, l'accelerazione e' l'EFFETTO. Il gioco di causa-effetto e' ben diverso che nella (1).

La dinamica studia il moto "in dipendenza dalle CAUSE che lo hanno generato". La legge della gravitazione pretende di individuare le cause in conseguenza delle quali insorgono le forze!

Si dice che  $m^*$  costituisce l'inerzia al movimento; si dice che  $m^*$  e' una massa INERZIALE.

Albert Einstein enuncia un Principio di Equivalenza formulando che

$$m = m^* \quad (3)$$

E' importante notare che il secondo Principio della Dinamica e' enunciato e verificato sperimentalmente sulle "piccole

distanze". Anzi, meglio, il principio e' stabilito addirittura per il "moto incipiente" e poi estrapolato ad un qualsiasi stato di moto.

Così stando le cose e' lecito porsi una serie di domande piu' che legittime:

1<sup>a</sup> DOMANDA: E' vero che  $m = m^*$ ?

Vediamo in che cosa consiste la domanda e come si puo' impostare il problema della verifica sperimentale.

Chiamiamo  $F_G$  una "forza" in cui compaia  $m$  e chiamiamo  $F_I$  una "forza" in cui compaia  $m^*$ .

In un esperimento condotto sulla Terra (fig.1) che ruota su se stessa,  $F_G$  e' data dalla legge di Newton

$$F_G = G \frac{m M (\text{Terra})}{r^2 (\text{Terra})} \quad (4)$$

mentre  $F_I$  e' fornita dalla forza centrifuga apparente del moto rotatorio relativo

$$F_I = m^* \frac{v^2}{r (\text{PQ})} \quad (5')$$

Dalla fig.1, avendo indicato con  $\lambda$  la latitudine, e':

$$r (\text{PQ}) = r (\text{Terra}) \cos \lambda$$

con il che la (4') diventa, chiamando  $\omega$  la velocita' angolare della terra [ $v = \omega r (\text{Terra})$ ]

$$F_I = m^* \omega^2 r (\text{terra}) \cos \lambda \quad (5)$$

La conseguenza di questo fatto e' che "la direzione del filo a piombo non passa per il centro della Terra".

L'angolo  $\theta$  indicato in fig.1 dipende oltre che da  $\omega$  ed  $M$ , anche da

$$R = \frac{m^*}{m} \quad (6)$$

Questa situazione propone un quesito non banale: "cosa e' la verticale"? Quanto bene si puo' misurare sperimentalmente?

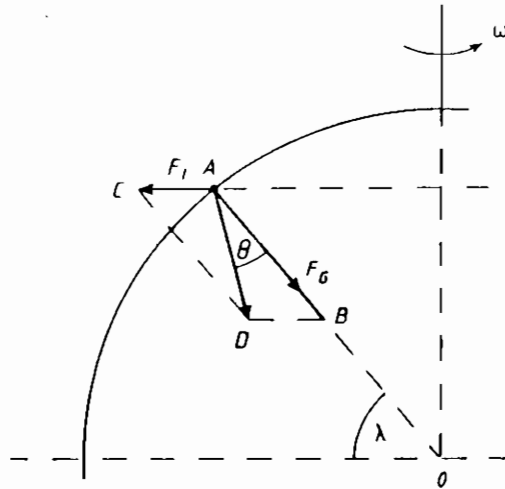


Fig. 1

I celebri lavori del 1922<sup>(1)</sup> hanno verificato la (3) entro certi limiti.

2<sup>a</sup> DOMANDA: Perche' la costante  $G$  si conosce cosi' male?

La misura piu' recente di  $G$  riportata nel Particle Properties Data Book<sup>(2)</sup> e':

$$G = 6.6720 (41) \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}. \quad (7)$$

(in parentesi le cifre non certe).

Il magnetone di Bohr, grandezza microscopica, unita' di misura dei momenti magnetici ha un valore numerico:

$$\mu = 5.7883785 (95) \times 10^{-15} \text{ MeV/gauss}. \quad (8)$$

Con accuratezza confrontabile si conoscono la costante di

Planck, la costante di struttura fina, il raggio classico di Bohr, ed altre ancora<sup>(3)</sup>.

Ci si puo' chiedere: perche' il valore di una delle costanti fondamentali della natura si conosce MILLE VOLTE PEGGIO di tante costanti nucleari?

3<sup>a</sup> DOMANDA: e' vero che G non dipende dal mezzo?

Se la forza peso deriva dalla (1) e l'accelerazione di gravita' g si definisce mediante la (2) si ottiene:

$$g = G \frac{M(\text{Terra})}{r^2(\text{Terra})} \left( \frac{m}{m^*} \right) \quad (9)$$

Indipendentemente dalla (3) - principio di equivalenza - la misura di g in aria o in acqua (con tutta l'acqua salata che c'e' sulla terra) puo' dare una risposta. Fino a che punto?

4<sup>a</sup> DOMANDA: e' vero che G non dipende da r?

Se la legge di Newton ha la forma (1), la forza ammette funzione potenziale ed il potenziale gravitazionale e':

$$U = - G \frac{m M}{r} \quad (10)$$

Ovverossia, alternativamente, G non dipende da r se la forza gravitazionale "va come  $1/r^2$ ":

$$F \propto \frac{1}{r^2} \quad (11)$$

verificare la (11) [o la (10)] significa verificare la validita' del Teorema di Gauss! Possiamo allora misurare g "sotto terra". Assumendo la Terra sferica, di densita' d e volume  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

cosicche' (fig.2) la massa di una sfera di raggio  $r$  e'

$$M = \frac{4}{3} d \pi r^3, \quad (12)$$

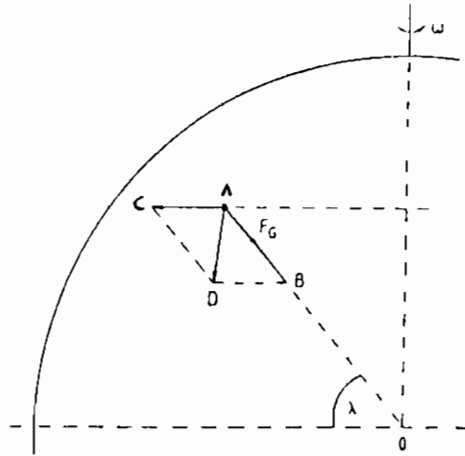


Fig. 2

l'accelerazione di gravita' data dalla (9) diventa:

$$g = G \frac{4}{3} \pi d r \quad (9')$$

relazione nella quale occorre tenere conto dell'effetto di fig.1.

E' banale formulare "empiricamente" un caso in cui  $G$  dipende da  $r$ ; basta porre:

$$U = - G(r) \frac{m M}{r} \quad (10')$$

e studiare sperimentalmente la funzione  $G(r)$ .

Tenuto conto che la (1) e' stata stabilita per le grandi distanze, non e' difficile ipotizzare una "correzione" che agisca su brevi distanze soltanto.

Basta infatti porre

$$U = - G_{\infty} \frac{m M}{r} [ 1 + \alpha e^{-r/\lambda} ] \quad (13)$$

per  $r \gg \lambda$  il secondo addendo in parentesi va a zero e la (13) si

riduce alla (10).

E' utile notare che un potenziale del tipo

$$U^* = K \frac{e^{-r/\lambda}}{r} \quad (15)$$

e' stato introdotto da Ideki Yukawa come potenziale nucleare "a corto range" ed e' ben noto nella Fisica Moderna.

G.W.Gibbons e B.F.Whiting, per esempio<sup>(4)</sup>, inferiscono quali limiti si possono imporre sui parametri  $\alpha$  e  $\lambda$  studiando i risultati ottenuti da molti ricercatori in numerosi esperimenti dalle piu' svariate caratteristiche tra i quali:

- misura di gravita' sulla superficie lunare; (curve a Fig.3)
- misure di gravita' su sonde nelle vicinanze di Venere e Mercurio;  
(curve d Fig.3)
- confronti di misurazioni geodetiche e su satelliti; (curve e Fig.3)
- misure nelle profondita' di alcune miniere; (curve f Fig.3)
- misure eseguite in sottomarini (curve f Fig.3).

I risultati di questa analisi dettagliata impongono che i valori accettabili di  $\alpha$  devono stare sotto le curve riportate in fig.3a se  $\alpha > 0$ ; sotto le curve di fig.3b se  $\alpha < 0$ .

Il recente lavoro<sup>(5)</sup> che ha costituito il pretesto per il presente Convegno quota il valore da noi riportato con una crocetta sulle figure 3A e 3B.

E' importante notare che nella (13),  $\alpha > 0$  vuol dire un potenziale attrattivo [come nella (10)].

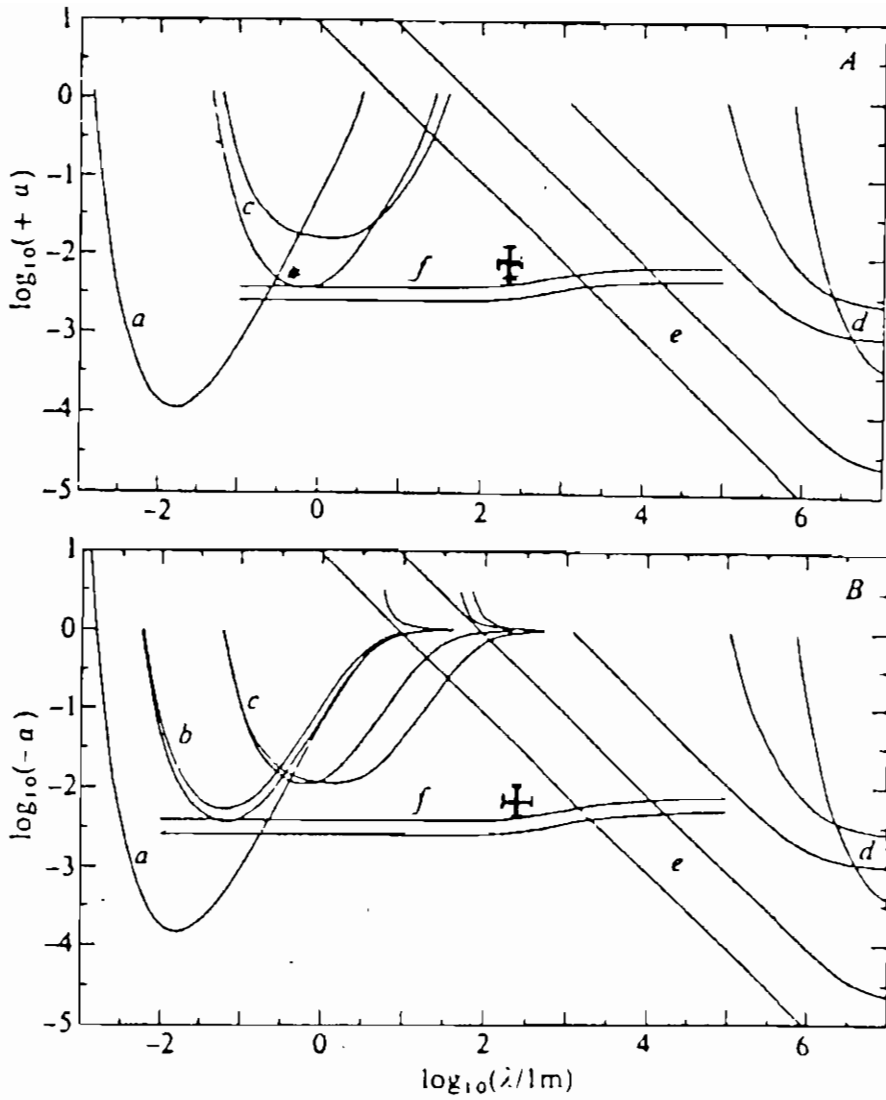


Fig.3 - Valori permessi di  $\log(\alpha)$  in funzione del valore di  $\log(\lambda)$  analizzando diversi esperimenti;

curve a) R.Spero et al.: P.R.L. 44, 1645 (1980)G.

b) D.R.Long: Nature 260, 417 (1976)

c) V.I.Panov e V.N.Frontov: Sov.Phys.JEPT. 50, 852 (1979)

d) D.R.Mikkelsen e N.J.Newman: Phys.Rev. D16, 919 (1977)

e) R.H.Rapp: Geoph.Rev.Lett. 1, 35 (1974)

[Il punto crociato indica dove si collocano i valori determinati in Ref.(5)].

5<sup>a</sup> DOMANDA: e' vero che U dipende soltanto da m?

Anche questa domanda piu' sottile e' molto significativa. Per capirne l'importanza e' necessario richiamare alcune nozioni di fisica nucleare.

E' un fatto sperimentale che la massa dei nuclei NON E' PROPORZIONALE al numero di protoni o neutroni (detti NUCLEONI) presenti nel nucleo.

Detto Z il numero di protoni in un nucleo, detto N il numero di neutroni in un nucleo, i fisici delle particelle elementari chiamano "numero barionico B" il numero:

$$B = Z + N \quad (16)$$

A questo "numero quantico" attribuiscono una enorme importanza, soprattutto nell'ambito delle teorie di Grande Unificazione di tutte le forze della natura, considerandolo "portatore" di una caratteristica intrinseca della natura che nulla ha necessariamente a che fare con la massa "portatrice" della caratteristica gravitazionale.

In fisica nucleare, detta M la massa del nucleo, m la massa del nucleone, si chiama "Difetto di massa"  $\Delta$  la quantita':

$$\Delta = M - mB; \quad (17)$$

si chiama "Frazione di impacchettamento" f la quantita':

$$f = \Delta/B \quad (18)$$

L' andamento in funzione di B delle grandezze  $\Delta$  e f e' riportato in fig.4. Ovvio che  $\Delta$  non e' proporzionale a B e che f non e' proporzionale a B.



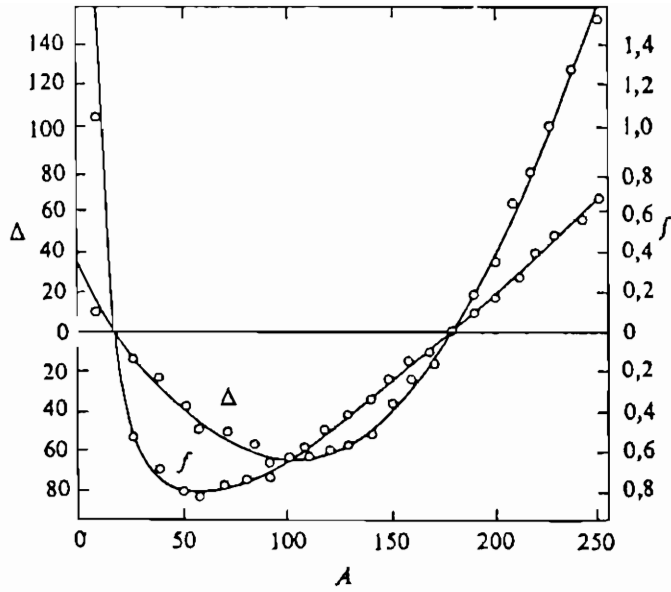


Fig. 4

In fisica nucleare, detta  $m_p$  la massa del protone,  $m_n$  la massa del neutrone,  $\epsilon$  l'energia di legame media per nucleone si scrive

$$M = m_n (B-Z) + m_p Z - \epsilon B \quad (19)$$

La (19) si "legge" comodamente perche' esplicita come la massa  $M$  sia la somma della massa di  $Z$  protoni e di  $(B-Z)$  neutroni "diminuita" di  $B$  volte l'energia (di legame) media per tenere unito un nucleone con gli altri circostanti.

Poiche'  $m_p = 0.9382796$  GeV e  $m_n = 0.9395731$  GeV, se si assume  $m_p = m_n = m$ , la (19) diventa:

$$\epsilon = (m B - M)/B. \quad (20)$$

Se poi si assume  $m = 1$  GeV, la (20) diventa [vedi la (18)]:

$$\epsilon = -f \quad (21)$$

Il valore di  $-\epsilon$  in funzione di  $B$  e' riportato in fig.5.

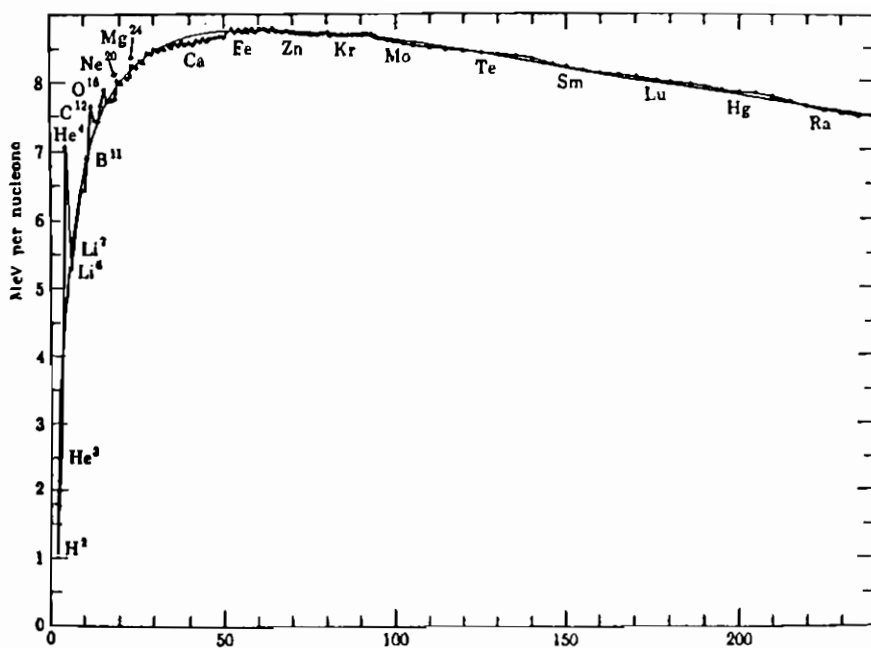


Fig. 5

Appare pertanto chiaro che due pezzi di materiale diverso possono avere la stessa massa  $M$ , ma contenere un numero  $B$  differente di nucleoni.

Se misuriamo le masse dei nuclei "in unita' di massa dell'atomo di idrogeno" e chiamiamo

$$\mu = M/m \text{ (idrogeno)} \quad (22)$$

l'andamento di  $\mu$  in funzione di  $B$  per i nuclei semplici e' riprodotto in fig.6.

Anche questa quinta domanda e' pertanto piu' che lecita.

E.Fischback et al. rianalizzando gli esperimenti di Eötvös et al. del 1922, valutando il contenuto di  $B$  delle diverse sostanze usate da Eötvös, compreso il legno detto "snakewood" (che presupponiamo sia una specie di balsa) ritengono di avere osservato un

effetto sistematico. Cioe' la variazione percentuale dell'accelerazione  $\Delta g/g$  subita dai diversi campioni e' correlata alla variazione  $\Delta(B/\mu)$  dalla relazione

$$\Delta g/g = a \Delta(B/\mu) + b$$

con  $a = (5.65 \pm 0.71) \times 10^{-6}$ ;  $b = (4.83 \pm 6.44) \times 10^{-10}$

Se questo fosse vero, esisterebbe una forza che dipende da B ma non da M; non sarebbe una forza gravitazionale, bensì una forza nuova.

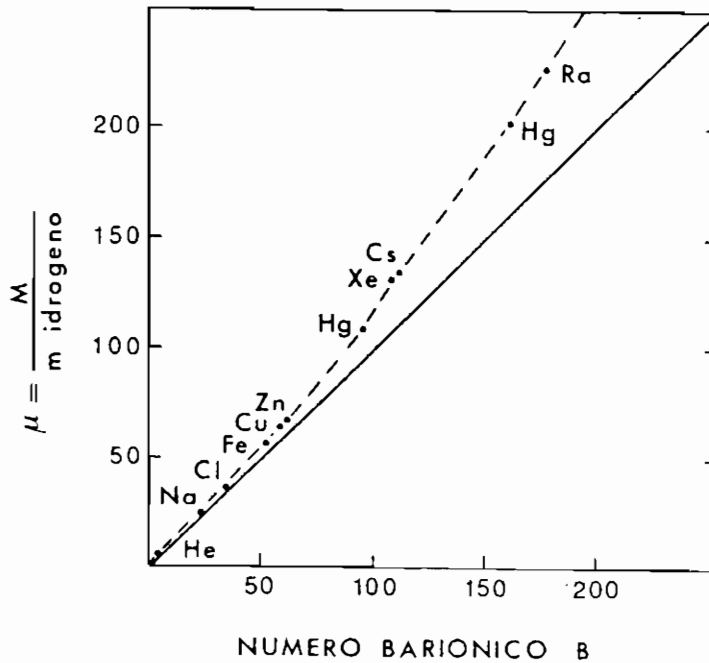


Fig. 6

## NOTE E RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- (1) R.Eötvos, D.Pekar, E.Fekete; Ann.der Phys.68, 11 (1922).
- (2) Review of Modern Physics vol.56, n.2 Part.II, (1984) - vedi anche "Precision Measurements of Fundamental Constants". Ed.by D.N.Landenberg and B.N.Taylor USNBS Spec.Pubbl.n.343 (1971).
- (3) Non riportiamo qui l'accuratezza con cui si conosce la velocità della luce perché nell'ottobre del 1983 la Conférence Générale de Poids et Mesures ha adottato una nuova definizione di "metro" nella quale il valore di  $c$  è "definito"  $c=299792458$  m/s (vedi B.W.Petley: Nature 303, 373 (1983)).
- (4) G.W.Gibbons and B.F.Whiting: Nature 291, 636 (1981)
- (5) E.Fischback, D.Sudarski, A.Szafei, C.Talmadge, S.H.Aronson: Phys.Rev.Lett. 56, 3 (1986).

A.Grassi e G.Strini

Dipartimento di Fisica dell'Università di Milano

SVILUPPI RECENTI SULLA CONOSCENZA DELLA COSTANTE  
DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE

## Introduzione

Secondo la teoria della gravitazione di Newton, due corpi puntiformi di massa inerziale  $M$  ed  $M'$  si attraggono secondo la legge

$$F = G \frac{M * M'}{R^2} \quad (1)$$

dove  $R$  e' la loro distanza, e  $G$  una costante universale.

In una discussione piu' approfondita, si possono distinguere tre specie di masse:

a) massa inerziale, definita dalla:

$$\bar{F} = m \bar{a} \quad (2)$$

dove si misuri in modo indipendente la forza  $\bar{F}$  e l'accelerazione  $\bar{a}$ :

b) massa gravitazionale attiva, definita come la sorgente del campo:

c) massa gravitazionale passiva, definita come la quantita' mediante la quale si ricava la forza agente su di un corpo puntiforme soggetto ad un determinato campo gravitazionale.

Si puo' sospettare, in base alle moderne concezioni sulla costituzione della materia, che i rapporti fra tali masse possano essere diversi per i diversi elementi.

La differenza tra massa gravitazionale attiva e passiva e' stata studiata sperimentalmente da Kreuzer [1,2,3] in un esperimento consistente in una esperienza alla Cavendish in cui si confronta l'attrazione gravitazionale esercitata da corpi della stessa densita' di peso e di diversa costituzione. Nell'esperienza e' stato usato teflon ed una miscela di dibromoetano e tri-

cloroetilene in proporzioni tali da avere la stessa densita' di peso del teflon.

La differenza tra massa gravitazionale attiva e passiva e' risultata per il fluoro ed il bromo:

$$\Delta m/m = (1.2 \pm 4.4) * 10^{-5} \quad (3)$$

non si ha quindi alcuna indicazione di una differenza significativa a tale livello di sensibilita'.

L'eguaglianza tra massa inerziale e gravitazionale passiva e' stata verificata con una sensibilita' di circa  $10^{-8}$  da Eötvös [4] sfruttando soprattutto il moto di rotazione della Terra ed il campo gravitazionale terrestre, e da Dicke [5] e Braginskii [6] con una sensibilita' rispettivamente di  $10^{-2}$  e  $10^{-13}$ , sfruttando il campo gravitazionale del Sole ed il moto di rivoluzione della Terra.

Resta ora da verificare la dipendenza della (1) secondo l'inverso del quadrato della distanza.

Conviene separare il caso di distanze "di laboratorio" che arbitrariamente comprendiamo nei limiti 0.1cm - 1km, da distanze maggiori, dell'ordine del raggio delle orbite dei pianeti e dei loro satelliti.

La verifica della (1) a distanze "di laboratorio" e' da considerare certamente necessaria, infatti recentemente sono stati avanzati dubbi sulla sua validita' in base a misure di carattere geofisico [7] e dubbi di origine teorica. Fra questi ultimi, si puo' citare ad esempio Long [8,9] che ipotizza la possibilita' di effetti analoghi a cio' che si ha in QED a causa della polarizzazione del vuoto, dove il campo Coulombiano viene modificato a corta distanza con un termine di tipo logaritmico. Inglobando tali effetti in una ridefinizione di G, si avrebbe, ancora secondo Long:

$$G = G [ 1 + \gamma \ln (R/1cm) ] \quad (4)$$

Una seconda modifica puo' essere dovuta alla presenza di una "ulteriore forza" che si potrebbe avere tra corpi elettricamente neutri, oltre alle ordinarie forze di Van der Waals, ect. [10,11,12,13].

Per una ulteriore discussione su questo punto, rimandiamo alle ref.10,11,12,13.

La presenza di una tale forza altererebbe la determinazione di G nel caso in cui il raggio di azione sia paragonabile con le distanze in gioco.

Non si vuole fare in questa sede alcuna ipotesi riguardo tale ipotetica nuova forza, ma unicamente far notare che tale forza puo' essere rilevata da deviazioni della (1) rispetto alla dipendenza da R e da una eventuale dipendenza della natura dei corpi (di uguale massa inerziale).

Pur non facendo alcuna ipotesi sulla natura delle deviazioni della (1), e' comodo rappresentare i dati sperimentali sui limiti alla presenza di una "ulteriore" forza, mediante l'aggiunta di un termine di Yukawa ed inglobarlo nella definizione di G.

Si ha allora la posizione:

$$G = G \left[ 1 + \alpha e^{-(R/\lambda)} \right] \quad (5)$$

Dati certi limiti sperimentali ai possibili valori di  $\alpha$  e  $\lambda$ , e' immediato ricavare i corrispondenti limiti per i parametri caratteristici di espressione di diverso tipo.

In definitiva il problema sperimentale si puo' comodamente ridurre a ritenere valida la (1) e misurare il valore di G per diversi valori di R.

Per il caso di distanze planetarie, sono ben noti i successi ottenuti dalla (1) nello studio delle orbite dei pianeti. In particolare, la dipendenza secondo l'inverso del quadrato della distanza e' ben verificata dal fatto che con ottima approssimazione le orbite dei pianeti sono delle elissi con fuoco nel baricentro del sistema pianeta-Sole; un valore poco diverso da 2 comporta infatti una precessione dei semiassi dell'elisse, non



essendo piu' conservato il vettore di Rung-Lenz. Allo scopo di avere un'idea della sensibilita' di tale effetto, basta ricordare (con un argomento dovuto a Poynting) che la piccola precessione del perielio di Mercurio puo' essere descritta modificando l'esponente 2 in 2.00000016.

Le piccole discrepanze della (1) riguardante la precessione dei perielii sono oggi pienamente spiegate dalla teoria relativistica della gravitazione di Einstein. Poiche' tali correzioni relativistiche sono verificate con precisione dell'uno per cento, risulta che per distanze dell'ordine delle orbite dei pianeti l'esponente 2 della (1) e' verificato esatto con sensibilita' dell'ordine di  $10^{-9}$ .

E' utile confrontare questo caso con l'analogo caso dell'elettromagnetismo. In misure dirette del campo magnetico di Giove, risulta che le leggi della magnetostatica sono ben verificate anche a distanze dell'ordine di  $10^6$  km [14], che comporta un limite di  $<4 \cdot 10^{-21}$  masse elettroniche per la massa del fotone.

Si presenta ora il problema di verificare la validita' della (1) in condizioni "di laboratorio", e nel caso sia valida (ben inteso nei limiti degli errori sperimentali), determinare il valore della costante di gravitazione universale G.

E' bene notare a questo proposito che nelle misure "di laboratorio" di cui ci stiamo occupando, le correzioni relativistiche alle equazioni del campo sono del tutto trascurabili (si puo' vedere ad esempio [15] per un esame delle difficolta' di rilevare effetti relativistici sulla gravitazione in misure di laboratorio).

Purtroppo la determinazione di G e' la peggiore fra tutte le costanti fondamentali.

Allo scopo di valutare appieno la differenza di difficolta' di misure riguardanti la gravitazione, conviene riportare la sensibilita' della verifica dell'esponente 2 della (1) nel caso dell'elettrostatica per distanze dell'ordine del metro. In un

recente riesame della situazione sperimentale, Fulcher [16] ha posto il limite:

$$a = 2 + (2.7 \pm 3.1) \cdot 10^{-16} \quad (6)$$

per una dipendenza del tipo  $1/R_a$ .

## 2. Misura diretta di G.

Conviene riportare i dati noti fino al 1972, raccolti da Long [8].

Autore	anno	G ( $10^{-8}$ dyn cm <sup>2</sup> /g <sup>2</sup> )		R (cm)
Boys	1894	6.6576	0.002	6.3
Braun	1896	6.655	0.002	8.6
Poynting	1891	6.6984	0.029	32
Richarz et al	1898	6.685	0.011	80
Heyl	1930	6.670	0.005	13
Heyl et al	1969	6.673	0.003	13
Rose et al	1969	6.674	0.004	12

Dalla dispersione degli errori, si nota chiaramente la difficoltà di una tale misura. Tali misure sono state eseguite con una bilancia di Cavendish; la difficoltà di una misura assoluta è dovuta al fatto che ci si affida alla stabilità e riproducibilità delle caratteristiche elastiche di una fibra sottoposta a torsione.

Poiché, data la piccolezza delle forze in gioco, occorre usare fibre molto sottili e quindi sottoposte a sforzi di trazione relativamente elevati, risultano importanti fenomeni di isteresi elastica e simili.

Dai dati riportati nella ref.[8], e da successive misure [17], Long suggerisce una dipendenza di G dalla distanza del tipo (4) con:

$$\gamma = 0.002 \quad (7)$$

senza alcuna stima dell'errore. Ancora, misure successive da altri autori fino al 1981 [18] non permettono di risolvere tale discrepanza dal valore "classico" che implica assenza nel termine logaritmico.

Un progresso decisivo e' stato ottenuto con la proposta di Beams [19,20,21] di misurare direttamente la coppia di una bilancia di torsione, mediante la misura dell'accelerazione delle masse attraenti, che sono poste su di un tavolo rotante e controllate da un servomeccanismo in modo da rendere costante l'allineamento relativo tra le masse attraenti ed il "corpo di prova". Risulta evidente quindi, che la fibra di sospensione del corpo di prova non viene sottoposta a torsione e serve solo di sostegno. Le caratteristiche elastiche della fibra non intervengono in alcun modo nella misura.

Purtroppo, tale metodo, pur il migliore fino ad ora escogitato non si presta per determinazioni su distanze superiori ad alcune decine di centimetri, poiche' il tavolo rotante risulterebbe troppo grande.

Comunque si hanno i seguenti valori, per  $R = 13$  cm:

Ref.	anno	$G \cdot 10^{-8}$	(CGS)
(19)	1969	6.674	0.012
(20,21)	1982,1984	6.6726	0.0005

### 3. Misura di zero in campo nullo.

La dipendenza della gravitazione secondo l'inverso del quadrato della distanza puo' essere verificata in un esperimento di zero, notando [22,23] che all'interno di un cilindro o sfera a cava, se e' valida la (1), il campo gravitazionale risulta identicamente nullo.

In tal caso risulta necessario disporre unicamente di un rivelatore di zero molto sensibile e non e' necessaria una grande precisione.

Spero et al.[22] hanno quindi utilizzato una bilancia di

Spero et al. [22] hanno quindi utilizzato una bilancia di torsione per rivelare variazioni nella forza agente su di una massa di prova sospesa all'interno di un cilindro cavo, quando questo viene spostato lateralmente.

Parametrizzando i risultati ancora secondo la (4), si ottiene:

$$\gamma = (1 \pm 7) \cdot 10^{-5} \quad (8)$$

che escluderebbe quindi il valore di Long.

Simili risultati si trovano anche in [24].

Tale esperimento e' stato in seguito criticato da Long, sulla base che secondo i suoi ragionamenti qualitativi, effetti del tipo della polarizzazione del vuoto sarebbero identicamente nulli in tale situazione. E' quindi necessario verificare tale dipendenza in condizioni di campo non nullo.

#### 4. Misura di zero in campo nullo.

Paik [25] ha notato come sia possibile effettuare una misura di zero per verificare la (1) in campo nullo. Infatti solo se la dipendenza della forza e' secondo l'inverso del quadrato della distanza, si ha che il potenziale soddisfa all'equazione di Laplace al di fuori di una qualsiasi distribuzione di masse.

Tale laplaciano puo' essere misurato direttamente con un gradiometro.

L'esperimento e' stato successivamente eseguito da Chan, Moody e Paik [26], utilizzando come sorgente del campo una massa di piombo di 1600 Kg ad una distanza media di 2.3 m e come rivelatori dei gradiometri.

Assumendo per il potenziale la forma:

$$(R) = - \frac{G M}{R} [ 1 + \alpha \exp(-\chi R)], \quad (9)$$

si ha per  $1/\chi = 1 \text{ m}$

$$\alpha = + 0.024 \pm 0.036 \quad (10)$$

Per dare un'idea della sensibilita' di tale metodo, basta notare tale limite non risulta sufficientemente stringente per escludere i risultati di Long.

Altri esperimenti molto sensibili alla dipendenza dalla distanza sono stati fatti paragonando con una bilancia di Cavendish le forze generate da due masse poste a diversa distanza e di valore proporzionale al quadrato di questa, tali da dare un risultato nullo su di una sensibile bilancia di Cavendish. Questa e' quindi in tal caso utilizzata solo come sensibile rivelatore di zero.

Panov e Frontov [27] per distanze di 0.3 m, 0.4 m e 10 m e masse opportune, ottengono:

$$\frac{G(0.3 \text{ m})}{G(0.4 \text{ m})} = 1.003 \pm 0.006 \quad (11)$$

$$\frac{G(10 \text{ m})}{G(1.4 \text{ m})} = 0.998 \pm 0.013 \quad (12)$$

Recentemente Hoskins et al. [28] hanno confrontato la forza esercitata da masse distanti 105 e 5 cm ottenendo per una dipendenza del tipo (4) il limite:

$$\gamma = (0.5 \pm 2.7) * 10^{-4} \quad (13)$$

##### 5. Misure dinamiche.

Un metodo estremamente innovativo di misurare la dipendenza dalla distanza della forza di attrazione Newtoniana e' stato ideato da Mills [29]. In tale modo, si usa un rotore per generare un campo Newtoniano variabile nel tempo; il rivelatore e' costituito da una sfera cava riempita di un fluido, risonante alla frequenza del campo. Risulta che se la legge della forza e' data dalla (1), allora le eccitazioni a simmetria sferica non sono eccitate. Purtroppo la sensibilita' che puo' essere ottenuta in un sistema reale e' troppo bassa per essere di interesse.

Successivamente Yrakawa [30,31] e' riuscito a misurare il campo Newtoniano dinamico generato da un rotore utilizzando un rivelatore simile a quelli utilizzati per la ricerca delle onde gravitazionali.

Purtroppo il rivelatore utilizzato e' a temperature ambiente e quindi la sensibilita' ottenuta e' risultata inferiore a quella ottenuta con altri metodi.

E' indubbio tuttavia che tale metodo, qualora venga applicato a rivelatori criogenici, permetterebbe di verificare la (1) per distanze che possono superare 1 Km.

## 6. Conclusioni.

Sono stati studiati sperimentalmente molti altri possibili effetti, quali ad esempio anisotropia dell'inerzia, effetti dovuti ad un eventuale riferimento preferito, possibile dipendenza della costante gravitazionale dal tempo, la cui discussione ci porterebbe troppo lontano dai limiti elementari che si sono voluti mantenere.

Vogliamo comunque notare che tutte le misure citate non conducono ad escludere gli effetti postulati da Fischbach [13]. Dall'esame fatto della recente letteratura, risulta comunque evidente l'eccezionale difficulta' degli esperimenti in gioco. Da questi risulta abbastanza evidente che la classe di esperimenti cui ci si deve rivolgere, non e' tanto esplorare la dipendenza dalla distanza, che risulta troppo difficultosa per le distanze di interesse nelle ipotesi di Fischbach (circa 100 m), quanto una dipendenza dalla natura degli elementi, quale e' possibile studiare mediante una moderna ripetizione dell'esperimento di von Eötvös secondo le idee messe in luce da Bracci, Fiorentini e Tripiccione [11], o anche mediante una piu' raffinata ripetizione dell'esperimento di Kruezer [1].

A Milano ci sta occupando da tempo della misura di piccole forze, sia per lo studio della possibilita' di rivelare onde

gravitazionali, che per lo studio di effetti del tipo ora in discussione.

Non e' sperabile comunque di migliorare notevolmente gli esperimenti citati, data la grande perfezione oggi raggiunta, senza una qualche drastica innovazione.

L'idea centrale a cui si sta lavorando e' di utilizzare per le parti sensibili degli strumenti temperature decisamente basse, dell'ordine di quelle raggiungibili mediante smagnetizzazione adiabatica. Le temperature raggiungibili con tali tecniche sono dell'ordine di  $10^{-6}$  K, che fanno sperare in una decisa riduzione del rumore e soprattutto in un drastico miglioramento della qualita' dei materiali. Tra i sistemi allo studio si sta ponendo particolare attenzione alla possibilita' di realizzare direttamente le parti critiche in materiali "smagnetizzabili", evitando cosi' i difficili problemi di conduzione termica che si hanno ordinariamente a tali temperature.

## 8. Bibliografia.

- [1] Kreuzer L.B., "Experimental measurement of the equivalence of active and passive gravitational mass"  
- Phys. Rev. 169 (1968) p. 1007.
- [2] Gilvarry J.J., Muller P.M., "Possible variation of the gravitational constant over the elements"  
- Phys. Rev. Lett. 28 (1972) p. 1665.
- [3] Morrison D., Hill H.A., "Current uncertainty in the ratio of active-passive gravitational mass"  
- Phys. Rev. D8 (1973) p. 2731.
- [4] Eötvös R.V., Pekar D., Fekete E., "Beitrage zum Gesetze der proportionalitat von Tragheit und Gravitat"  
- Ann. der Phys. 68 (1922) p. 11.
- [5] Roll P.G., Krotkov R., Dicke R.H., "The equivalence of inertial and passive gravitational mass"  
- Ann. Phys. 26 (1964) p. 442.
- [6] Braginskii V.B., Panov V.I., "Verification of the equivalence of inertial and gravitational mass"  
- Soviet Physics (JETP) 34 (1972) p. 463.
- [7] Mikkelson D.R. and Newman M.J., "Constraints on the gravitational constant at large distances"  
- Phys. Rev. D16 (1977) p. 919.
- [8] Long D.R., "Why do we believe newtonian gravitation at laboratory dimensions?"  
- Phys. Rev. D9 (1974) p. 850.
- [9] Long D.R., "Vacuum polarization and non-newtonian gravitation"  
- Nuovo Cimento B55 (1980) p. 252.
- [10] Feinberg G. and Sucher J., "Is there a strong van der Waals force between hadrons?"  
- Phys. Rev. D20 (1979) p. 1717.
- [11] Bracci L., Fiorentini G. and Tripiccione R., "Bounds on long-range hadronic interactions"  
- Nucl. Phys. B217 (1983) p. 215.
- [12] Batty C.J., "Limits on possible long-range strong interactions"  
- Phys. Lett. 115B (1982) p. 278.
- [13] Fischbach E., Sudarsky D., Szafer A. and Talmadge C., "Reanalysis of the Eötvös experiment"  
- Phys. Rev. Lett. 56 (1985) p. 3.
- [14] Davis L.Jr, Goldhaber A.S. and Nieto M.M., "Limit on the Photon mass deduced from Pioneer-10 observations of Jupiters's magnetic field"  
- Phys. Rev. Lett. 35 (1975) p. 1402.
- [15] Braginsky V.B., Caves C.M. and Thorne K.S., "Laboratory experiments to test relativistic gravity"  
- Phys. Rev. D15 (1977) p. 2047.
- [16] Fulcher L.P., "Improved result for the accuracy of Coulomb's law: A review of the Williams, Faller and Hill experiment"  
- Phys. Rev. A33 (1986) p. 759.



R.Cassinis

Dipartimento di Scienze della Terra - Sezione Geofisica  
Universita' di Milano

POSSIBILI PROVE GEOFISICHE DI UNA GRAVITA' NON NEWTONIANA

1) Attendibilita' della misura di g.

Considerando G costante, la gravita' g in un punto di coordinate  $\phi$  e  $\lambda$  e' influenzata da un certo numero di fattori e, precisamente:

- La lunghezza del raggio terrestre R (o la quota h rispetto allo sferoide di riferimento)
- La distribuzione delle masse superficiali e profonde
- Le variazioni nel tempo di g (effetto lunisolare e maree terrestri)

D'altra parte, la attendibilita' della misura di g dipende da fattori strumentali e cioe':

- Precisione di lettura
- "Deriva" strumentale (comportamento meccanico del sistema, temperatura, pressione, variazione del centro di massa terrestre)
- Verticalita' dell'asse (nel caso dei gravimetri)
- Disturbi (microsisimi, disturbi artificiali, vento ecc).

La migliore precisione ottenibile oggi e' approssimativamente la stessa per misure assolute e relative; l'errore minimo e' all'incirca

$$\delta(g) = \delta(\Delta g) = \pm 2 \cdot 10^{-9} \cdot g \text{ medio}$$

cioe' g si determina con l'approssimazione di qualche  $\mu\text{gal}$ .

Per gli esperimenti di cui si parla occorre effettuare misure in numerose stazioni, a quote e in posizioni diverse e in breve tempo (gli errori aumentano con l'intervallo di tempo tra una misura e l'altra).

Percio' e' escluso che si possano effettuare misure assolute (caduta di gravi).

Occorre quindi effettuare misure statiche con gravimetri. La

precisione di misura cui si e' accennato non si puo' raggiungere se si opera in pozzo oppure alla superficie del mare.

Nel primo caso la migliore approssimazione e' di  $\sim \pm 20 \mu\text{gal}$ , nel secondo di  $\sim \pm 0.2 \text{ mgal}$ .

2) Il gradiente in aria libera (Faye).

Poiche'  $g = G \frac{M_{\pi}}{r^2}$  il gradiente  $dg/dr$  vale:

$$\frac{dg}{dr} = - \frac{2GM_{\pi}}{r^3} = - \frac{2g}{r} \quad (1)$$

Considerando la quota  $h$  piccola rispetto a  $r$  si ha

$$\Delta g_{\text{FAYE}} = \frac{2g \cdot h}{r} \quad (2)$$

In genere si sostituiscono a  $g$  e a  $r$  i valori  $g_{\text{medio}}$  e  $R$  (raggio medio).

Si ha allora  $\Delta g_{\text{FAYE}} = 0,3086 \text{ mgal}$  per ogni  $m$ .

Se la precisione di misura e' di  $\pm 0.01 \text{ mgal}$  (precisione massima per le misure in pozzo), un errore di quota di  $\pm 2 \text{ cm}$  procura un'incertezza dello stesso ordine [ $0.003 \times 4 = 0.012 \text{ mgal}$ ]. Questo tipo di errore si minimizza con la ripetizione delle misure il che, pero', a sua volta, causa un incremento dell'errore dovuto alla deriva strumentale e alla variazione lunisolare.

3) La correzione di Bouguer.

L'attrazione dello "slab" di Bouguer (fig.1) e' data da:

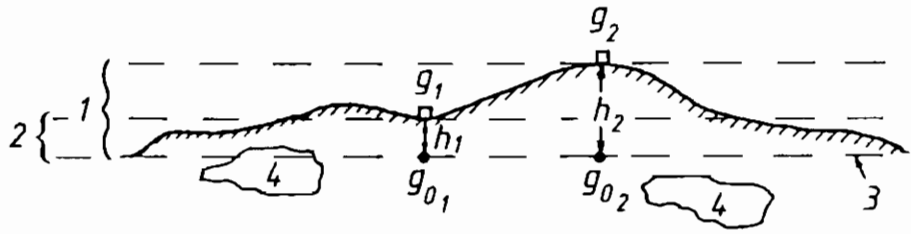


Fig. 1:  $g_1, g_2$  gravità osservata sulla superficie  
 $g_{01}, g_{02}$  gravità ridotta allo sferoide 3  $\approx$   
 al livello del mare

- 1, 2 piastre di Bouguer per i punti di  
 misura alle quote  $h_2$  e  $h_1$
- 3 livello medio del mare  $\approx$  sferoide
- 4 massa anomala che influenzano il  
 gradiente verticale.

$$\Delta g_B = - 2 \pi G \bar{\rho} h \quad (3)$$

dove  $\rho$  e' la densita' media dello "slab"; per una differenza di quota tra due punti in superficie di 100 m basta una differenza di valutazione di  $\rho$  di  $\pm 0.02 \text{ gr/cm}^3$  per avere  $\delta(\Delta g) \approx \pm 0.08 \text{ mgal}$ .

Alla correzione di Bouguer va aggiunta la correzione topografica (irregolarita' delle masse superficiali) che, per le stazioni poste in superficie, e' molto forte se vi sono irregolarita' vicine.

#### 4) Influenza delle masse anomale.

Effettuando misure a quote diverse (per esempio in un pozzo oppure in mare), il gradiente verticale viene influenzato dalla distribuzione delle masse.

La componente verticale dell'attrazione di una massa sferica, ad esempio, si attenua con il cubo della distanza.

#### 5) Proposte per il controllo di G.

Se fosse possibile conoscere la densita' delle formazioni con sufficiente precisione, il valore di G si potrebbe ricavare dalle misure del gradiente. Si fanno sostanzialmente due proposte:

##### a) Misure in miniera o in pozzo.

Considerando di effettuare misure di  $g$  a diversa profondta' sotto la superficie terrestre (fig.2) si puo' ricavare la densita' di intervallo:

$$\rho = \frac{1}{4\pi G} \left( \Delta g_F - \frac{\Delta g}{\Delta z} \right) \quad (4)$$

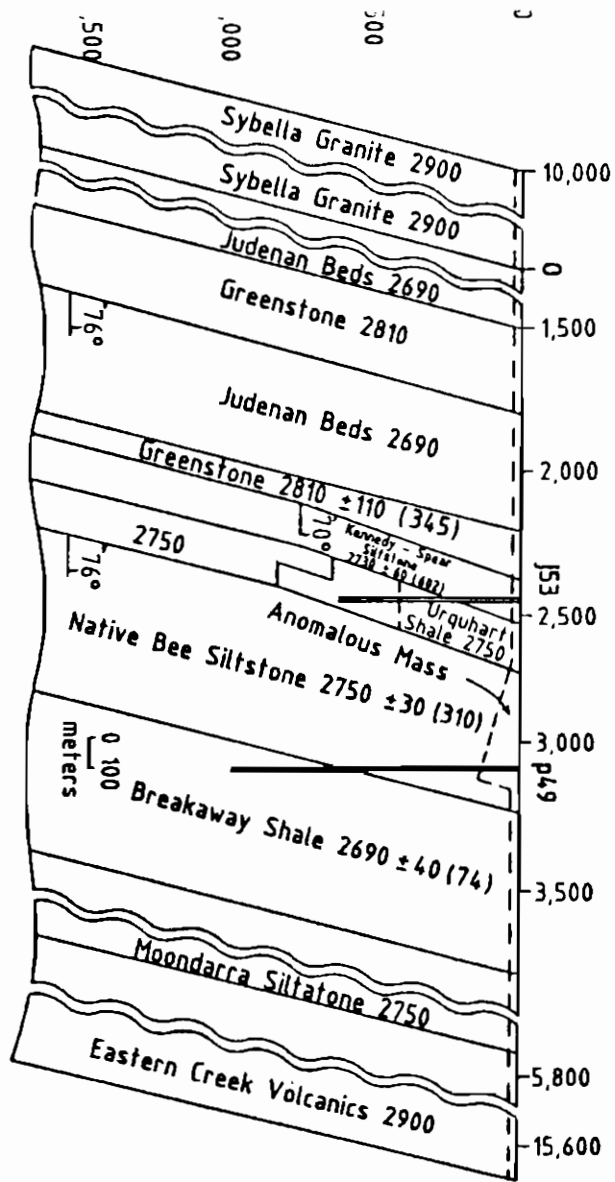


Fig. 2: Cross-section of the rock formations of the Hilton mine (looking north). Structural trends are N-S, so that this cross-section is representative. Calculations assume the structure to extend to 4.5 Km depth. Density values are given with standard deviations of individual samples about the means and the numbers of samples from each formation in parentheses. Gravity profiles were obtained for both shafts, but the greater homogeneity of rocks immediately surrounding the P49 shaft made this much more useful for calculating G.

(Da Holding and Tuck, 1984)

dove  $\Delta g_F$  e' il gradiente in aria libera e  $\Delta g/\Delta z$  il gradiente osservato.

Il coefficiente  $4\pi$  deriva dalla considerazione che, contrariamente al caso dello "slab" di Bouguer, le masse si trovano tanto al disopra che al disotto del punto di misura.

Le determinazioni della densita' media (di intervallo) delle formazioni nei pozzi vengono effettuate con speciali gravimetri la cui precisione e', come si e' detto, di  $\pm 20$   $\mu\text{gal}$ . L'errore minimo (fig.3) nella determinazione di  $\rho$  e' circa  $\pm 0.02$   $\text{gr.cm}^{-3}$  (Schmoker, 1978) che e', poi, all'incirca uguale a quello che si compie usando altri metodi.

Conoscendo la densita' con tale precisione si potrebbe controllare G. Per ora sono state fatte misure nella discenderia di una miniera dove le formazioni sono caratterizzate da una densita' molto costante.

Si sarebbero ricavati valori di G sempre notevolmente elevati (Holding and Tuck, 1984), addirittura  $6,73 \times 10^{-8}$ , cioe' l'8% in piu' di quello determinato in laboratorio.

Va osservato che le densita' sono state misurate in laboratorio; l'alterazione dei campioni puo' avere quindi un ruolo determinante. Le misure, inoltre, possono essere influenzate da masse anomale e dagli scavernamenti della miniera.

#### b) Misure in mare.

Una proposta che sembra piu' attraente e' quella (Stacey e Tuck, 1981) di confrontare le misure fatte sul fondo del mare con quelle effettuate in superficie (o meglio, a piccola profondita'). Chiamando  $g(z)$  la gravita' misurata sul fondo e  $g(0)$  quella in

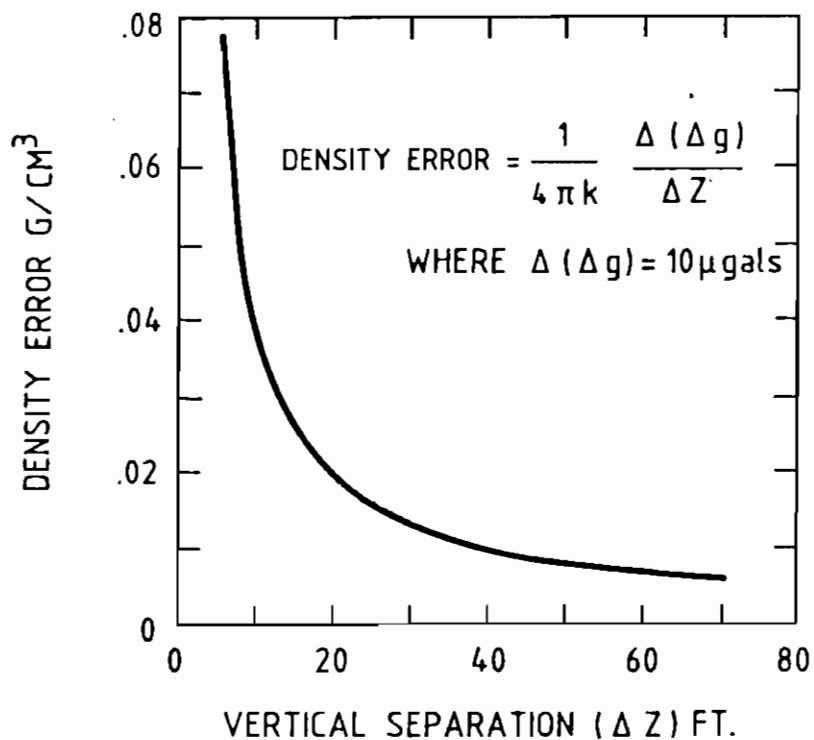


Fig. 3 : Experimental error in determining density from borehole gravity data, assuming an error in the interval gravity measurement of  $\pm 10 \mu\text{gals}$ , and no errors in the vertical separation or the free-air gradient.  
 ( Da SCHMOKER, 1978)



superficie, si ha (fig.4)

$$g(z) = g_{(0)} + \Delta g / \Delta z \quad (5)$$

Il gradiente verticale  $e'$  (misurando  $z$  in m):

$$\frac{dg}{dz} = 0.3086 - 4\pi G \rho_w \text{ (mgal)}$$

dove  $\rho_w$   $e'$  la densita' dell'acqua di mare, che  $e'$  nota con ottima approssimazione ( $\rho_w = 1.027 \text{ gr/cm}^3$ ).

Se il gradiente venisse calcolato esattamente,  $g(z)$  dovrebbe risultare uguale a  $g_{(0)}$  riportato al fondo. Determinazioni fatte nel Golfo del Messico (fig.5), per profondita' comprese tra 100 e 700 m, per quanto molto disperse, indicherebbero invece una differenza per annullare la quale si dovrebbe porre almeno  $G = 6,73 \cdot 10^{-8}$ .

Per una profondita' del fondale di 100 m, la differenza di gravita'  $g(z) - g_{(0)}$  sarebbe:

$$\Delta g = 22.252 \text{ mgal} \quad \text{per } G = 6.67 \cdot 10^{-8}$$

$$\Delta g = 22.208 \quad \text{per } G = 6.73 \cdot 10^{-8}$$

e cioe' si avrebbe una differenza di 0.044 mgal che corrisponde al limite delle possibilita' di misure in queste condizioni. Naturalmente, per un fondale di 1000 m, si avrebbe, teoricamente, una differenza misurabile (0.5 mgal), ma le difficolta' pratiche sarebbero molto grandi.

Tuttavia, su un fondo oceanico molto regolare, dove non esistono anomalie locali, reiterando le misure ed effettuandole non in un solo punto ma su vasta area, si potrebbe avere, forse, una qualche possibilita' di accertare se  $G$  si discosta in modo sistematico dal

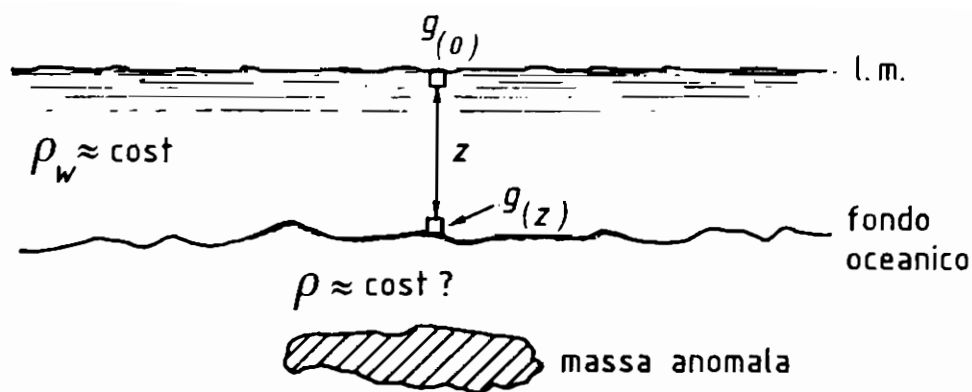


Fig. 4: La gravità  $g(z)$  sul fondo dell'oceano dovrebbe essere uguale a  $g(0)$  misurata in superficie e riportata sul fondo sommando il gradiente in aria libera e sottraendo l'attrazione della massa d'acqua. Si trascinano però gli effetti delle possibili anomalie locali e delle irregolarità del fondo.

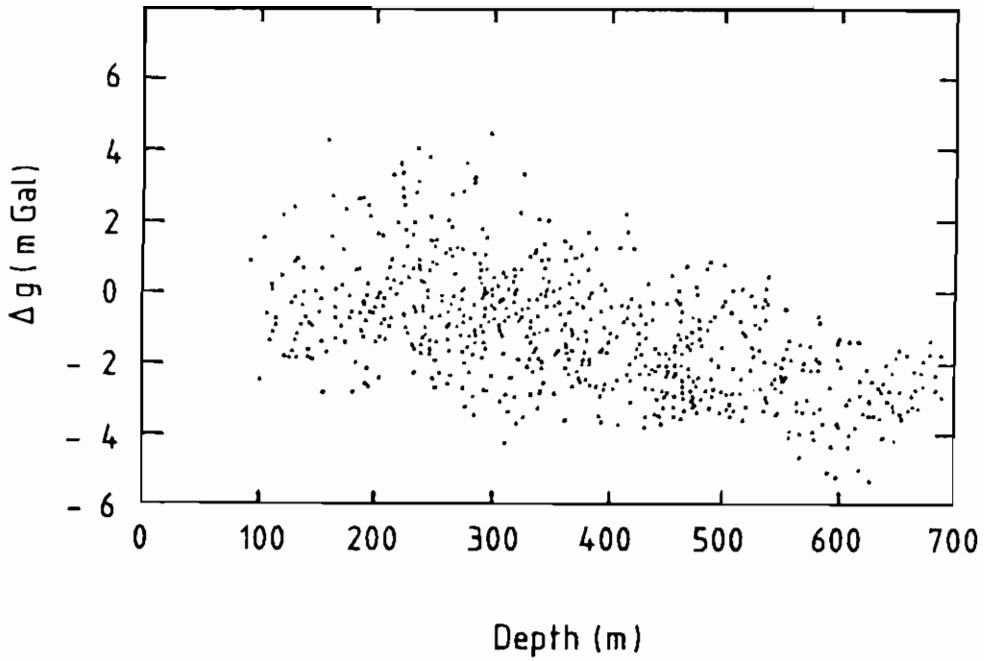


Fig. 5: Gravity difference between overlapping surveys in the Gulf of Mexico. Surface values are subtracted from bottom values after both have been adjusted to correspond to the surface of a sea filled with sediment. If these adjustments were perfect the plotted gravity differences would be zero at all depths, apart from effects of sub-surface features. The scatter of data is due at least partly to sub-surface gravity anomalies.

(Da Stacey e Tuck, 1981)

valore di laboratorio.

In conclusione, si ha l'impressione che un controllo geofisico incontri difficoltà notevoli e, almeno, per ora, non facilmente superabili.

Riferimenti:

- F.O.Stacey and G.J.Tuck: Geophysical evidence for non-newtonian gravity, Nature, vol.292, July 1981, p. 230-232.
- S.C.Holding and G.J.Tuck: A new mine determination of the newtonian gravitational constant, Nature, vol.307, Feb.1984, p. 714-716.
- J.W.Schmoker: Accuracy of borehole gravity data, Geophysics, vol:43, n.3, April 1978, p. 538-542.
- S.L.Robbins: Reexamination of the values used as constants in calculating rock density from borehole gravity data, Geophysics, vol.46, n.2, Feb.1981, p. 108-210.

F. Massa

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Roma

ALCUNE CONSEGUENZE DELL'ESISTENZA DI UNA QUINTA FORZA  
NELLA FISICA DELLE PARTICELLE ELEMENTARI

( \* )

Recentemente (rif.1) e' stata avanzata l'ipotesi che, oltre le note forze gravitazionale, debole, elettromagnetica e forte, esista una ulteriore interazione : l'iperforza.

Questa nuova forza sarebbe mediata da particelle (iperfotoni) di massa  $m_{\tilde{\gamma}} \sim 10^{-9}$  ev ed accoppiate all'iper carica.

In questa nota sono riassunte le motivazioni che hanno condotto all'ipotesi dell'iperforza (par.1), i suoi effetti sulla legge di gravitazione universale di Newton (par.2) ed alcune critiche rivolte contro l'analisi fatta nel rif.1 (par.3). Nel par.4 sono brevemente riassunti gli effetti sul sistema  $K^0 - \bar{K}^0$  ed alcuni decadimenti indotti dall'iperfotone.

---

(\*) Lezione tenuta per il Dottorato di Ricerca in Fisica all'Universita' degli Studi di Pavia nell'A.A. 1985/86.

Sebbene la mancata osservazione di questi decadimenti escluda l'accoppiamento dell'iperfotone con la stranezza, tuttavia l'ipotesi di un accoppiamento col numero barionico attualmente resta valida. Una delle possibili conseguenze di quest'ultima ipotesi e' discussa nel paragrafo 5, dove viene considerato l'effetto di questa nuova forza sulle transizioni spontanee di neutroni in antineutroni.

1. -IPOTESI DELL' IPERFORZA -

Nel rif.1 sono riportate ad una unica causa le seguenti anomalie riscontrate in due situazioni sperimentali e su due grandezze fisiche completamente diverse:

1. alcune misure geofisiche della costante G di gravitazione universale (rif.2) presentano anomalie interpretate come una possibile evidenza di un accoppiamento non Newtoniano. L'energia di interazione tra due masse puntiformi m ed m sarebbe:

$$(1) \quad V(r) = -G_{\infty} (m_1 m_2 / r) (1 + \alpha e^{-r/\lambda})$$

dove

$$\lambda = (200 \pm 50)m$$

$$\alpha = -(7.2 \pm 3.6) \times 10^{-3}$$

e  $G_\infty$  e' il valore della costante di Newton per  $r \rightarrow \infty$ .  
 Notiamo che, se  $G_0$  e' il valore di  $G$  per  $r \rightarrow 0$ , dalla  
 (1) si ricava:

$$(2) \quad G_\infty = G_0 / (1 + \alpha)$$

Quindi oltre all'energia Newtoniana

$$V_N = -G m_1 m_2 / r$$

esisterebbe un'energia dovuta ad una forza repulsiva  
 ( $\alpha < 0$ ) con un range di azione limitato:

$$(3) \quad [\Delta V](Geof) = -\alpha G_\infty m_1 m_2 (e^{-r/\lambda}) / r$$

2. alcune grandezze intrinseche al sistema  $K^0 - \bar{K}^0$ , come la differenza di massa  $\Delta m$  tra  $K_L$  e  $K_S$ , la vita media  $\tau_S$  di  $K_S$  ed i parametri caratteristici della violazione di CP nel decadimento di  $K_L$ :  $|\eta_{+-}|$  e  $\text{tg } \phi_{+-}$ , sembrano mostrare una dipendenza dall'energia (vedi par.3). Questa anomalia viene interpretata nel rif.1 come dovuta al fatto che il sistema  $K^0 - \bar{K}^0$  e' ritenuto isolato, mentre in effetti e' in presenza di una forza esterna che ne modifica le caratteristiche.

Se l'anomalia descritta nel punto 1 fosse dovuta ad una forza accoppiata al numero barionico, allora gli effetti di questa forza sarebbero presenti anche nei dati del famoso



esperimento di Eotvos (rif.3), finora interpretato come la prima dimostrazione sperimentale dell'uguaglianza tra massa inerziale e massa gravitazionale.

I dati dell'esperimento di Eotvos sono stati quindi rielaborati nel rif.1, nel quale sono anche riportate le due importanti affermazioni:

1. esiste una forza accoppiata al numero barionico la cui costante di accoppiamento e' compatibile con quella osservata negli esperimenti geofisici
2. l'azione di questa forza tra corpi macroscopici risulta repulsiva.

## 2. -IL CAMPO DI IPERFORZA DELLA TERRA-

2.1 In analogia col caso elettromagnetico, nel quale un fotone scambiato tra cariche elettriche dello stesso segno genera una forza repulsiva, il nuovo campo di forze dovrebbe anche esso essere associato ad una particella vettoriale (spin 1). Inoltre se questa nuova particella fosse la causa delle anomalie osservate sia nella legge di Newton che nel sistema  $K^0-\bar{K}^0$ , dovrebbe essere accoppiata sia al numero barionico B che alla stranezza S e quindi all'ipercarica Y ( $Y=B+S$ ). Dall'accoppiamento con l'ipercarica deriva il nome di iperfotone ( $\tilde{\gamma}$ ).

Se l'iperfotone  $\tilde{\gamma}$  avesse una massa non nulla  $m_{\tilde{\gamma}}$ , scambiato tra due corpi di numero barionico  $B_1$  e  $B_2$ , introdurrebbe un'energia di interazione alla Yukawa:

$$(4) \quad V_{\tilde{\gamma}}(r) = f^2 B_1 B_2 (e^{-r m_{\tilde{\gamma}}}) / r$$

Tra due protoni ( $B_1 = B_2 = 1$ ) si ottiene dalla (4):

$$V_{\tilde{\gamma}}(r) = f^2 (e^{-r m_{\tilde{\gamma}}}) / r$$

e dalla (3):

$$[\Delta V](\text{Geof}) = -\alpha G_{\infty} m_{\mu}^2 (e^{-r/\lambda}) / r$$

dove  $m_{\mu}$  e' la massa dell'atomo di idrogeno.

L'ipotesi fatta:

$$V_{\tilde{\gamma}} = [\Delta V](\text{Geof})$$

ha quindi come conseguenza:

$$(5) \quad m_{\tilde{\gamma}} = 1/\lambda = 10^{-9} \text{ ev}, (\hbar = c = 1)$$

ed inoltre

$$f^2 = -\alpha G_{\infty} m_{\mu}^2$$

Per cui, sostituendo la (2) nella precedente, si ottiene:

$$(6) \quad f^2 / G_0 m_\mu^2 = -\alpha / (1 + \alpha) \approx -\alpha = 7.2 \times 10^{-3}$$

2.2 In un esperimento condotto sulla superficie della Terra i corpi sono soggetti all'azione dell'iperforza generata da tutta la Terra.

Per valutare l'energia di interazione tra un corpo di numero barionico  $B$  e la Terra, considerata come una sfera omogenea di raggio  $R_\oplus$ , possiamo procedere in modo intuitivo partendo dall'energia di interazione tra due cariche barioniche puntiformi  $B_1$  e  $B_2$  (che si ottiene dalla (4) sostituendovi  $m_{\tilde{\nu}} = 1/\lambda$ ):

$$(7) \quad V_{\tilde{\nu}}(r) = (f^2 B_1 B_2 / r) (e^{-r/\lambda})$$

Nel secondo membro della (7) il primo fattore ha la forma di una energia Newtoniana, mentre il secondo limita il range di interazione ad un valore circa uguale a  $\lambda$ . Poiche':

$$\lambda / R_\oplus = 3 \times 10^{-5}$$

un corpo posto sulla superficie della Terra sentirà l'azione dei barioni distanti meno di  $\lambda$  e non quella dei barioni di tutta la Terra.

Se  $\rho$  e  $\rho_B$  sono rispettivamente la densità di massa e la densità barionica della Terra, poiche':

$$V_N(R_\oplus) = -GmM_\oplus / R_\oplus = -(4/3) \pi Gm \rho R^2$$

ci si aspetta (come ordine di grandezza):

$$v_{\tilde{\gamma}}(R_{\oplus}) \sim (4/3)\pi f^2 B \varrho_B \lambda^2$$

e quindi:

$$(8) \quad v_{\tilde{\gamma}}/v_N \sim (f^2/G)(B/m)(\varrho_B/\varrho)(\lambda/R_{\oplus})^2 = \\ = (f^2/Gm_H^2)(B/\mu)(B_{\oplus}/\mu_{\oplus})(\lambda/R_{\oplus})^2$$

dove  $\mu$  e  $\mu_{\oplus}$  sono rispettivamente la misura delle masse del corpo in esame e della Terra in unita' di massa dell'atomo di idrogeno e  $B_{\oplus}$  e' il numero barionico della Terra.

Analogamente, se  $g_N$  e' l'accelerazione Newtoniana verso la Terra:

$$g_N = GM_{\oplus}/R_{\oplus}^2 = (4/3)\pi G \varrho R_{\oplus}$$

per cui ci si aspetta che il contributo  $g_{\tilde{\gamma}}$  dovuto all'iperforza generata dalla Terra sia dato da:

$$(9) \quad g_{\tilde{\gamma}}/g_N \sim (f^2/Gm_H^2)(B/\mu)(B_{\oplus}/\mu_{\oplus})(\lambda/R_{\oplus})$$

E' interessante notare che dalle (8) e (9) si deduce:

$$(10) \quad v_{\tilde{\gamma}} \sim (\lambda/R_{\oplus})(v_N/g_N)g_{\tilde{\gamma}} = (\lambda/R_{\oplus})mR_{\oplus}g_{\tilde{\gamma}} = m\lambda g_{\tilde{\gamma}}$$

Una valutazione precisa del contributo della Terra, considerata come una sfera omogenea di raggio  $R_{\oplus}$ , produce i seguenti risultati:

$$(11) \quad v_{\tilde{\gamma}} / v_N = (f^2 / Gm_N^2) (B/\mu) (R_{\oplus} / \mu_{\oplus}) \gamma(x)$$

dove:

$$(12) \quad \gamma(x) = 3e^{-x} (x \cosh x - \sinh x) / x^2 \sim 3 / (2x^2)$$

$$(13) \quad g_{\tilde{\gamma}} / g_N = (f^2 / Gm_N^2) (B/\mu) (R_{\oplus} / \mu_{\oplus}) \epsilon(x)$$

dove:

$$(14) \quad \epsilon(x) = 3(1+x)e^{-x} (x \cosh x - \sinh x) / x \sim 3 / (2x)$$

essendo:

$$x = R_{\oplus} / \lambda \sim 3 \times 10^4$$

Da queste due ultime relazioni si ricava:

$$v_{\tilde{\gamma}} = m \lambda g_{\tilde{\gamma}} x / (1+x) \sim m \lambda g_{\tilde{\gamma}}$$

Dalla (13) ci si aspetta una violazione del principio di equivalenza in forma debole della relatività generale, in quanto l'accelerazione di un corpo verso la Terra

dipenderebbe dal rapporto tra il numero barionico e la massa del corpo stesso. Questo rapporto varia tra sostanze diverse a causa della dipendenza dell'energia di legame dal numero di massa, della differenza di massa tra neutrone e protone e della variazione del rapporto tra numero di neutroni e di protoni.

Quindi, nei dati dell'esperimento di Eotvos (rif.3), che per primo ha dimostrato la validità del principio di equivalenza in forma debole, dovrebbe invece essere presente una evidenza dell'azione dell'iperforza.

L'analisi dei dati di questo esperimento è riportata in fig.1 (presa dal rif.1), nella quale si è posto:

$$\Delta a/g = (a_1 - a_2)/g - k_1 - k_2 - \Delta k$$

dove  $a_1$  e  $a_2$  sono le accelerazioni di due corpi 1 e 2 messi a confronto. Dalla fig.1 risulta evidente una correlazione tra  $\Delta k$  e :

$$\Delta (B/\mu) = B_1/\mu_1 - B_2/\mu_2$$

Nel rif.1 si arriva quindi alle seguenti conclusioni:

1. esiste una forza repulsiva tra barioni

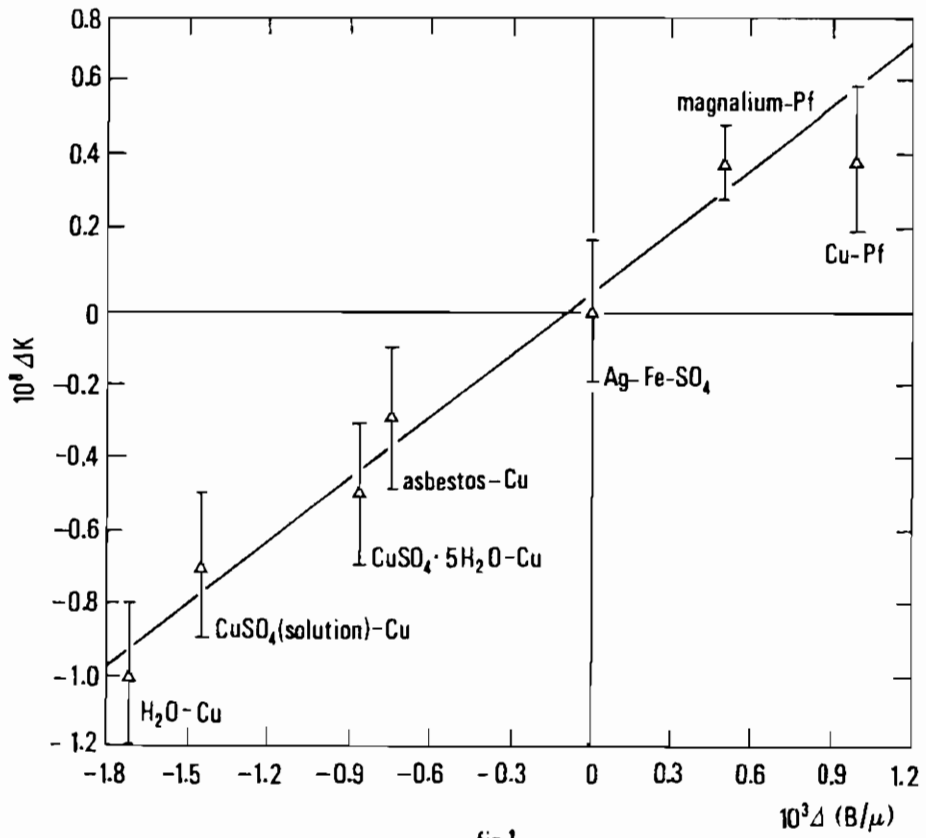


fig.1

2. il valore della costante di accoppiamento tra iperfotone e barioni e' maggiore di quello ottenuto dalle misure geofisiche:

$$[f^2/Gm_H^2](\text{Eotvos}) \sim 18.8 [f^2/Gm_H^2](\text{Geof})$$

Tuttavia l'accordo con le misure geofisiche viene considerato soddisfacente considerando che, se  $\lambda = 200$  m, la distribuzione locale di materia puo' influenzare la forma della funzione  $\epsilon(x)$  nella (13) e quindi il valore che si ricava per  $f^2/Gm_H^2$  nel confronto con i dati di Eotvos.

2.3 Per valutare gli ordini di grandezza di  $v_{\tilde{\gamma}}$  e  $g_{\tilde{\gamma}}$  si puo' assumere nelle (11) e (13):

$$B/\mu = 1, B_{\oplus}/\mu_{\oplus} = 1$$

Assumendo inoltre per la costante di accoppiamento il valore  $[f^2/Gm_H^2](\text{Geof})$  si ottiene:

$$v_{\tilde{\gamma}}/v_N = 10^{-11}$$

$$g_{\tilde{\gamma}}/g_N = 3 \times 10^{-7}$$

Quindi:

$$g_{\tilde{\gamma}} = 3 \times 10^{-7} g_N \sim 3 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{sec}$$



L'energia potenziale di un protone nel campo dell'iperforza della Terra risulta dalla (10):

$$V_{\tilde{f}} \sim m_p \lambda g_{\tilde{f}} \sim 6 \times 10^{-12} \text{ ev}$$

Assumendo invece il valore  $[f^2/Gm_\mu^2]$  (Eotvos) si avrebbe:

$$V_{\tilde{f}} \sim 10^{-10} \text{ ev}$$

Nel seguito assumeremo:

$$(15) \quad V_{\tilde{f}} \sim (6 \times 10^{-12} \div 10^{-10}) \text{ ev}$$

### 3. -COMMENTI ALLA RIANALISI DELL'ESPERIMENTO DI EOTVOS-

L'ipotesi dell'iperforza ha sollevato diversi commenti critici rivolti sia all'ipotesi di esistenza di una particella con massa non nulla dotata di ipercarica (vedi par.4), sia alla rianalisi dei dati dell'esperimento Eotvos. E' stato notato (rif.4) che, prendendo in considerazione i dati dell'esperimento di Eotvos omissi nel rif.1 ed altri successivi esperimenti, la correlazione tra accelerazione e numero barionico di fig.1 non risulta piu' cosi' evidente. E' stato inoltre notato (rif.5) che, al contrario di quanto affermato nel rif.1, i dati riportati in fig.1 mostrano una evidenza di una forza attrattiva. Quindi nel rif.1 sarebbe

stato commesso un errore di segno nella valutazione di  $f^2/Gm_\mu^2$ . Infatti confrontiamo ad esempio le accelerazioni dell'acqua e del rame come riportate dai dati di Eotvos. Risulta (vedi fig.1):

$$k_{H_2O} - k_{Cu} = (-1.2 \pm .2) \times 10^{-8}$$

Quindi, secondo le misure di Eotvos, l'acqua dovrebbe avere una accelerazione minore del rame. Risulta anche:

$$(B/\mu)_{H_2O} - (B/\mu)_{Cu} = -1.171 \times 10^{-3}$$

che comporta un accoppiamento dell'acqua all'iperforza minore del rame e quindi una minore repulsione da parte della Terra verso l'acqua che verso il rame. Poiche' questa repulsione e' opposta all'attrazione gravitazionale, per effetto dell'iperforza l'accelerazione dell'acqua sarebbe maggiore di quella del rame.

Riassumendo: Eotvos ha misurato che l'acqua cade piu' lentamente del rame, mentre la teoria dell'iperforza prevede l'opposto. Se i dati di fig.1 fossero corretti, dovremmo concludere che esiste una forza attrattiva accoppiata al numero barionico. Questa nuova interazione non puo' essere mediata da particelle vettoriali, ma da particelle scalari o di spin 2.

Il carattere attrattivo di questa possibile forza esclude la possibilita' di identificarla con quella presente nelle

misure geofisiche.

E' stato anche osservato (rif.6) che dai dati del rif.3 non e' possibile ricavare informazioni circa il carattere attrattivo o repulsivo della nuova forza: se l'esperimento di Eotvos fosse eseguito su un terreno perfettamente piatto, orizzontale e simmetrico l'effetto di una forza a corto range sarebbe nullo. Infatti la bilancia di torsione di Eotvos non e' sensibile alle forze verticali, cioe' alle forze dirette secondo la composizione della forza Newtoniana, diretta verso il centro della Terra, e della forza centrifuga, dovuta alla rotazione della Terra. Solo le componenti orizzontali delle forze possono indurre una torsione alla bilancia di Eotvos. La direzione di ogni nuova forza a corto range ( $\lambda \ll R$ ) risulta definita dalla configurazione della massa locale, per cui nell'ipotesi fatta l'iperforza sarebbe perfettamente verticale e darebbe un contributo nullo alla torsione della bilancia. In generale l'angolo tra la direzione dell'iperforza e la verticale e' definito dalla situazione ambientale. Si perde percio' ogni possibilita' di dedurre direttamente dall'analisi della fig.1 il carattere attrattivo o repulsivo della nuova forza.

Quindi, sebbene nel rif.1 ci sia un errore nel segno della forza che e' supposta agire tra cariche barioniche (rif.5), poiche' i dati dell'esperimento di Eotvos non sono significativi al fine di affermare od escludere l'esistenza di una forza a range intermedio accoppiata al numero

barionico (rif.8), non puo' essere esclusa l'ipotesi che una tale forza esista e che sia la causa dell'anomalia osservata nella legge di gravitazione universale di Newton.

Come si e' visto, la situazione non e' chiara e sarebbe necessario un nuovo esperimento per esaminare la possibile esistenza di questa nuova forza .

E' interessante notare che se, effettivamente una tale forza esistesse e se in un esperimento fosse provato l'effetto di questa forza generato dalla Terra, ripetendo l'esperimento in una situazione di distribuzione locale di massa simmetrica attorno all'apparato sperimentale (fino ad una distanza alcune volte maggiore del range della forza, come sotto la galleria del Gran Sasso o in una miniera), si otterrebbe un risultato nullo. Questo in quanto per ragioni di simmetria la iperforza totale agente sui corpi in esame sarebbe nulla nella situazione descritta (a meno di disomogeneita' locali di materia) e certamente molto minore di quella presente in un esperimento condotto sulla superficie della Terra.

Nel seguito l'ipotesi di una forza accoppiata al numero barionico sara' mantenuta. Sara' pure mantenuta la valutazione dell'energia potenziale di un protone espressa dalla (15), dove pero' il valore ottenuto dai dati di Eotvos ( $\Delta V \sim 10^{-10}$  ev) deve essere considerato come una stima di un limite estremo dell'energia di interazione.

4. -CRITICHE ALL'IPOTESI DELL' IPERFOTONE -

4.1 In un esperimento al Fermilab (rif.7) sono stati misurati alcuni dei parametri caratteristici dei processi di rigenerazione dei  $K^0$  in un intervallo di energia  $30 \div 100$  Gev.

Sono stati così determinati:

la differenza di massa tra  $K_L$  e  $K_S$ :  $\Delta m = m_L - m_S$

la vita media del  $K_S$ :  $\tau_S$

i parametri caratteristici della violazione di CP:  $|\eta_{+-}|$ ,

$\text{tg } \phi_{+-}$  definiti come:

$$\eta_{+-} = |\eta_{+-}| e^{i\phi_{+-}} = A(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-) / A(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)$$

dove  $A(K_{L(S)} \rightarrow \pi^+ \pi^-)$  rappresenta l'ampiezza del decadimento del  $K_L$  ( $K_S$ ) in  $\pi^+ \pi^-$ .

I risultati di queste misure rivelano una anomala dipendenza dall'energia: i valori dei parametri precedenti, misurati alle energie del Fermilab, differiscono da quelli misurati a bassa energia ( $\sim 5$  Gev).

Una possibile dipendenza dall'energia dei parametri misurati e' la seguente:

$$x = x_0 (1 + b \gamma^2)$$

dove  $x$  rappresenta indifferentemente uno dei parametri  $\Delta m$ ,

$\tau_S$ ,  $|\eta_{+-}|$ ,  $\text{tg } \phi_{+-}$  e  $\gamma = E_K / m_K$ .

Includendo i valori di bassa energia dai dati sperimentali si ricava un valore non nullo del parametro b. Questa dipendenza dall'energia puo' essere generata dall'interazione del sistema  $K^0-\bar{K}^0$  con un campo esterno. Il sistema  $K^0-\bar{K}^0$  non sarebbe isolato e l'interazione con un campo esterno darebbe un contributo ai parametri misurati dipendente dall'energia del fascio dei  $K^0$ . L'accoppiamento del campo esterno con le particelle deve perciò essere proporzionale alla stranezza S.

Supponendo che questo campo sia lo stesso che ha generato le anomalie osservate nelle misure geofisiche della costante di gravitazione universale (rif.2) e nella rianalisi dell'esperimento di Eotvos (rif.1), e' possibile ricavare la costante di accoppiamento tra iperfotone ed ipercarica e quindi calcolare l'effetto dell'interazione del sistema  $K^0-\bar{K}^0$  col campo dell'iperforza generato dalla Terra.

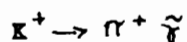
Il confronto tra previsione teorica (rif.8) del parametro b e risultati sperimentali e' riportato nella tabella seguente:

	PREVISIONE	ESPERIMENTO
$\Delta m$	$2.3 \times 10^{-9}$	$-(8 \div 6) \times 10^{-6}$
$\Delta \Gamma_S$	$-2.3 \times 10^{-9}$	$+(2 \div 1) \times 10^{-6}$
$ \eta_{+-} $	$-3.6 \times 10^{-7}$	$\sim 10^{-6}$

$$\operatorname{tg} \phi_{+-} \quad -7.10^{-7} \quad \sim -10^{-5}$$

Dal confronto precedente l'accordo non risulta chiaro, anche per l'incertezza dei dati sperimentali.

4.2 L'esistenza di un iperfotone massivo accoppiato alla stranezza puo'indurre il decadimento:



reso possibile attraverso la componente longitudinale della polarizzazione dell'iperfotone (rif.9).

Questo decadimento sarebbe distinguibile dal:



perche', nel primo caso, nel sistema di quiete del  $K^+$  l'impulso del  $\pi^+$  risulta:

$$P_{\pi^+} = 227 \text{ Mev}/c$$

mentre nel secondo caso l'impulso del  $\pi^+$  risulta:

$$P_{\pi^+} = 205 \text{ Mev}/c$$

La previsione teorica del rapporto:

$$R = \Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ \tilde{\gamma}) / \Gamma(K \rightarrow \text{all})$$

risulta (rif.9):

$$R > 6 \times 10^{-5}$$

mentre il limite sperimentale e' (rif.10):

$$R < 3.8 \times 10^{-8}$$

Dalla incompatibilita' tra teoria ed esperimento si puo' affermare che l'iperfotone, se esiste, non e' accoppiato alla stranezza.

4.3 Una ulteriore indicazione contraria all'ipotesi dell'accoppiamento dell'iperfotone con la stranezza proviene (rif.8) dalla frequenza prevedibile per il decadimento:

$$(16) \quad K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \tilde{\gamma}$$

Il decadimento (16) puo' essere pensato come formato da due processi in cascata:

$$\begin{array}{l} K_L \rightarrow K_S + \tilde{\gamma} \\ \quad \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad \pi^+ \pi^- \end{array}$$

Si puo' percio' ricavare il rapporto tra la frequenza del decadimento (16) rispetto alla frequenza del decadimento:

$$K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$$



Risulta (rif.11):

$$R = \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \tilde{\gamma}) / \Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-) \sim (F^2/8 \pi^2 \hbar c) (\omega_0^2 / m_{\tilde{\gamma}}^2)$$

dove:

$$\omega_0 \sim 100 \text{ Mev}$$

$$m_{\tilde{\gamma}} = 10^{-9} \text{ ev}$$

$$F^2/4 \pi \hbar c = f^2/\hbar c = 10^{-39} \text{ -- } 10^{-40}$$

Si ottiene così:

$$\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \tilde{\gamma}) / \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-) = R \cdot \Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-) / \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)$$

$$\sim (3 \div 30)\%$$

Questo rapporto e' almeno dello stesso ordine di grandezza di quello osservato (rif.11) per il decadimento:

$$K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$$

Quindi se l'iperfotone fosse accoppiato alla stranezza risulterebbe incomprensibile la mancata identificazione del decadimento (16).

## 5.-IPERFORZA ED OSCILLAZIONE $N-\bar{N}$ -

5.1 Nel paragrafo precedente si e' visto come sia esclusa una forza accoppiata alla stranezza, con un range e una costante di accoppiamento dati nel rif.1. Nel par.3 si e' visto invece che non puo' essere esclusa l'esistenza di una forza a range intermedio, come causa della anomalia osservata nella legge di gravitazione universale di Newton. In questo paragrafo viene considerato l'effetto di questa forza sulle transizioni di neutroni in antineutroni, che possono avvenire con fasci di neutroni "liberi".

La possibilita' di transizioni spontanee di neutroni in antineutroni e' attualmente studiata nell'esperimento NADIR condotto col reattore nucleare TRIGA MARK II del laboratorio LENA dell'Universita' di Pavia.

In questo esperimento i neutroni del reattore vengono incanalati in un tubo a vuoto di 1.2 m di diametro per un percorso di circa 16.5 m, corrispondente ad un tempo di volo di circa 7.5 msec. Lungo questo percorso il campo magnetico terrestre viene schermato fino ad un valore inferiore a circa 10 mGauss. In questo modo le interazioni dei neutroni con l'ambiente risultano trascurabili e gli eventuali antineutroni prodotti nelle transizioni spontanee dei neutroni liberi annichilirebbero contro un bersaglio di grafite di 125  $\mu$ m di spessore. Attorno a questo bersaglio e' costruito un rivelatore per determinare il vertice di interazione degli antineutroni e l'energia di circa 2 Gev

liberata nell'annichilazione.

Con un flusso di  $5 \times 10^{10}$  n/sec integrato su un periodo di quattro mesi l'apparato e' capace di rivelare un evento di oscillazione, se il tempo di oscillazione  $\tau_{n\bar{n}}$  risulta :

$$\tau_{n\bar{n}} \sim 10^6 \text{ sec}$$

L'indeterminazione sul limite di  $\tau_{n\bar{n}}$  e' dovuta al livello dei fondi, attualmente in studio.

5.2 Le transizioni neutrone-antineutrone ( $n\bar{n}$ ) sono previste nelle teorie che postulano la unificazione delle interazioni debole, elettromagnetica e forte. In queste Teorie Unificate sono previste reazioni nelle quali viene violato il numero barionico al livello  $\Delta B=1$ , come nel decadimento del protone, ed anche violazioni del tipo  $\Delta B=2$ , come nelle oscillazioni  $n\bar{n}$ .

Se il numero barionico non e' conservato, lo stato fisico  $|n_f\rangle$  corrispondente ad un neutrone non deve necessariamente avere un numero barionico definito. Per cui, se indichiamo con  $|n\rangle$  ed  $|\bar{n}\rangle$  gli stati corrispondenti rispettivamente al numero barionico  $B=1$  e  $B=-1$ , in assenza di interazione con campi esterni gli stati fisici possibili saranno costituiti da una sovrapposizione di  $|n\rangle$  ed  $|\bar{n}\rangle$ :

$$(17) \quad |n_f\rangle = (1/\sqrt{2})(|n\rangle \pm |\bar{n}\rangle), (j=1,2)$$

con massa:

$$m_j = m \pm \delta m, (j=1,2)$$

L'evoluzione temporale di questi stati risulta:

$$(18) \quad |n_f(t)\rangle = |n_f(0)\rangle e^{-i m_j t / \hbar}, (j=1,2)$$

Invertendo le (17) e sostituendovi le (18) si puo' ricavare l'evoluzione temporale dello stato  $|\bar{n}(t)\rangle$  in funzione dei valori iniziali  $|n(0)\rangle$  ed  $|\bar{n}(0)\rangle$ .

Partendo da un fascio di puri neutroni ( $|\bar{n}(0)\rangle = 0$ ), si ottiene:

$$|\bar{n}(t)\rangle = (1/2) |n(0)\rangle e^{-i m t / \hbar} \begin{pmatrix} e^{-i \delta m t / \hbar} & e^{i \delta m t / \hbar} \\ e^{i \delta m t / \hbar} & -e^{-i \delta m t / \hbar} \end{pmatrix}$$

Si avrebbe quindi una probabilita' diversa da zero di trovare un antineutrone al tempo t, partendo a t=0 con soli neutroni:

$$(19) \quad P_{\bar{n}}^{\text{Free}}(t) = \text{sen}^2 \delta m \cdot t / \hbar = \text{sen}^2 t / \tau_{n\bar{n}}$$

dove si e' posto:

$$\tau_{n\bar{n}} = \hbar / \delta m$$

Tipicamente i tempi di volo t realizzati con neutroni liberi

sono:

$$t \geq 10 \text{ msec}$$

ed i tempi di oscillazione di interesse fisico:

$$\tau_{n\bar{n}} \sim (10^5 \div 10^6) \text{ sec}$$

Per cui risulta:

$$t \ll \tau_{n\bar{n}}$$

e la (19) può essere approssimata dalla:

$$(20) \quad P_{\bar{n}}^{\text{Free}}(t) \sim (t/\tau_{n\bar{n}})^2$$

Se nella zona sperimentale esiste un campo col quale neutrone ed antineutrone entrano in interazione, allora la probabilità di transizione diventa (rif.13):

$$(21) \quad P_{\bar{n}}^{\text{Int}}(t) = (1/(\Delta V \cdot \tau_{n\bar{n}}/\hbar)^2) \text{sen}^2 \Delta V \cdot t/\hbar$$

dove

$$\Delta V = |E_n - E_{\bar{n}}|/2$$

essendo  $E_{n(\bar{n})}$  l'energia del neutrone (antineutrone) nel

campo esterno.

Come risulta dal confronto della (20) con la (21), si puo' porre:

$$P_{\bar{n}}^{Int}(t) = \alpha P_{\bar{n}}^{Free}(t)$$

con

$$(22) \quad \alpha = (1/(\Delta V \cdot t/\hbar)^2) \text{sen}^2 \Delta V \cdot t/\hbar$$

Quindi se fosse realizzata una interazione tra i neutroni ed il campo sufficientemente ridotta, in modo che possa valere la relazione seguente:

$$(23) \quad \Delta V \cdot t/\hbar \ll 1$$

si potrebbe porre nella (22):

$$\text{sen}^2 \Delta V \cdot t/\hbar \sim (\Delta V \cdot t/\hbar)^2$$

ottenendo  $\alpha \sim 1$  e quindi:

$$P_{\bar{n}}^{Int}(t) \sim P_{\bar{n}}^{Free}(t) \sim (t/\tau_{m\bar{n}})^2$$

In questo caso, pur non essendo i neutroni "liberi", puo' essere utilizzata la (20) per valutare il tempo di oscillazione .

In ogni esperimento di oscillazione  $n-\bar{n}$  va considerata l'interazione tra il campo magnetico terrestre  $\vec{B}$  e il momento magnetico  $\vec{\mu}_n$  dei neutroni. Si ha:

$$(24) \quad \Delta V(\vec{B}) = (1/2) 2 \mu_n |\vec{B}| \sim 3 \times 10^{-12} \text{ ev}$$

dove:

$$|\vec{B}| \sim .5 \text{ Gauss}$$

$$\mu_n \sim 6 \times 10^{-12} \text{ ev/Gauss}$$

Si ottiene perciò:

$$\Delta V(\vec{B})/\hbar \sim 4.5 \times 10^3 \text{ sec}^{-1}$$

e quindi per tempi di volo  $t \sim 10 \text{ msec}$ :

$$\Delta V(\vec{B})t/\hbar \sim 45$$

Per soddisfare la condizione (23) ed avere quindi  $\alpha \sim 1$  bisogna abbattere il campo magnetico terrestre di un fattore  $\sim 500$ . Con un valore residuo:

$$|\vec{B}| \sim 10 \text{ mGauss}$$

si può porre  $\alpha \sim 1$  e:

$$P_{\bar{n}}^{Int}(t) \sim (t/\tau_{n\bar{n}})^2$$

Se esistesse una iperforza accoppiata al numero barionico B, neutrone ed antineutrone verrebbero rispettivamente respinto ed attratto dall'iperforza generata dalla Terra. Tenendo conto che :

$$B_n - B_{\bar{n}} = 2$$

la semidifferenza tra le energie di n e  $\bar{n}$  sarebbe pari a quella già calcolata nella (15):

$$(25) \quad \Delta V_{\bar{n}} \sim (6 \div 10) \times 10^{-12} \text{ ev}$$

Confrontando la (25) con la (24) si nota che l'energia di interazione del sistema n- $\bar{n}$  con l'iperforza risulterebbe maggiore di quella col campo magnetico terrestre :

$$\Delta V_{\bar{n}} > \Delta V(\vec{B})$$

Va perciò valutata la correzione da portare a quei risultati sperimentali nei quali l'interazione (25) non sia stata considerata nella valutazione di  $\tau_{n\bar{n}}$ .

Per tempi di volo  $t \gg 10$  msec dalla (25) si ha:

$$\Delta V_{\bar{n}} \cdot t / \hbar \gg 1$$



In questo caso il secondo fattore nella (21) introduce una oscillazione della probabilita' di transizione  $n-\bar{n}$  lungo il percorso dei neutroni. La lunghezza d'onda  $\lambda_0$  di questa oscillazione risulta:

$$(26) \quad \lambda_0 = \hbar v / (\Delta V / \hbar)$$

dove  $v$  e' la velocita' dei neutroni.

Prendendo ad esempio :

$$\Delta V_{\bar{n}} = 6 \times 10^{-12} \text{ ev}$$

dalla (26) si ottiene per neutroni termici ( $v \sim 2200$  m/sec):

$$\lambda_0 \sim 70 \text{ cm}$$

e per neutroni "freddi" ( $v \sim 160$  m/sec):

$$\lambda_0 \sim 5 \text{ cm}$$

Se in un esperimento la dimensione della sorgente dei neutroni fosse piccola rispetto a  $\lambda_0$ , solo la conoscenza dettagliata della situazione sperimentale potrebbe definire l'effettivo valore da adoperare per  $P_{\bar{n}}^{\text{Int}}(t)$  nel valutare il tempo di oscillazione  $\tau_{n\bar{n}}$ .

Se invece la dimensione della sorgente di neutroni e' molto maggiore di  $\lambda_0$ , allora nella (21) si puo' sostituire il

termine

$$\text{sen}^2 \Delta V \cdot t / \hbar$$

col suo valor medio 1/2 ottenendo :

$$(27) \quad \langle P_{\bar{n}}^{I_{nt}} \rangle = 1 / (2(\Delta V \cdot \tau_{n\bar{n}} / \hbar)^2)$$

In un esperimento nel quale fosse stato misurato un tempo di oscillazione  $\tau_{n\bar{n}}^0$  senza tener conto dell'azione dell'iperforza si sarebbe posto, invece della (27):

$$(28) \quad P_{\bar{n}}^{I_{nt}} \sim (t / \tau_{n\bar{n}}^0)^2$$

Confrontando le (27) e (28) si ottiene il rapporto  $\sqrt{\langle \alpha \rangle}$ , tra il valore corretto  $\tau_{n\bar{n}}$  e quello valutato  $\tau_{n\bar{n}}^0$  senza l'effetto dell'iperforza:

$$(29) \quad \sqrt{\langle \alpha \rangle} = \tau_{n\bar{n}} / \tau_{n\bar{n}}^0 = 1 / (2 \Delta V \cdot t / \hbar)$$

E' stato recentemente pubblicato (rif.14) un limite sperimentale sul tempo di oscillazione  $n-\bar{n}$ :

$$\tau_{n\bar{n}}^0 > 10 \text{ sec. (90\% c.l.)}$$

ottenuto in un esperimento con neutroni "freddi" ( $v \sim 160 \text{ m/sec}$ ) e su un percorso schermato dal campo

magnetico terrestre corrispondente ad un tempo di volo  $t \sim 25$  msec. In questo caso dalla (29) si ottiene un fattore di correzione:

$$\sqrt{\epsilon} \sim (2+30) \times 10^{-4}$$

e quindi un limite effettivo per il tempo di oscillazione:

$$\tau_{n\bar{n}} \sim (200 \div 3000) \text{ sec}$$

Nel caso dell'esperimento NADIR, essendo  $t \sim 7.5$  msec ed il limite previsto:

$$\tau_{n\bar{n}}^0 \sim 10^6 \text{ sec}$$

si avrebbe:

$$\tau_{n\bar{n}} \sim (5.5 \times 10^2 \div 10^4) \text{ sec}$$

Supponendo che un evento di oscillazione  $n\bar{n}$  sia rivelato in un esperimento attualmente in corso, si potrebbe pensare di poter mettere dei limiti restrittivi all'esistenza della nuova forza. In effetti in questo caso sembra ragionevole attendersi  $\epsilon \sim 1$  e quindi, dalla (23):

$$\Delta V \cdot t / \hbar \ll 1$$

Inoltre dalle (11) e (12) risulta:

$$\Delta V = (f^2/Gm_\mu^2) \gamma(x) V_\mu = (f^2/Gm_\mu^2) (3/2) (\lambda/R_\oplus)^2 m(4/3) \pi G \varrho R_\oplus^3 -$$

$$- 2 \pi G \varrho m (f^2/Gm_\mu^2)$$

Ponendo la relazione precedente nella (23) si ottiene:

$$(30) \quad (f^2/Gm_\mu^2) \cdot \lambda^2 \ll 10 / (2 \pi G \varrho m c t)$$

Se, ad esempio, l'esperimento NADIR trovasse un evento di oscillazione  $n-\bar{n}$ , ponendo nella (30):

$$t \sim 8 \text{ msec}$$

$$\varrho \sim 2.5 \text{ g/cm}^3$$

$$G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ sec}^{-2}$$

$$m = 1.7 \times 10^{-24} \text{ g}$$

si otterrebbe:

$$(31) \quad (f^2/Gm_\mu^2) \cdot \lambda^2 \ll 8 \text{ m}^2$$

D'altra parte dagli esperimenti geofisici si ottiene (vedi par.1):

$$(32) \quad (f^2/Gm_{\mu}^2) \lambda^2 \approx (80 \div 680) \text{ m}^2$$

Dalla incompatibilita' tra la (31) e la (32) si potrebbe quindi scartare l'interpretazione della anomalia osservata nella legge di gravitazione universale in termini di una forza accoppiata al numero barionico.

Sfortunatamente dai supposti eventi di oscillazione sarebbe possibile ricavare solamente una relazione tra  $\tau_{n\bar{n}}$  e  $\Delta V$ , attraverso la (21), mentre alcun limite su  $\Delta V$  potrebbe essere derivato: un qualsiasi valore del tempo di oscillazione potrebbe essere correlato con un opportuno valore di  $\Delta V$ , in modo da soddisfare la relazione (21).

E' interessante notare che, al contrario di quanto aspettato per un esperimento "alla Eotvos", l'eventuale esecuzione di un esperimento di oscillazione  $n-\bar{n}$  con una opportuna distribuzione simmetrica di massa attorno all'apparato non ridurrebbe l'effetto del campo di iperforza. Questo in quanto l'energia  $\Delta V$  nella (21) rappresenta la differenza di lavoro che bisogna compiere contro l'iperforza per portare un neutrone o un antineutrone dall'infinito al laboratorio. Questo lavoro tende a raddoppiare spostandosi verso il centro della Terra. Infatti, procedendo intuitivamente, dalla (8) si ha:

$$V_{\bar{0}} / V_N \sim \alpha (\lambda / R_{\oplus})^2$$

e percio' :

$$V_{\text{eff}} \sim \alpha \left( \frac{\lambda}{R_{\oplus}} \right)^2 \left( \frac{GmM_{\oplus}}{R_{\oplus}} \right) - \frac{4}{3} \pi \rho \alpha Gm \lambda^2 - \alpha GmM_{\lambda} / \lambda$$

dove  $M_{\lambda}$  e' la massa contenuta in una sfera di raggio  $\lambda$  .  
 Spostandosi dalla superficie della Terra verso il centro  
 questa massa tende a raddoppiare e cosi' pure il fattore  $\Delta V$   
 nella (21).

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

1. E.Fischbach, D.Sudarsky, A.Szafer, C.Talmadge,  
S.H.Aronson, Phys.Rev.Lett. 56,3(1986)
2. F.D.Stacey and G.J.Tuck, Nature 292,230(1981);  
S.C.Holding and G.J.Tuck, Nature 307,714(1984);  
G.W.Gibbons and B.F.Whiting, Nature 291,636(1981)
3. R.v.Eotvos, D.Pekar and E.Fekete, Ann. Phys.(Leipzig)  
68,11(1922)
4. P.T.Keyser, T.Niebauer, J.E.Faller, articolo inviato a  
Phys.Rev.Lett.
5. H.H.Thodberg, Niels Bohr Inst., NBI-HE-86-05
6. P.G.Bizzeti, Universita' degli Studi di Firenze,  
Dipartimento di Fisica, Preprint DFF 86 N.31/Feb.1986
7. S.H.Aronson, G.J.Bock, H.Y.Cheng and E.Fischbach,  
Phys.Rev.D28,476(1983)
8. G.Preparata, Incontro informale sulla possibile scoperta  
di una quinta forza, L.N.F.17/1/1986
9. M.Lusignoli, A.Pugliese, Universita' di Roma "La  
Sapienza", Preprint N.486,31/1/1986

10. Y.Asano et al., Phys.Lett.107B,188(1981)
11. S.Weinberg, Phys.Rev.Lett. 13,495,(1964)
12. Review of Particle Properties, Phys.Lett. 111B,  
April 1982
13. G.Bressi et al., Proceedings of ICOMAN '83 (reported by  
S.Ratti)
14. G.Fidecaro et al, Phys.Lett.156,122(1985)



DESCRIZIONE DELLE FIGURE

1. dal rif.1:analisi dei dati dell'esperimento di Eotvos

$$\Delta k = (a_1 - a_2)/g, \Delta(B/\mu) = (B/\mu)_1 - (B/\mu)_2$$



B.Bertotti

Dipartimento di Fisica Nucleare e Teorica dell'Universita'  
di Pavia - INFN Sezione di Pavia

VIOLAZIONE DELLA LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE  
E PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

1. Violazioni della legge di gravitazione universale su scala unica.

1a. Quando nel secolo scorso le tecniche di osservazione astronomica permisero una orbitografia dei pianeti assai piu' precisa, venne alla ribalta il problema della validita' della legge di gravitazione universale (Poincare' diceva che questo e' lo scopo principale della meccanica celeste!). In particolare si tento' di spiegare lo spostamento anormale del perielio di Mercurio con una forza gravitazionale radiale della forma (Hall, 1895)

$$F \propto r^{-2-\epsilon}. \quad (1)$$

Il valore di  $\epsilon$  che e' consistente con il moto di Mercurio e' circa  $10^{-6}$ . Questa legge empirica, introdotta "ad hoc" non ebbe molta fortuna.

Sulla scia dei tentativi di spiegare le forze elettromagnetiche tra due cariche con espressioni che dipendono anche dalle loro velocita', durante lo scorso secolo si tento' anche di usare formule del tipo:

$$F = \frac{Gm m'}{r^2} [1 + O(v^2/c^2)] \quad (2)$$

(Rosenveare 1982). E' assai importante notare che questa correzione richiede l'intervento di una costante fisica nuova, nel nostro caso la velocita' della luce  $c$ ; si trova infatti che i coefficienti numerici richiesti nelle correzioni sono dell'ordine dell'unita', mettendo quindi in evidenza "ante litteram" una profonda connessione tra i fenomeni elettromagnetici e quelli gravitazionali. Questa connessione sara' chiarita solo dalla relativita'

ta' generale. Un'altra correzione simile e' quella che dipende dall'energia gravitazionale U per unita' di massa:

$$F = Gmm/r^2 [1 + \alpha U/c^2] . \quad (3)$$

Anche in questo caso deve intervenire la velocita' della luce. La (3) si puo' anche interpretare dicendo che la costante di gravitazione universale G dipende dalla posizione, in relazione ai corpi massivi presenti. Se  $\alpha$  fosse dell'ordine dell'unita', la (3) sarebbe in contrasto con gli esperimenti condotti coi satelliti. Difatti il contributo del sole a  $U/c^2$  - circa  $10^{-8}$  - varia dell'1% per effetto dell'eccentricita' della terra, con un periodo di un anno. Una variazione percentuale di  $10^{-10}$  dell'energia gravitazionale di un corpo alla distanza di una unita' astronomica comporta una variazione dell'orbita di  $10^{13} * 10^{-10} \text{ cm} = 10 \text{ m}$ , che e' osservabile.

La "corretta" legge della gravitazione universale e' quella dedotta dalla relativita' generale ed ha una complicata espressione che combina la (2) e la (3); inoltre non corrisponde ad una forza radiale. Le correzioni alla legge di Newton che essa prevede sono state verificate fino a circa una parte su mille.

- 1b. A piu' grandi distanze le verifiche della legge di gravitazione universale sono pressoché inesistenti: anzi, per ovviare al problema della "massa mancante" in vari campi dell'astrofisica sono state impunemente postulate alcune drastiche violazioni. L'evidenza di "massa mancante" si basa sul teorema del Viriale, il quale asserisce anche che, in un sistema a molti corpi macroscopicamente

stazionario, energia cinetica ed energia potenziale sono dello stesso ordine. Così, per esempio, la massa osservata (luminosa) della galassia è inferiore a

$$M_{\text{vir}} \sim \langle v^2 \rangle R/G \quad (4)$$

Quindi, o c'è massa oscura, o la gravità si indebolisce a grandi distanze, dando luogo a velocità medie inferiori al valore del viriale. Milgrom (1983) ha postulato la legge dinamica

$$m F(a/a_0) \underline{a} = \underline{F} \quad (5)$$

ove la funzione  $F(x)$  cresce da 0 fino a 1 quando  $x$  fa lo stesso. I dati astrofisici suggeriscono  $a_0 \sim 2 \cdot 10^{-8} \text{ cm sec}^{-2}$ . Il risultato di questa modifica consiste nel fatto che quando l'accelerazione di gravità  $F/m$  è più piccola di  $a_0$ , l'accelerazione reale del corpo è più grande di  $F/m$ .

Finzi (1963) ha postulato una forza di gravità che, a distanze più grandi di  $\rho \sim 0.5 \text{ Kpc}$ , decresce meno rapidamente, come

$$F = 1/\rho^2 [\rho/r]^{3/2} \quad (6)$$

È quindi chiaro che misure precise della forza di gravità e la piena comprensione teorica della sua natura ha grande importanza in astrofisica.

1c. All'altro estremo della scala delle distanze, in laboratorio, la verifica della legge di gravitazione universale è strettamente connessa con la verifica del principio di equivalenza.

## 2. Principio di Equivalenza. (PE)

Occorre definire tre diverse masse.

Massa inerziale:  $m_i = F/a$  ( $F$  fisso,  $a$  variabile)

(misura dell'accelerazione di corpi diversi soggetti alla stessa forza).

Massa gravitazionale passiva:  $m_g = F_g/g$  ( $F_g$  variabile,  $g$  fissa)

(misura della forza  $F_g$  necessaria per mantenere in equilibrio corpi diversi sotto l'azione della stessa gravita').

Massa gravitazionale attiva:  $m_{ga} = F_g r^2/G$  ( $F_g$  variabile,  $r$  fisso)

(misura della forza di gravita' prodotta da una massa variabile ad una distanza fissa).

Per quanto detto nel paragrafo precedente la terza massa ha una definizione impropria, in quanto si basa sull'ipotesi che la forza di gravita' sia inversamente proporzionale al quadrato della distanza. Essa quindi non e' interessante.

Secondo la relativita' generale  $m_i = m_g =$  contenuto energetico totale del corpo  $/c^2$  (esattamente come accade per le forze apparenti. Quindi il Principio di Equivalenza in realta' consiste in asserzioni separate e indipendenti dell'eguaglianza tra il contributo inerziale e il contributo gravitazionale di ogni costituente energetico del corpo. La verifica del Principio di Equivalenza e' fatta invece globalmente per la massa complessiva; quindi la verifica del Principio di Equivalenza per ciascun componente e' tanto meno precisa quanto minore e' la sua frazione. Nella tabella seguente ove le cifre sono indicative.

Verifica del Principio di Equivalenza per diversi costituenti  
della massa-energia di un corpo ordinario.

Energia di legame nucleare	$10^{-2}$	$10^{-10}$
Massa degli elettroni	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-9}$
Energia di legame degli elettroni	$10^5$	$10^{-7}$
Antiparticelle virtuali	$10^{-7}$	$10^{-5}$
Energia di legame chimico	$10^{-9}$	$10^{-3}$
Interazioni deboli	$10^{-11}$	$10^{-1}$
Interazioni gravitazionali	$10^{-27}$	-

Abbiamo anche una buona verifica del Principio di Equivalenza per il contributo dell'energia di legame della terra; se tale contributo all'inerzia totale della terra fosse diverso da quello della massa gravitazionale, avremmo delle correzioni al moto della luna (effetto Nordvedt). Per mezzo del "Lunar Laser Ranging" è stato possibile limitare tale violazione del Principio di Equivalenza a circa 1% (l'energia di legame gravitazionale della terra è  $4.6 \cdot 10^{-10}$  volte la sua energia di ripresa).

La verifica del Principio di Equivalenza in laboratorio viene fatta studiando le condizioni di equilibrio di corpi diversi sotto l'azione della forza di gravità terrestre  $F_g$  e di una appropriata forza apparente  $F_a$ . Se il Principio di Equivalenza è violato, l'equilibrio muta al variare del corpo. Variando la correzione energetica del corpo di prova si può sottoporre a verifica il Principio di Equivalenza per le sue diverse componenti.

Gli esperimenti classici sul Principio di Equivalenza usano un pendolo a torsione, in cui la risultante  $F$  della forza di gravità



$F_g$  e della forza apparente  $F_a$  e' equilibrata dalla tensione e dalla torsione di un filo. Se al variare del corpo la forza di gravita'  $F_a$  e' costante, ma cambia  $F_g$ , l'orientamento della risultante cambia, producendo cosi' una coppia e una diversa orientazione di equilibrio del filo. Si puo' vedere che se  $\theta$  e' l'angolo tra il centro della terra (direzione di  $F_g$ ) e la verticale (direzione di  $F$ ), la risultante viene deviata dell'angolo

$$\delta = \Delta F_g / F \sin \theta \quad (7)$$

(vedi figura).

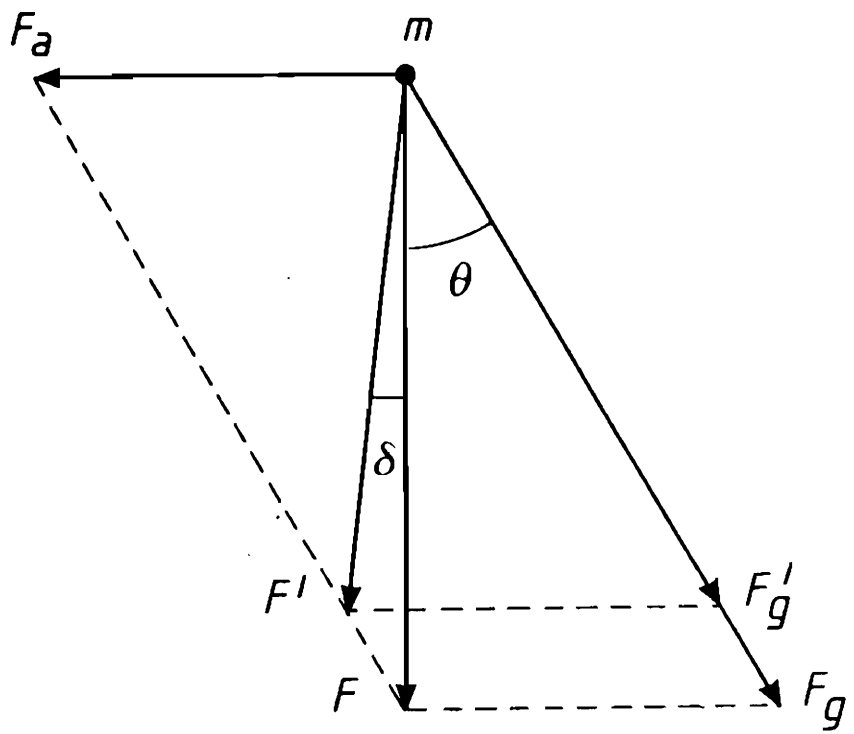
Il parametro

$$\eta = \frac{m_g' / m_i' - m_g / m_i}{m_g' / m_i' + m_g / m_i} \quad , \quad (8)$$

che misura la violazione del Principio di Equivalenza, e' uguale a  $\Delta F_g / F = (F_g' - F_g) / F$ .

Vi sono due modi per fare questo esperimento:

Eötvös (1922) e Renner (1935) hanno usato per  $F_a$  la forza centrifuga dovuta alla rotazione della terra. (Questo richiedeva la rotazione del pendolo di  $180^\circ$  per scambiare i due corpi diversi appesi ai suoi bracci). Roll (1964) e Braginsky (1971) invece hanno usato la forza centrifuga dovuta alla rivoluzione della terra attorno al sole; la rotazione giornaliera provvede cosi' automaticamente all'inversione del pendolo e stabilisce la frequenza - quella del giorno solare - alla quale una violazione appare nei dati.



3. Violazione del Principio di Equivalenza e fisica delle particelle elementari.

Si e' detto che il Principio di Equivalenza e' una asserzione composita e complessa concernente una certa proprieta' di interazioni assai diverse tra di loro; in un certo senso la sua validita' dal punto di vista del fisico delle particelle elementari e' assolutamente inattesa. La geometrizzazione della gravitazione - conseguenza diretta e irresistibilmente affascinante del Principio di Equivalenza - e', da un certo punto di vista, miracolosa.

Fishbach et al. (1986) hanno preso in considerazione un contributo all'interazione tra due corpi neutri che appare assai naturale in fisica delle particelle. Essa ha una distanza di taglio  $\lambda$  ed e' proporzionale al prodotto del numero dei barioni nei due corpi:

$$V = [f^2 B_1 B_2 / r] \exp(-r/\lambda) . \quad (9)$$

$f^2$  e' una costante di interazione, di dimensione  $[G M^2]$ . La massa di un corpo non e' proporzionale al numero totale dei barioni  $B$ ; a parte i contributi delle diverse energie di legame, la massa di un nucleo e'

$$Z m_p + (A-Z) m_n = A m_n + Z(m_p - m_n) .$$

Vi e' quindi un'importante correzione dovuta alla differenza di massa tra neutrone e protone.

Vi sono motivi per ritenere che valori interessanti della distanza di taglio siano qualche centinaio di metri. In tal caso l'accelerazione di gravita' ha una componente anomala dovuta alla

porzione della crosta che si trova entro una distanza  $\sim \lambda$  dallo strumento. Indicando con  $a$  la densità dei barioni nella crosta e con  $N$  il numero dei nuclei nel corpo di prova avremo

$$g_{an} = f^2 A N a \quad , \quad (10)$$

per cui, con qualche calcolo algebrico, si ha:

$$\frac{g_{an}}{g} = \frac{f^2}{Gm_p^2} \frac{\lambda A N m_p}{R m} \frac{R^2 m_p a}{M} \quad . \quad (11)$$

Il primo fattore  $\alpha = f^2/Gm_p^2$  da' una misura adimensionale della nuova forza; il secondo e' un fattore geometrico; il terzo e il quarto sono determinati, rispettivamente, dalla composizione isotopica del corpo di prova e della terra. In particolare il fattore

$$A N m_p/m$$

varia da un corpo all'altro di circa  $1^0/_{00}$ . Variando la composizione del corpo di prova, con una misura di  $g$  con un errore  $\delta g$  possiamo ottenere  $\alpha$  con un errore dato da

$$\delta(\alpha\lambda/R) = 10^3 \delta g/g \quad . \quad (12)$$

Se prendiamo  $\lambda = 200$  metri otteniamo

$$\delta\alpha = 3 \cdot 10^7 \delta g/g \quad . \quad (13)$$

Sono oggi disponibili gravimetri assoluti basati sulla misura diretta del tempo di caduta di un grave che raggiungono l'accuratezza  $\delta g \sim 10^{-6} \text{ cm sec}^{-2}$ ; quindi e' possibile in linea di principio misurare  $\alpha$  con un errore dell'ordine di qualche per cento. Valori di questo genere sono assai interessanti dal punto di vista della

fisica delle particelle .

Per questo motivo sono in corso numerosi programmi per misurare l'accelerazione anomala di gravita', o attraverso la sua dipendenza dal corpo di prova o facendo variare il fattore geometrico  $\lambda/R$  (ad esempio, misurando  $g$  sopra un bacino d'acqua a livello variabile).

L'accelerazione anomala di gravita' qui descritta viola il Principio di Equivalenza e quindi puo' in linea di principio venire misurata con il pendolo a torsione. Fishbach et al. hanno rianalizzato i risultati dei classici esperimenti di Eötvös esprimendo il parametro di violazione  $\eta$  in funzione del numero dei barioni  $B$  ed hanno trovato che essi sono consistenti con l'ipotesi che l'accelerazione di gravita' sia funzione lineare di  $B$ . Tuttavia questa analisi e' soggetta a dubbi, sia perche' Fishbach et al. non hanno incluso tutti i dati disponibili (vedi Keyser et al. 1986), sia perche' le complesse e in parte ignote condizioni sperimentali in cui Eötvös ha lavorato rendono i suoi risultati non completamente affidabili.

In ogni caso la verifica del principio di equivalenza alla luce di una possibile interazione tra barioni e' un problema di grande importanza che merita un notevole impegno. Sono in corso di studio anche esperimenti spaziali al riguardo (Auron e Livio 1986; A.M.Nobili, A.Milani e P.Farinella, "Testing newtonian gravity in space", settembre 1986).

## BIBLIOGRAFIA

- 1] Auron, Y. and Livio, M. 1896, Ap. J. 304, L61.
- 2] Braginsky, V.B. and Panov, V.I. 1971, Soviet Physics JETP 34, 464.
- 3] Eötvös, R.V. et al. 1922, Ann. Phys. (Germany) 68, 11.
- 4] Finzi, A. 1963, MNRAS 127, 21.
- 5] Fishbach, E. et al. 1986, Phys. Rev. Lett. 56, 3, 2424, 2426.
- 6] Hall, A. 1895, Astron. J. 14, 19.
- 7] Keyser, P.T. et al. 1986, Phys. Rev. Lett. 56, 2425.
- 8] Milgrom, 1983, Ap. J 270, 365, 371, 384.
- 9] Renner, J. 1935, Hung. Acad. Sci. 53, part II.
- 10] Roll, P.G. et al. 1964, Ann. Phys. (N.Y.) 26, 4420.
- 11] Rosenveare, N.T. 1982, "Mercury's Perihelion from Le Verrier to Einstein". Clarendon Press, Oxford.